

1º DIA MATEMÁTICA

▶ Questão 01

Dada a matriz

$$M = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$$

Calcule $M^{2020} + M^{2022} + M^{2024} + M^{2025} + M^{2029}$.

Resolução

$$M = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -7 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow M^2 = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -7 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -7 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -7 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow M^3 = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -7 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -7 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I.$$

Com isso, podemos calcular cada fator da soma pedida.

$$M^{2020} = M^{3 \cdot 673 + 1} = (M^3)^{673} \cdot M = (-I)^{673} \cdot M = -M$$

$$M^{2022} = M^{3 \cdot 674} = (M^3)^{674} = (-I)^{674} = I$$

$$M^{2024} = M^{3 \cdot 674 + 2} = (M^3)^{674} \cdot M^2 = (-I)^{674} \cdot M^2 = M^2$$

$$M^{2025} = M^{3 \cdot 675} = (M^3)^{675} = (-I)^{675} = -I$$

$$M^{2029} = M^{3 \cdot 676 + 1} = (M^3)^{676} \cdot M = (-I)^{676} \cdot M = M$$

$$\text{Portanto, } M^{2020} + M^{2022} + M^{2024} + M^{2025} + M^{2029} = -M + I + M^2 - I + M = M^2 = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -7 & 2 \end{bmatrix}.$$

▶ Questão 02

Seja i tal que $i^2 = -1$. Determine a área do triângulo no plano complexo cujos vértices são as raízes da equação

$$\left(Z - \frac{3i}{2} \right)^3 = -27i$$

Resolução

Seja $\text{cis}\theta = \cos\theta + i\text{sen}\theta$, então $-27i = 27\text{cis}270^\circ$.

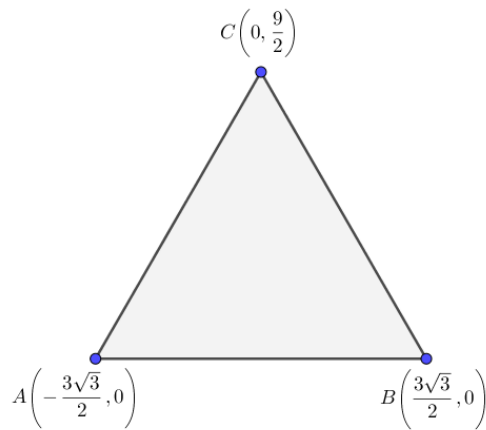
Dessa forma, $\sqrt[3]{-27i}$ admite três valores possíveis, que são:

$$3\text{cis}90^\circ = 3i;$$

$$3\text{cis}210^\circ = -\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}; \text{ e}$$

$$3\text{cis}330^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}.$$

Com isso, os possíveis valores de Z serão $\frac{9}{2}i$, $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ou $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$. Os afixos de Z formam, no plano de Argand-Gauss, o triângulo a seguir:



cuja área é de $\frac{(3\sqrt{3}) \cdot (\frac{9}{2})}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.

▶ Questão 03

Resolva a seguinte inequação para x real:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & \log_2 x & 1 \\ 4 & (\log_2 x)^2 & 1 \end{vmatrix} \leq \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \operatorname{colog}_2 x & 1/2 \\ 1 & (\operatorname{colog}_2 x)^2 & 1/4 \end{vmatrix}$$

Resolução

A condição de existência dos logaritmos é apenas $x > 0$.

Desenvolvendo cada determinante, temos:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & \log_2 x & 1 \\ 4 & (\log_2 x)^2 & 1 \end{vmatrix} = -3\log_2 x + (\log_2 x)^2 + 2$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \operatorname{colog}_2 x & 1/2 \\ 1 & (\operatorname{colog}_2 x)^2 & 1/4 \end{vmatrix} = -\frac{3}{4}\operatorname{colog}_2 x + \frac{(\log_2 x)^2}{2} + \frac{1}{4}$$

Portanto, a inequação se resume a:

$$-3\log_2 x + (\log_2 x)^2 + 2 \leq \frac{3}{4}\log_2 x + \frac{(\log_2 x)^2}{2} + \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2(\log_2 x)^2 - 15\log_2 x + 7 \leq 0.$$

As raízes da equação de segundo grau são $\frac{15 \pm 13}{4} = 7$ ou $\frac{1}{2}$.

Lembremos que esses valores são para $\log_2 x$ e, portanto, temos $\frac{1}{2} \leq \log_2 x \leq 7 \Leftrightarrow \sqrt{2} \leq x \leq 128$.

$$S = [\sqrt{2}, 128].$$

▶ Questão 04

Para n natural positivo, o número O_n é definido como a soma dos n primeiros termos da progressão aritmética de razão 6 iniciada em 1. Dos 2024 primeiros números O_n , quantos apresentam resto 1 na divisão por 8?

Resolução

A progressão aritmética do problema é $(1, 7, 13, 19, 25, 31, 37, 43, \dots)$. Os restos dos termos da sequência na divisão por 8 são, respectivamente, $(1, 7, 5, 3, 1, 7, 5, 3, 1, 7, \dots)$, sendo essa uma sequência cíclica de 4 termos $(1, 7, 5, 3)$, que se repete continuamente.

Dessa forma, o resto da soma dos termos na divisão por 8 é o resto da soma dos seus restos na divisão por 8. Então, temos:

O	$Resto$
O_1	1
O_2	0
O_3	5
O_4	0
O_5	1
O_6	0
	\vdots

Concluímos, portanto, que a sequência $(O_1, O_2, O_3, O_4, \dots)$ também apresenta uma repetição em que, a cada 4 termos, um deles terá resto 1. Como 2024 é múltiplo de 4 e $\frac{2024}{4} = 506$, temos, nos primeiros 2024 termos, 506 termos O_n que apresentam resto 1 na divisão por 8.

▶ Questão 05

Para cada número inteiro $k \geq 1$, seja $S_k = \sum_{n=1}^k \frac{2^n + n^2 + n}{2^{n+1}n(n+1)}$. Determine o menor valor de k para o qual

$$|S_k - 1| < \frac{265}{4608}$$

Resolução

$$S_k = \sum_{n=1}^k \frac{2^n + n^2 + n}{2^{n+1}n(n+1)} = \sum_{n=1}^k \frac{2^n}{2^{n+1}n(n+1)} + \sum_{n=1}^k \frac{n(n+1)}{2^{n+1}n(n+1)} = \sum_{n=1}^k \frac{1}{2n(n+1)} + \sum_{n=1}^k \frac{1}{2^{n+1}}.$$

Analisemos cada parcela separadamente.

$$\sum_{n=1}^k \frac{1}{2n(n+1)} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^k \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{k+1} \right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(k+1)}$$

$$\sum_{n=1}^k \frac{1}{2^{n+1}} = \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^{k+1}} \right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^k - 1}{\left(\frac{1}{2}\right) - 1} = \frac{2^k - 1}{2^{k+1}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2^{k+1}}$$

$$\text{Somando, temos } S_k = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(k+1)} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2^{k+1}} = 1 - \left(\frac{1}{2(k+1)} + \frac{1}{2^{k+1}} \right).$$

$$\text{Então, } |S_k - 1| = \frac{1}{2(k+1)} + \frac{1}{2^{k+1}}.$$

Notemos que $\frac{1}{2(k+1)} + \frac{1}{2^{k+1}}$ é a soma de duas funções positivas decrescentes e, portanto, é decrescente. Com isso, quanto maior o valor de k , menor o valor de $|S_k - 1|$.

$$|S_1 - 1| = \frac{1}{2(1+1)} + \frac{1}{2^{1+1}} = \frac{1}{2}$$

$$|S_2 - 1| = \frac{1}{2(2+1)} + \frac{1}{2^{2+1}} = \frac{7}{24}$$

$$|S_3 - 1| = \frac{1}{2(3+1)} + \frac{1}{2^{3+1}} = \frac{3}{16}$$

$$|S_4 - 1| = \frac{1}{2(4+1)} + \frac{1}{2^{4+1}} = \frac{21}{160}$$

$$|S_5 - 1| = \frac{1}{2(5+1)} + \frac{1}{2^{5+1}} = \frac{19}{192}$$

$$|S_6 - 1| = \frac{1}{2(6+1)} + \frac{1}{2^{6+1}} = \frac{71}{896}$$

$$|S_7 - 1| = \frac{1}{2(7+1)} + \frac{1}{2^{7+1}} = \frac{17}{256}$$

$$|S_8 - 1| = \frac{1}{2(8+1)} + \frac{1}{2^{8+1}} = \frac{265}{4608}$$

$$|S_9 - 1| = \frac{1}{2(9+1)} + \frac{1}{2^{9+1}} = \frac{261}{5120} < \frac{265}{4608}$$

Como $|S_k - 1|$ é decrescente, a partir de $k = 9$, teremos $|S_k - 1| < \frac{265}{4608}$. Com isso, $k = 9$ é o valor pedido.

Questão 06

João nasceu no ano n e está prestando vestibular para o IME em 2023. Sejam A , B e C conjuntos de inteiros positivos tais que $|A| = |B| + 4$. Sabe-se que há n funções estritamente crescentes de A para C , bem como de B para C .

Observações:

- $|S|$ representa o número de elementos do conjunto S ;
- uma função é estritamente crescente quando $x_1 < x_2$ implica $f(x_1) < f(x_2)$.

Diante do exposto, determine:

- o número de funções f estritamente crescentes de A para C em função de $|A|$ e $|C|$;
- o ano no qual João nasceu.

Resolução

- Como f é estritamente crescente (portanto, injetora), basta escolhermos, dentre os $|C|$ elementos do contradomínio, $|A|$ elementos. Com isso, ordenamos esses $|A|$ elementos escolhidos e alocamos, em ordem crescente, os elementos de C aos elementos de A (também em ordem crescente). Isto é, dados os elementos de A em ordem crescente $x_1 < x_2 < \dots < x_{|A|}$, teremos uma única distribuição dos $|A|$ escolhidos de C :

$$y_1 < y_2 < \dots < y_{|A|}, \text{ com } f(x_i) = y_i, \quad 1 \leq i \leq |A|.$$

Dessa forma, o número de funções estritamente crescentes de A em C é $\binom{|C|}{|A|} = \frac{(|C|)!}{(|A|)! (|C| - |A|)!}$.

- Sejam $a = |A|$, $b = |B|$ e $c = |C|$. Então, $a = b + 4$. Além disso, $n = \binom{c}{b+4} = \binom{c}{b}$. Isso ocorre se, e somente se, $b + (b + 4) = c$. Façamos casos iniciais:

$$b = 1 \Rightarrow c = 6 \Rightarrow n = \binom{6}{1} = 6$$

$$b = 2 \Rightarrow c = 8 \Rightarrow n = \binom{8}{2} = 28$$

$$b = 3 \Rightarrow c = 10 \Rightarrow n = \binom{10}{3} = 120$$

$$b = 4 \Rightarrow c = 12 \Rightarrow n = \binom{12}{4} = 495$$

$$b = 5 \Rightarrow c = 14 \Rightarrow n = \binom{14}{5} = 2002$$

$$b = 6 \Rightarrow c = 16 \Rightarrow n = \binom{16}{6} = 8008$$

Analisando esses casos acima, o único n possível de ser o ano de nascimento do estudante é 2002.

Para concluir a questão, só nos falta provar que $\binom{c}{b} = \binom{2b+4}{b}$ é crescente, ou seja, aumenta quando b aumenta.

Sejam $B > b$.

$$\binom{2B+4}{B} > \binom{2b+4}{b} \Leftrightarrow \frac{(2B+4)(2B+3)(2B+2)\dots(B+6)(B+5)}{B(B-1)(B-2)\dots 2.1} > \frac{(2b+4)(2b+3)(2b+2)\dots(b+6)(b+5)}{b(b-1)(b-2)\dots 2.1}.$$

$$\text{Contudo, notemos que } \frac{(2B+4)(2B+3)(2B+2)\dots(B+6)(B+5)}{B(B-1)(B-2)\dots 2.1} = \prod_{k=1}^B \frac{B+4+k}{k} \text{ e } \frac{(2b+4)(2b+3)(2b+2)\dots(b+6)(b+5)}{b(b-1)(b-2)\dots 2.1} = \prod_{k=1}^b \frac{b+4+k}{k}.$$

Assim, mostrar que $\binom{2B+4}{B} > \binom{2b+4}{b}$ equivale a mostrar que $\prod_{k=1}^B \frac{B+4+k}{k} > \prod_{k=1}^b \frac{b+4+k}{k}$, o que é verdade, já que cada parcela do lado

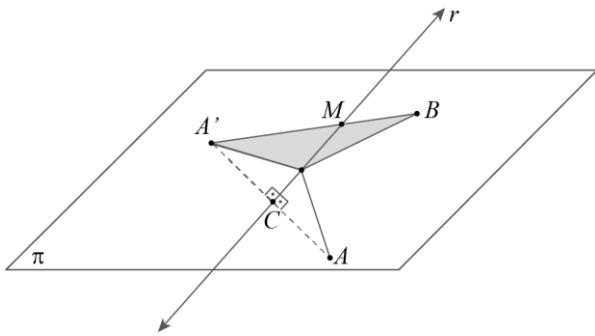
esquerdo é maior que a correspondente do lado direito $\left(B > b \Rightarrow B+4+k > b+4+k \Rightarrow \frac{B+4+k}{k} > \frac{b+4+k}{k} \right)$ e, além disso, o lado esquerdo tem mais fatores que o lado direito (e todos inteiros positivos). Isso conclui a demonstração.

Questão 07

Dado um plano π e uma reta r nele contida, sejam A e B pertencentes a π dois pontos em um mesmo semiplano definido por r . O ponto A' é o simétrico a A em relação à reta r . Os segmentos de reta AA' e $A'B$ interceptam a reta r nos pontos C e M , respectivamente. Se N é um ponto da reta r distinto de M , prove que

$$\overline{AM} + \overline{MB} < \overline{AN} + \overline{NB}$$

Resolução



Seja A' o simétrico de A em relação a r , segue:

$$\triangle CMA' \equiv \triangle CMA \text{ e, portanto, } MA' = MA \quad (1)$$

$$\text{e } AM + MB = A'M + MB = A'B \quad (2)$$

Analogamente:

$$\triangle CNA' \equiv \triangle CNA \text{ e decorre } NA' = NA \quad (3)$$

Por outro lado, usando a desigualdade triangular

$$\text{no } \triangle BNA' : A'B < A'N + NB \quad (4)$$

Combinando (2), (3) e (4), escrevemos:

$$AM + MB = A'B < A'N + NB = AN + NB$$

Resulta: $AM + MB < AN + NB$, que é tese.

Questão 08

Dada a equação abaixo onde o valor de α é um número real

$$\frac{\alpha \cos(x)}{2 \cos(2x) - 1} = \frac{\alpha + \operatorname{sen}(x)}{(\cos^2(x) - 3 \operatorname{sen}^2(x)) \operatorname{tg}(x)}$$

Determine:

- os valores de α para os quais a equação admite solução;
- as soluções, em radianos, da equação em função de α .

Resolução:

Sabemos que:

$$\cos^2 x = 1 - \operatorname{sen}^2 x \text{ e } \cos(2x) = 1 - 2 \cdot \operatorname{sen}^2 x$$

Substituímos tais identidades na equação dada:

$$\frac{\alpha \cdot \cos x}{[2 \cdot (1 - 2 \cdot \operatorname{sen}^2 x) - 1]} = \frac{\alpha + \operatorname{sen} x}{[1 - \operatorname{sen}^2 x - 3 \cdot \operatorname{sen}^2 x] \cdot \left(\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}\right)}$$

$$\therefore \frac{\alpha \cdot \cos x}{(1 - 4 \cdot \operatorname{sen}^2 x)} \cdot \left(\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}\right) = \frac{\alpha + \operatorname{sen} x}{(1 - 4 \cdot \operatorname{sen}^2 x)}$$

Considerando as condições de existência $1 - 4 \cdot \operatorname{sen}^2 x \neq 0$

$\operatorname{sen} x \neq 0$ e $\cos x \neq 0$ e efetuando os cancelamentos, obtemos:

$$\alpha \cdot \operatorname{sen} x = \alpha + \operatorname{sen} x \therefore (\alpha - 1) \cdot \operatorname{sen} x = \alpha \therefore$$

$$\operatorname{sen} x = \frac{\alpha}{\alpha - 1} \quad (1.1) \quad \therefore x = \operatorname{arcsen}\left(\frac{\alpha}{\alpha - 1}\right) \quad (1.2)$$

Resumo das condições de existência:

$$1 - 4 \cdot \operatorname{sen}^2 x \neq 0 \Leftrightarrow \operatorname{sen} x \neq \pm \frac{1}{2} \quad (2.1)$$

$$\operatorname{sen} x \neq 0 \quad (3.1)$$

$$\cos x \neq 0 \Leftrightarrow \operatorname{sen} x \neq \pm 1 \quad (4.1)$$

$$-1 \leq \operatorname{sen} x \leq 1 \quad (5.1)$$

Inserindo a expressão (1.1) em cada uma das condições:

$$\alpha \neq -1 \text{ e } \alpha \neq \frac{1}{3} \quad (2.2); \quad \alpha \neq 0 \quad (3.2); \quad \alpha \neq \frac{1}{2} \quad (4.2); \quad \alpha < \frac{1}{2} \quad (5.2)$$

a) Os valores reais de " α " para os quais a equação dada admite solução são:

$$\alpha < \frac{1}{2} \text{ com } \alpha \neq \frac{1}{3}, \alpha \neq 0 \text{ e } \alpha \neq -1$$

b) Para α satisfazer as restrições do item a, as soluções da equação proposta são:

$$x = \arcsen\left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right) + 2k \cdot \pi \text{ ou } x = \pi - \arcsen\left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right) + 2k \cdot \pi,$$

em que o número k pertence ao conjunto dos números inteiros.

Questão 09

Os pontos $A(1,3)$, $B(2,6)$, $C(7,5)$ e $D(7,3)$ situam-se sobre lados distintos de um quadrado $EFGH$. Determine as coordenadas dos vértices desse quadrado.

Resolução

Considerando A sobre o lado EF , B sobre o lado FG , C sobre o lado GH e D sobre o lado EH , temos que, sendo m o coeficiente angular das retas \overline{EF} e \overline{GH} , então, $-\frac{1}{m}$ será o coeficiente angular das retas \overline{EH} e \overline{FG} . Dessa forma, a equação da reta \overline{EF} é dada por

$$(y-3) = m(x-1) \Rightarrow y = mx + (3-m) \text{ e a equação da reta } \overline{EH} \text{ é dada por } (y-3) = -\frac{1}{m}(x-7) \Rightarrow y = -\frac{x}{m} + \left(3 + \frac{7}{m}\right).$$

Com isso, as coordenadas do ponto E são dadas pelo encontro das duas retas:

$$mx + (3-m) = -\frac{x}{m} + \left(3 + \frac{7}{m}\right) \Rightarrow x_e = \frac{7+m^2}{m^2+1}$$

Substituindo em uma das equações, temos que $y_e = \frac{3m^2+6m+3}{m^2+1}$.

$$\text{Portanto, } E = \left(\frac{7+m^2}{m^2+1}, \frac{3m^2+6m+3}{m^2+1}\right).$$

A equação da reta \overline{GH} é dada por $(y-5) = m(x-7) \Rightarrow y = mx + (5-7m)$. As coordenadas de H podem ser dadas a partir do encontro das retas \overline{GH} e \overline{EH} :

$$mx + (5-7m) = -\frac{x}{m} + \left(3 + \frac{7}{m}\right)$$

$$\text{Portanto, } H = \left(\frac{7m^2-2m+7}{m^2+1}, \frac{3m^2+5}{1+m^2}\right).$$

A equação da reta \overline{FG} é dada por $y-6 = -\frac{1}{m}(x-2) \Rightarrow y = -\frac{x}{m} + \left(6 + \frac{2}{m}\right)$. Fazendo o cruzamento da reta \overline{FG} com a reta \overline{EF} , temos:

$$-\frac{x}{m} + \left(6 + \frac{2}{m}\right) = mx + (3-m)$$

$$\text{e, portanto, } F = \left(\frac{m^2+3m+2}{m^2+1}, \frac{6m^2+m+3}{m^2+1}\right).$$

Com isso, considerando que todos têm o denominador m^2+1 , temos, a partir da transposição no plano de Argand-Gauss, duas possibilidades, que são $EF = \pm iEH$.

1º Caso: $EF = iEH$

$$(3m-5) + (3m^2-5m)i = \left[(6m^2-2m) + (2-6m)i\right]i \Rightarrow (3m-5) + (3m^2-5m)i = (6m-2) + (6m^2-2m)i$$

Nesse caso, fazendo a identidade dos complexos, obtemos $m = -1$.

Para esse caso, substituindo os valores, temos:

$$E = (4,0), F = (0,4), G = (4,8) \text{ e } H = (8,4).$$

A coordenada G acima foi obtida a partir da soma vetorial $\overline{E} + \overline{G} = \overline{F} + \overline{H}$.

2º Caso: $EF = -iEH$

$$(3m-5) + (3m^2-5m)i = -\left[(6m^2-2m) + (2-6m)i\right]i \Rightarrow (3m-5) + (3m^2-5m)i = (2-6m) + (2m-6m^2)i$$

Nesse caso, fazendo a identidade dos complexos, temos $m = \frac{7}{9}$.

Para esse caso, substituindo os valores, teríamos $E = \left(\frac{308}{65}, \frac{384}{65}\right)$ e $F = \left(\frac{40}{13}, \frac{60}{13}\right)$. Calculando o lado do quadrado, temos

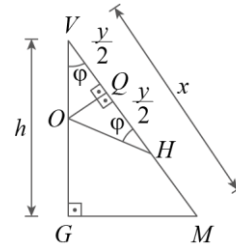
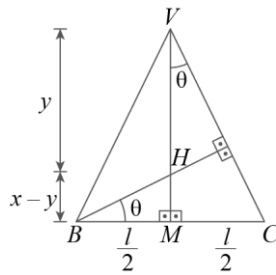
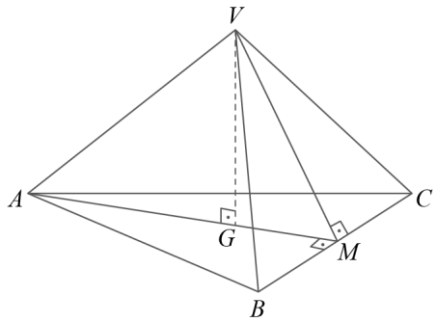
$\ell = \sqrt{\left(\frac{60}{13} - \frac{384}{65}\right)^2 + \left(\frac{40}{13} - \frac{308}{65}\right)^2} = 12\sqrt{\frac{2}{65}}$. Nesse caso, a diagonal do quadrado seria $\ell\sqrt{2} = \frac{24}{\sqrt{65}} < 4$. O fato da diagonal do quadrado ser menor que 4 é um absurdo, pois $AD = 6$ e a distância entre dois pontos nos lados do quadrado não pode ser maior que a diagonal.

Concluimos, então, que os vértices do quadrado são $(4,0)$, $(0,4)$, $(4,8)$ e $(8,4)$.

Questão 10

Considere uma pirâmide triangular regular reta de altura h . Uma esfera de raio r contém os ortocentros das faces laterais da pirâmide e o vértice do qual foi traçada a altura da pirâmide. Calcule o volume da pirâmide em função de r e h .

Resolução



$\triangle ABC$: equilátero de lado l

$$\therefore AM = l \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ e } GM = \frac{1}{3} \cdot AM \therefore GM = l \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right) \quad (1)$$

Fazendo $VM = x$ e $VG = h$ no $\triangle GVM$, escrevemos:

$$(VM)^2 = (VG)^2 + (GM)^2 \therefore x^2 = h^2 + \left(l \cdot \frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 \therefore x^2 - h^2 = \frac{l^2}{12} \quad (2)$$

No $\triangle VBC$, sejam \overline{BN} a altura relativa a \overline{VC} e

$\{H\} = \overline{VM} \cap \overline{BN}$ o Ortocentro. Fazendo $VH = y$, temos:

$$MH = VM - VH = x - y$$

$$\triangle MVC \sim \triangle MBH \therefore \frac{VM}{CM} = \frac{BM}{HM} \therefore \frac{x}{(l/2)} = \frac{(l/2)}{(x-y)}$$

$$\therefore x^2 - xy = \frac{l^2}{4} \quad (3)$$

O centro O da esfera pertence à altura \overline{VG} .

O $\triangle OVH$ é isósceles de base \overline{VH} e temos $VO = VH = r$

$$\triangle QOV \sim \triangle GMV \therefore \frac{QV}{VO} = \frac{GV}{VM} \therefore \frac{(y/2)}{r} = \frac{h}{x}$$

$$\therefore xy = 2rh \quad (4)$$

$$V_{\text{Pirâmide}} = \frac{1}{3} \cdot [ABC] \cdot h = \frac{1}{3} \left(\frac{l^2 \sqrt{3}}{4}\right) \cdot h = \sqrt{3} \cdot h \cdot \left(\frac{l^2}{12}\right) \quad (5)$$

$$(3) - (2): h^2 - xy = \frac{l^2}{4} - \frac{l^2}{12} = 2 \cdot \left(\frac{l^2}{12}\right) \quad (6)$$

Substituindo (4) em (6), vem: $h^2 - 2rh = 2 \cdot \left(\frac{l^2}{12}\right)$

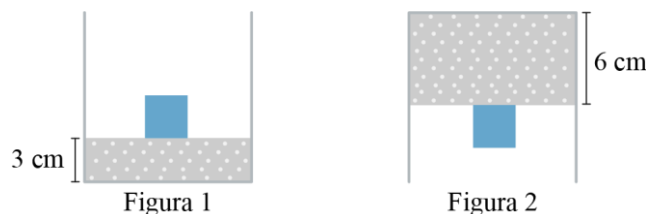
$$\therefore \frac{l^2}{12} = \frac{h^2 - 2rh}{2} \quad (7)$$

Substituindo (7) em (5), escrevemos: $V_{\text{Pirâmide}} = \sqrt{3} \cdot h \cdot \left(\frac{h^2 - 2rh}{2} \right)$

$$\therefore V_{\text{Pirâmide}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h^2 \cdot (h - 2r)$$

2º DIA - FÍSICA

Questão 01



Um cilindro de 60 cm^2 de área de seção transversal contém um gás ideal confinado em seu interior. Em cima do pistão do cilindro é colado um bloco de 15 N de peso. Na Figura 1, a distância do pistão à extremidade fechada do cilindro é de 3 cm . Invertendo-se à posição do cilindro, conforme mostra a Figura 2, verifica-se que a distância do pistão à extremidade fechada do cilindro passa a valer 6 cm .

Dados:

- constante universal dos gases: $R = 8,314 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$;
- temperatura do gás: $T = 433 \text{ K}$.

Observações:

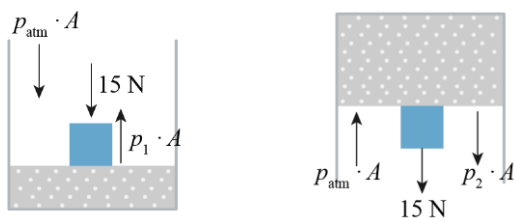
- desconsidere a área de contato do bloco;
- considere a temperatura do gás constante.

Diante do exposto, calcule:

- a pressão atmosférica no local da experiência;
- as pressões do gás em cada uma das situações das figuras;
- o número de mols do gás no interior do cilindro.

Resolução

a)



$$\text{Equilíbrio na figura 1: } p_{\text{atm}} \cdot A + 15 = p_1 \cdot A = \frac{n \cdot R \cdot T}{V_1} \cdot A = \frac{n \cdot R \cdot T}{A \cdot h_1} \cdot A = \frac{n \cdot R \cdot T}{h_1} \rightarrow n \cdot R \cdot T = (p_{\text{atm}} \cdot A + 15) \cdot h_1$$

$$\text{Equilíbrio na figura 2: } p_{\text{atm}} \cdot A - 15 = p_2 \cdot A = \frac{n \cdot R \cdot T}{V_2} \cdot A = \frac{n \cdot R \cdot T}{A \cdot h_2} \cdot A = \frac{n \cdot R \cdot T}{h_2} \rightarrow n \cdot R \cdot T = (p_{\text{atm}} \cdot A - 15) \cdot h_2$$

$$\text{Igualando } n \cdot R \cdot T \text{ nas duas equações: } (p_{\text{atm}} \cdot A + 15) \cdot h_1 = (p_{\text{atm}} \cdot A - 15) \cdot h_2$$

$$A = 60 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2; \quad h_1 = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}; \quad h_2 = 6 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$(p_{\text{atm}} \cdot 6 \cdot 10^{-3} + 15) \cdot 3 \cdot 10^{-2} = (p_{\text{atm}} \cdot 6 \cdot 10^{-3} - 15) \cdot 6 \cdot 10^{-2}$$

$$p_{\text{atm}} \cdot 6 \cdot 10^{-3} + 15 = 2 \cdot (p_{\text{atm}} \cdot 6 \cdot 10^{-3} - 15)$$

$$p_{\text{atm}} \cdot 6 \cdot 10^{-3} + 15 = 2 \cdot p_{\text{atm}} \cdot 6 \cdot 10^{-3} - 30$$

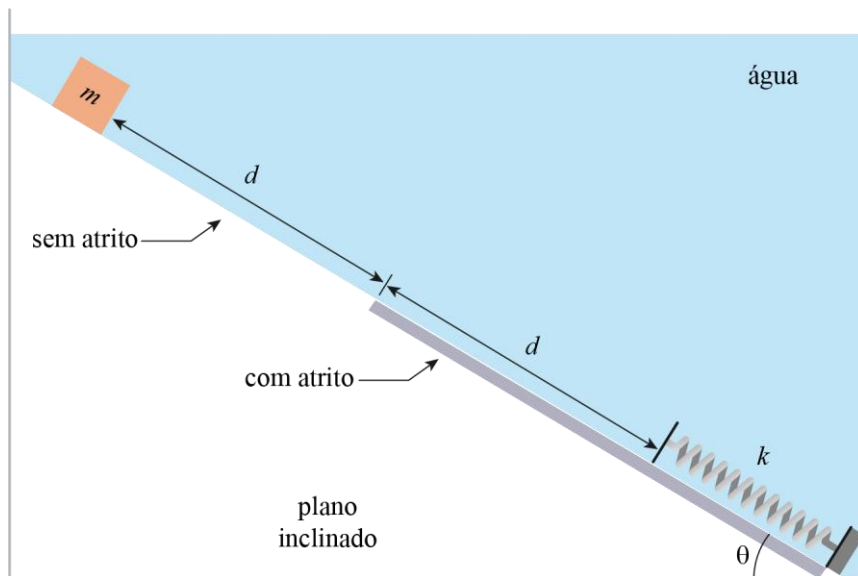
$$p_{\text{atm}} \cdot 6 \cdot 10^{-3} = 45$$

$$p_{\text{atm}} = 7500 \text{ N/m}^2$$

$$\text{b) } p_1 = p_{\text{atm}} + 15/A = 7500 + 15/(6 \cdot 10^{-3}) = 7500 + 2500 = 10000 \text{ N/m}^2$$

$$p_2 = p_{\text{atm}} - 15/A = 7500 - 15/(6 \cdot 10^{-3}) = 7500 - 2500 = 5000 \text{ N/m}^2$$

$$\text{c) } p_1 \cdot V_1 = p_1 \cdot A \cdot h_1 = n \cdot R \cdot T \rightarrow n = \frac{p_1 \cdot A \cdot h_1}{R \cdot T} = \frac{10000 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{8,314 \cdot 433} \sim \frac{1,8}{3600} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$$



A figura ilustra um plano inclinado fazendo um ângulo θ com a horizontal. O plano encontra-se dentro de um tanque contendo água, onde também estão um bloco de massa m e uma mola de constante elástica k , inicialmente relaxada. O bloco parte do repouso a uma distância $2d$ da mola. Na primeira metade do percurso, não há atrito. Após essa parte, a superfície do plano passa a apresentar atrito. Ao atingir a mola, o bloco passa a mover-se solidariamente a ela.

Dados:

- aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$;
- massa do bloco: $m = 0,1 \text{ kg}$;
- volume do bloco: $V = 0,05 \text{ L}$;
- coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície: $\mu = 1/3$;
- constante elástica da mola $k = 6,2 \text{ N/m}$;
- distância $d = 4 \text{ m}$;
- massa específica da água: $\mu_a = 1 \text{ g/cm}^3$;
- $\text{sen}(\theta) = 0,8$.

Observações:

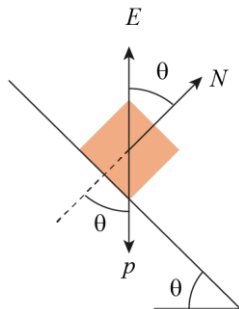
- com relação à água, considere apenas a força de empuxo.

Considerando a situação descrita, determine:

- o módulo da velocidade do bloco ao alcançar a superfície com atrito;
- o módulo da velocidade do bloco ao atingir a mola;
- a máxima compressão da mola.

Resolução

a) Na



primeira parte do trajeto, o diagrama de forças é:

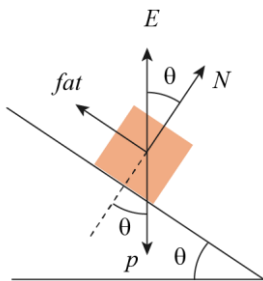
Força peso $P = m \cdot g = 0,1 \cdot 10 = 1 \text{ N}$

Força empuxo $E = \rho_{\text{líquido}} \cdot V_{\text{imerso}} \cdot g = \mu_a \cdot V \cdot g = \frac{10^{-3}}{10^{-6}} \cdot 0,05 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 0,5 \text{ N}$

A aceleração de descida ao longo da rampa é $a = \frac{P \text{sen}\theta - E \text{sen}\theta}{m} = \frac{(P - E) \text{sen}\theta}{m} = \frac{(1 - 0,5) \cdot 0,8}{0,1} = \frac{0,4}{0,1} = 4 \text{ m/s}^2$

Por Torricelli, a partir do repouso: $v^2 = 2 \cdot a \cdot d = 2 \cdot 4 \cdot 4 = 32 \rightarrow v = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ m/s}$

b) Na segunda parte do trajeto, o diagrama de forças é:



$$\text{Força normal } N = P \cdot \cos\theta - E \cdot \cos\theta = (P-E) \cdot \cos\theta = (1-0,5) \cdot 0,6 = 0,3 \text{ N}$$

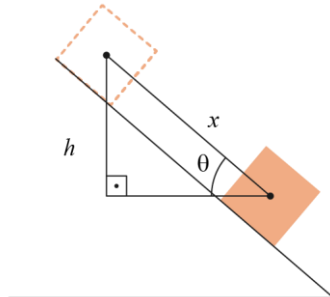
$$\text{Força de atrito } fat = \mu_c \cdot N = (1/3) \cdot 0,3 = 0,1 \text{ N}$$

A aceleração de descida ao longo da rampa é

$$a = \frac{P \cdot \sin\theta - E \cdot \sin\theta - fat}{m} = \frac{(P-E) \cdot \sin\theta - fat}{m} = \frac{(1-0,5) \cdot 0,8 - 0,1}{0,1} = \frac{0,3}{0,1} = 3 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Por Torricelli: } v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot d = 32 + 2 \cdot 3 \cdot 4 = 56 \rightarrow v = \sqrt{56} = 2\sqrt{14} \text{ m/s}$$

c) O bloco, depois de atingir a mola, percorre uma distância x ao longo da rampa e desce uma altura h na vertical, até parar:



$$h = x \cdot \sin\theta \Rightarrow h = 0,8x$$

Para determinar x , vamos usar o teorema do trabalho e da energia cinética:

$$W_{\text{peso}} + W_{\text{empuxo}} + W_{\text{atrito}} + W_{\text{mola}} = \Delta E_{\text{cinética}} = \frac{m \cdot v_{\text{final}}^2}{2} - \frac{m \cdot v_{\text{inicial}}^2}{2}$$

O trabalho do peso é positivo porque tende a acelerar o bloco

Os trabalhos do empuxo, do atrito e da mola são negativos porque tendem a frear o bloco

A velocidade final é zero e o quadrado da velocidade inicial é 56 (item b)

$$P \cdot h - E \cdot h - fat \cdot x - k \cdot \frac{x^2}{2} = 0 - \frac{m \cdot v_{\text{inicial}}^2}{2}$$

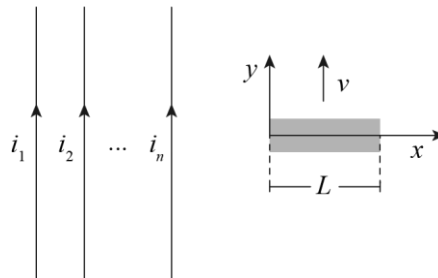
$$(1-0,5) \cdot 0,8 \cdot x - 0,1 \cdot x - 6,2 \cdot \frac{x^2}{2} = -\frac{0,1 \cdot 56}{2} \Rightarrow 0,4 \cdot x - 0,1 \cdot x - 3,1 \cdot x^2 = -2,8$$

$$3,1 \cdot x^2 - 0,3 \cdot x - 2,8 = 0 \Rightarrow \text{por inspeção, } x = 1 \text{ é raiz}$$

Como o produto das raízes é $\frac{-2,8}{3,1}$, a outra raiz é $x = \frac{-28}{31} < 0$, que não é possível

Logo, a máxima compressão da mola é 1 m.

Questão 03



Fios infinitos no plano xy são paralelos ao eixo y e conduzem correntes elétricas nos sentidos desenhados na figura de tal forma que o módulo do campo magnético na superfície de uma chapa metálica de carga total nula seja aproximadamente $B(x) = C - Kx$, onde C e K são constantes positivas.

A chapa movimenta-se com velocidade constante na direção y mantendo-se no plano xy e induzindo assim o deslocamento de elétrons livres na chapa até que campos elétricos estacionários ao longo do eixo x sejam criados para que o equilíbrio eletrostático seja alcançado.

Dados:

- largura da chapa: L ;
- $C > K \cdot L$;
- velocidade da chapa: v , no sentido positivo de y ;
- correntes nos fios: i_1, i_2, \dots, i_n ;
- distâncias dos fios ao eixo y : d_1, d_2, \dots, d_n ;
- posições dos fios: à esquerda do eixo;
- permeabilidade magnética do meio: μ_0 .

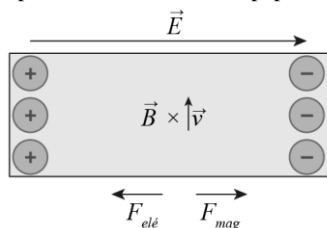
Diante do exposto e justificando todas as respostas, determine:

a) para que lado da chapa (direito ou esquerdo) haverá maior deslocamento de elétrons;

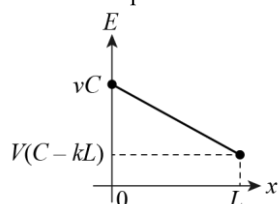
- b) a expressão do módulo do campo elétrico $E(x)$ induzido na chapa no equilíbrio eletrostático em função da posição x ;
 c) o módulo da diferença de potencial elétrico entre as posições $x = 0$ e $x = L$;
 d) a relação entre a constante C (campo magnético em $x = 0$) e as correntes e distâncias listadas nos dados acima.

Resolução

- a) Os elétrons sofrem a força magnética de Lorentz dada por $q\vec{v}\times\vec{B}$. Como a carga é negativa, velocidade é para cima e o campo magnético B gerado pelas correntes entra no papel, os elétrons vão se deslocar para o lado direito da chapa.



- b) No equilíbrio eletrostático, a força magnética $q.v.B(x)$ aponta para a direita, a força elétrica $q.E(x)$ aponta para a esquerda (o campo elétrico é para a direita, mas a carga é negativa) e os módulos das forças são iguais, logo, $E(x) = v.B(x) = v(C-k.x)$
 c) O gráfico abaixo representa E versus x , para $0 \leq x \leq L$:



O módulo da diferença de potencial entre os pontos $x = 0$ e $x = L$ é dado por $V = \int_{x=0}^L \vec{E} \cdot d\vec{x}$, que corresponde à área sob o gráfico, um trapézio de base maior vC , base menor $v(C-kL)$ e altura L :

$$V = \left(\frac{vC + vC - vkL}{2} \right) \cdot L = vCL - \frac{vkL^2}{2}$$

- d) De acordo com a Lei de Ampère, a corrente i em um fio infinito gera, a uma distância d , um campo magnético B que circunda o fio, de acordo com a regra da mão direita, tal que:

$$B \cdot 2\pi \cdot d = \mu_0 \cdot i \quad \rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 \cdot i}{2\pi \cdot d}$$

No nosso caso, o campo magnético total em $x=0$ será a soma dos n campos magnéticos B_1 até B_n gerados pelas n correntes i_1 até i_n , distantes d_1 até d_n de $x=0$:

$$B(x=0) = C = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{i_1}{d_1} + \frac{i_2}{d_2} + \dots + \frac{i_n}{d_n} \right)$$

▶ Questão 04

Em uma experiência de campo, um observador parado estuda o movimento de um veículo que se aproxima em sua direção. De tempos em tempos, o veículo emite simultaneamente um sinal acústico de frequência f e um sinal luminoso. No instante $t = t_1$, o observador detecta um sinal luminoso; no instante $t = t_1 + \Delta t_1$, detecta o sinal acústico correspondente com uma frequência f_1 . No instante $t = t_2$, o observador detecta outro sinal luminoso; no instante $t = t_2 + \Delta t_2$, detecta o sinal acústico correspondente com uma frequência f_2 .

Dados:

- $f = 300$ Hz;
- $t_1 = 0$ s;
- $\Delta t_1 = 3$ s;
- $f_1 = 310$ Hz;
- $t_2 = 34$ s;
- $\Delta t_2 = 1$ s;
- $f_2 = 320$ Hz;
- velocidade do som: 340 m/s.

Observação:

- a velocidade do veículo não sofre variações abruptas.

Para o intervalo de tempo $t_1 \leq t \leq t_2$, determine:

- a) a velocidade média do veículo;
 b) a aceleração média do veículo.

Resolução

a) 1ª Emissão dos sinais
 $d_1 = v_s \cdot \Delta t_1 = 340 \cdot 3 = 1020 \text{ m}$

2ª Emissão dos sinais
 $d_2 = v_s \cdot \Delta t_2 = 340 \cdot 1 = 340 \text{ m}$

A velocidade média do veículo é dada por:

$$v_m = \frac{(d_1 - d_2)}{t_1 - t_2} = \frac{1020 - 340}{34 - 0} = \frac{680}{34} = 20 \text{ m/s}$$

b) A aceleração média do veículo será determinada através das velocidades instantâneas no momento das emissões.

- Para o instante t_1 :

$$f_1 = f \cdot \left(\frac{v_s \pm v_0}{v_s \pm v_f} \right) \Rightarrow 310 = 300 \left(\frac{340 + 0}{340 - v_1} \right)$$

$$31(340 - v_1) = 30 \cdot 340 \Rightarrow v_1 = \frac{340}{31} \text{ m/s}$$

- Para o instante t_2 :

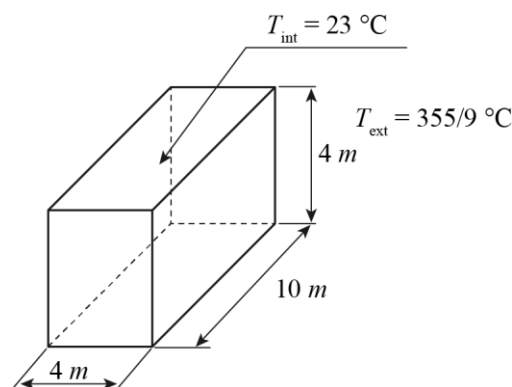
$$f_2 = f \cdot \left(\frac{v_s \pm v_0}{v_s \pm v_f} \right) \Rightarrow 320 = 300 \left(\frac{340 + 0}{340 - v_2} \right)$$

$$32(340 - v_2) = 30 \cdot 340 \Rightarrow v_2 = \frac{340}{16} \text{ m/s}$$

A aceleração média será:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_m = \frac{\left(\frac{340}{16} - \frac{340}{31} \right)}{34 - 0} \cong 0,3 \text{ m/s}^2$$

Questão 05



Um laboratório deve ser mantido refrigerado a certa temperatura e recebe fluxo de calor incidente no teto, sendo que o piso se encontra idealmente isolado. O fluxo de calor em cada parede lateral é tomado como metade daquele recebido pelo teto. O funcionamento do maquinário no interior do laboratório juntamente com a carga térmica relativa aos técnicos está estimado em 25% do fluxo de calor relativo ao teto mais paredes. Um técnico estima que o custo por jornada de 8 horas referente ao acionamento elétrico do aparelho de condicionamento do ar desta instalação é aproximadamente R\$ 40,00.

Dados:

- temperatura de projeto no interior do laboratório: $23 \text{ }^\circ\text{C}$;
- temperatura do ambiente externo: $355/9 \text{ }^\circ\text{C}$;
- dimensões do laboratório: $4 \text{ m} \times 10 \text{ m} \times 4 \text{ m}$;
- fluxo de calor incidente no teto do laboratório nas condições de projeto: 300 W/m^2 ;
- razão entre o coeficiente de desempenho do aparelho de ar condicionado e o do refrigerador de um ciclo de Carnot: $1/6$;
- custo de energia durante o acionamento do compressor do ar condicionado: R\$ 0,70 por kWh.

Baseado nos dados listados e em uma análise termodinâmica do problema, avalie o custo e conclua se a estimativa do técnico está adequada, subestimada ou superestimada.

Resolução

Considerando que o fluxo de calor mencionado no enunciado, refere-se à intensidade (I) de calor, ou seja fluxo térmico por unidade de área, podemos calcular o fluxo total através do teto e paredes:

$$\Phi_i = I_t \cdot A_t + I_p \cdot A_p$$

$$\Phi_i = 300 \cdot (40) + \left(\frac{300}{2}\right) \cdot (2 \cdot 4 \cdot 10 + 2 \cdot 4 \cdot 4)$$

$$\Phi_i = 12000 + 16800 = 28800 \text{ W}$$

A carga térmica consome uma taxa de calor dada por:

$$Pot = \frac{1}{4} \Phi = \frac{1}{4} \cdot 28800 = 7200 \text{ W}$$

Logo, a potência total que aquece o laboratório é dada por:

$$Pot_t = Pot + \Phi_i = 36000 \text{ W}$$

O coeficiente de desempenho do aparelho de ar condicionado é dado por:

$$K = \frac{1}{6} \cdot K_c \Rightarrow K = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{T_f}{T_q - T_f}\right)$$

$$K = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{23 + 273}{\frac{355}{9} - 23}\right) = \frac{1}{6} \cdot 18 = 3$$

Logo o consumo (w) do ar condicionado será:

$$E = W \cdot \Delta t = 12K \cdot 8h = 96 \text{ Kwh}$$

Desta forma, o custo é dado por:

$$C = 0,70 \cdot 96 \Rightarrow C = \text{R\$ } 67,20$$

conclui-se que a análise do técnico foi subestimada.

Questão 06

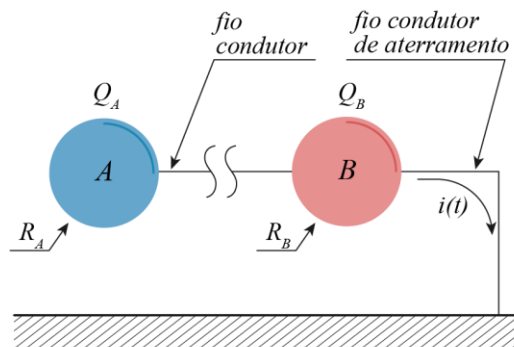


Figura 1

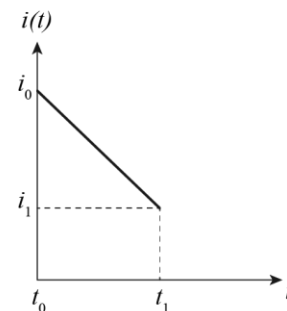


Figura 2

Duas esferas condutoras A e B, inicialmente isoladas, com cargas positivas Q_A e Q_B e raios R_A e R_B , são ligadas por meio de um fio condutor ideal e longo. Depois do sistema entrar em equilíbrio eletrostático, outro fio condutor, com pequena resistência elétrica, é conectado à esfera B no instante $t = t_0$ e o sistema é aterrado, conforme mostra a figura acima à esquerda. Durante o período em que o sistema permanece aterrado, circula pelo fio condutor de aterramento a corrente $i(t)$ variante com o tempo mostrada no gráfico à direita. Em $t = t_1$, o fio de aterramento é desconectado e, depois do sistema entrar novamente em equilíbrio eletrostático, o fio condutor que conecta as duas esferas é retirado.

Dados:

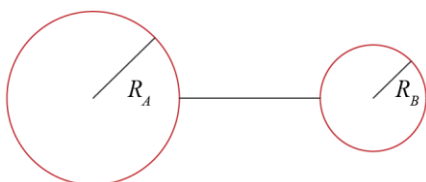
- carga da esfera A: $Q_A = 6 \text{ C}$;
- carga da esfera B: $Q_B = 4 \text{ C}$;
- raio da esfera A: $R_A = 2 \text{ m}$;
- raio da esfera B: $R_B = 1 \text{ m}$;
- corrente i_0 : 5 A ;
- corrente i_1 : 3 A ;
- instante de tempo t_0 : 0 s ;
- instante de tempo t_1 : $1,5 \text{ s}$.

Diante do exposto, determine:

- a) a densidade superficial de carga de cada esfera depois que são conectadas e antes do aterramento.
- b) a soma das cargas das esferas A e B após o fio de aterramento ter sido desconectado em $t = t_1$;
- c) a carga da esfera A depois do fio condutor que conecta as duas esferas ter sido retirado.

Resolução

a)



No equilíbrio, temos:

$$V_A = V_B$$

$$\frac{KQ'_A}{R_A} = \frac{KQ'_B}{R_B} \Rightarrow \frac{Q'_A}{2} = \frac{Q'_B}{1}$$

como $Q'_A + Q'_B = Q_A + Q_B = 4 + 6 = 10$, Logo:

$$2Q'_B + Q'_B = 10 \Rightarrow Q'_B = \frac{10}{3} C$$

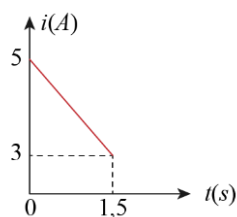
$$Q'_A = \frac{20}{3} C$$

As densidades de cargas serão:

$$\tau'_A = \frac{Q'_A}{A_A} = \frac{\frac{20}{3}}{4\pi \cdot 2^2} = \frac{5}{12\pi} C/m^2$$

$$\tau'_B = \frac{Q'_B}{A_B} = \frac{\frac{10}{3}}{4\pi \cdot 1^2} = \frac{5}{6\pi} C/m^2$$

b) graficamente, temos:



$$Q \cong \text{Área}$$

$$Q = \frac{(5+3) \cdot 1,5}{2}$$

$$Q = 6 C$$

Como a carga inicial é 10 C e foram descarregados 6 C, restam nas esferas após o fio de aterramento ser desconectado 4 C.

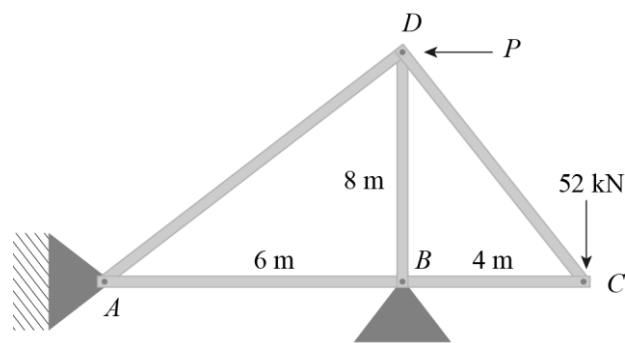
c)

$$Q_A'' + Q_B'' = 4$$

$$\frac{K \cdot Q_A''}{R_A} = \frac{KQ_B''}{R_B} \Rightarrow \frac{Q_A''}{2} = \frac{Q_B''}{1}$$

$$Q_A'' + \frac{Q_A''}{2} = 4 \Rightarrow Q_A'' = \frac{8}{3} C$$

▶ Questão 07



O guindaste da figura é montado com o auxílio da barra vertical BD, das barras horizontais AB e BC e das barras inclinadas AD e CD. O apoio A resiste a forças horizontais e verticais, enquanto o apoio B resiste apenas às forças verticais. Sabe-se que a reação normal no apoio B é 60 kN de baixo para cima e que são aplicadas forças externas indicadas nos pontos C e D.

Observações:

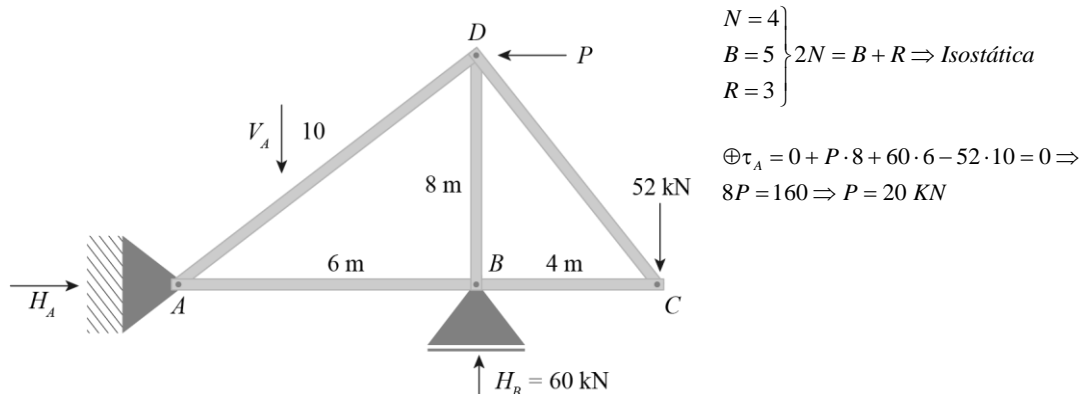
- as barras são rígidas e possuem massa desprezível;
- a força P no ponto D é horizontal e a força de 52 kN no ponto C é vertical.

Na condição de equilíbrio, determine:

- a força horizontal P;
- o módulo da reação no apoio A;
- a força atuante na barra AD, discriminando se é de tração ou compressão.

Resolução

a)



$$\left. \begin{array}{l} N = 4 \\ B = 5 \\ R = 3 \end{array} \right\} 2N = B + R \Rightarrow \text{Isostática}$$

$$\oplus \tau_A = 0 + P \cdot 8 + 60 \cdot 6 - 52 \cdot 10 = 0 \Rightarrow 8P = 160 \Rightarrow P = 20 \text{ KN}$$

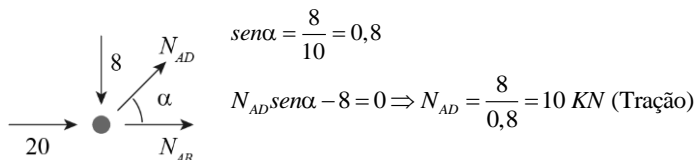
b) $\sum y = 0: V_A + 52 = 60 \Rightarrow V_A = 8 \text{ KN}$ (para baixo)

$\sum x = 0: H_A = 20 \text{ KN}$ (para direita)

$R_A^2 = V_A^2 + H_A^2 = 64 + 400 = 464 \Rightarrow$

$R_A = 4\sqrt{29} \text{ KN}$

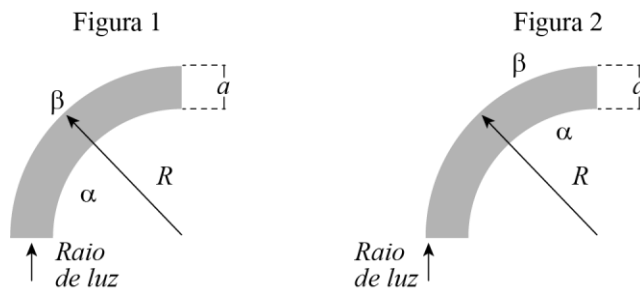
c) Nó A:



$\text{sen} \alpha = \frac{8}{10} = 0,8$

$N_{AD} \text{sen} \alpha - 8 = 0 \Rightarrow N_{AD} = \frac{8}{0,8} = 10 \text{ KN}$ (Tração)

Questão 08



Uma fibra ótica tem uma seção transversal de espessura a e possui o formato mostrado nas figuras, onde a curva externa β é um arco de 1/4 de circunferência de raio R e a curva interna α é um arco de 1/4 de circunferência de raio $R-a$. Considere duas situações: na situação da Figura 1, um raio de luz entra na fibra tangenciando a curva α ; na situação da Figura 2, um raio de luz entra na fibra tangenciando a curva β por dentro.

Dados:

- índice de refração no interior da fibra: n ;
- índice de refração do meio externo à fibra: 1;
- velocidade da luz no vácuo: c .

Observação:

- em ambas as situações o raio de luz incide perpendicularmente à superfície da fibra.

Considerando as duas situações, determine:

- o menor valor de R , em função de a e n , de forma que o raio de luz mostrado na situação da Figura 1 fique confinado e não escape da fibra na primeira incidência na curva β ;
- o tempo de viagem do raio de luz confinado à fibra na situação da Figura 2.

Resolução

a) O ângulo limite é dado por:

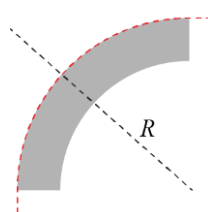
$$\text{sen}L = \frac{n_{AR}}{n}$$

$$\frac{(R-a)}{R} = \frac{1}{n}$$

$$nR - na = R$$

$$R(n-1) = na$$

$$R = \frac{na}{n-1}$$

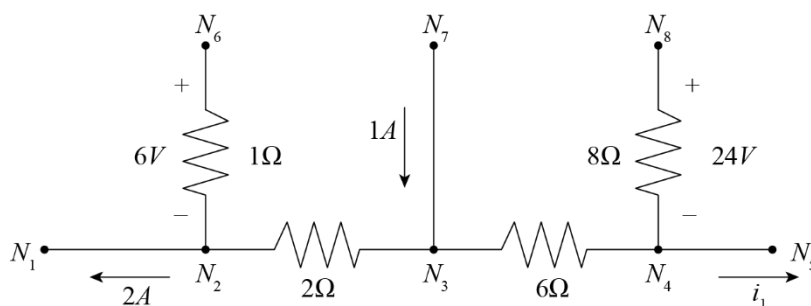


b) Nessa situação limite, o raio de luz segue solidário à superfície externa da fibra óptica. Logo, o tempo de viagem do raio será:

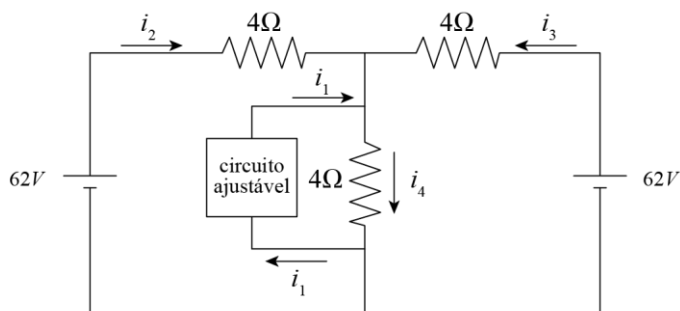
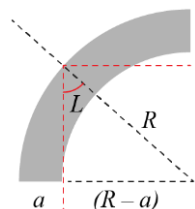
$$D = v \cdot t$$

$$\frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot R = \frac{c}{n} \cdot t$$

$$t = \frac{n \cdot \pi \cdot R}{2}$$



Circuito 1



Circuito 2

As figuras ilustram dois circuitos. O Circuito 1 possui oito nós, numerados de N_1 a N_8 , quatro resistores e apresenta algumas medidas realizadas por voltmímetros e amperímetros, inclusive a corrente i_1 entre os nós N_4 e N_5 . Já o Circuito 2 possui duas baterias de 62 V, três resistores idênticos e um circuito que é ajustável de forma que por ele circule a mesma corrente i_1 indicada no Circuito 1.

Determine as correntes i_1 , i_2 , i_3 e i_4 do Circuito 2.

Resolução

Lei dos Nós no circuito 1:

$$\begin{array}{c} \bullet 6A \\ \downarrow \\ 2A \leftarrow \downarrow 6-2=4A \\ \bullet \end{array} \quad \begin{array}{c} \downarrow 1A \\ \bullet \rightarrow 4+1=5A \\ \bullet \end{array} \quad \begin{array}{c} \downarrow \frac{24}{8}=3A \\ \bullet \rightarrow 3+5 \Rightarrow i_1=8A \\ \bullet \end{array}$$

Circuito 2 é simétrico $\Rightarrow i_2 = i_3 = i$

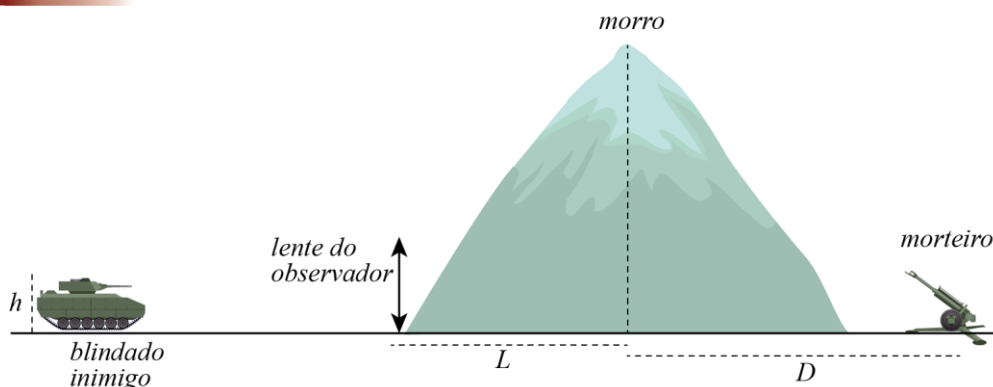
Lei dos Nós: $2i + i_1 = i_4$ (Eq. 1)

Lei das Malhas: $\{-62 + 4i + 4i_4 = 0\} - 62 + 4(2i + 8) + 4i = 0$

$12i = 30 \Rightarrow i_3 = i_2 = 2,5 \text{ A}$

(Eq.1) $2 \cdot 2,5 + 8 = i_4 \Rightarrow i_4 = 13 \text{ A}$

Questão 10



Um sistema automático de defesa contra um determinado tipo de blindado inimigo é instalado próximo a um morro, como mostra a figura. Nesse sistema, um observador comanda o disparo de um morteiro que se encontra escondido atrás desse mesmo morro, com base na imagem do blindado obtida através de uma lente convergente especial. O observador realiza duas medidas do tamanho da imagem do blindado em instantes diferentes e utiliza esses valores para calcular o instante de disparo do morteiro.

Dados:

- distância focal da lente do observador: $f = 50 \text{ m}$;
- altura do morro: $H = 320 \text{ m}$;
- altura do blindado inimigo: $h = 2,7 \text{ m}$;
- distância horizontal entre a lente e o topo do morro: $L = 110 \text{ m}$;
- velocidade de disparo do projétil: $v_0 = 100 \text{ m/s}$;
- intervalo de tempo entre as medidas dos tamanhos das imagens: $\Delta t = 25 \text{ s}$;
- tamanho da primeira medida da imagem invertida: $i_1 = 5,40 \text{ cm}$;
- tamanho da segunda medida da imagem invertida: $i_2 = 6,75 \text{ cm}$;
- aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Observações:

- o blindado e o morteiro estão na mesma horizontal;
- para efeito de cálculo do ponto de impacto do projétil, use o chão como referência.

Sabendo que o blindado se desloca com velocidade constante em direção à lente do observador e que o projétil atirado pelo morteiro atinge seu ponto máximo na trajetória exatamente no pico do morro, determine:

- a) a que distância horizontal D do pico do morro o morteiro deve ser posicionado;
- b) as distâncias entre o blindado e a lente nos momentos das duas medidas;
- c) a velocidade do blindado;
- d) o intervalo de tempo depois da segunda medida de imagem para que o disparo seja realizado e possa atingir o blindado.

Resolução

a)

$$V_x \text{ permanece constante} \Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m v_y^2$$

$$v_y^2 = 2 \cdot 10 \cdot 320 \Rightarrow v_y = 80 \text{ m/s}$$

$$V_y = g \cdot t \Rightarrow t = \frac{v_y}{g} = \frac{80}{10} = 8 \text{ s}$$

$$D = V_x \cdot t \Rightarrow V_x^2 = 100^2 - 80^2 \Rightarrow V_x = 60 \text{ m/s}$$

$$D = 60 \cdot 8 \Rightarrow D = 480 \text{ m}$$

b) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} = \frac{p-f}{fp} \Rightarrow \frac{p'}{p} = \frac{f}{p-f} = -A$

como a lente é convergente e as imagens são invertidas, f , p e p' são todos positivos

$$A = \frac{-i}{0} \Rightarrow \text{Posição 1} = \frac{5,4 \cdot 10^{-2}}{2,7} = \frac{50}{p-50} \Rightarrow p-50 = \frac{50 \cdot 10^2}{2}$$

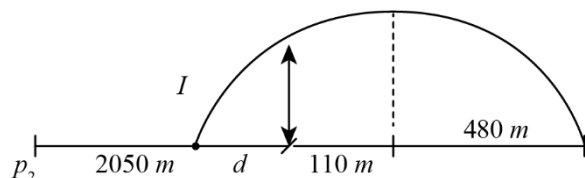
$$P_1 = 2550 \text{ m}$$

$$\text{Posição 2} = \frac{6,75 \cdot 10^{-2}}{2,7} = \frac{50}{p-50} \Rightarrow p-50 = \frac{2,7 \cdot 50 \cdot 10^2}{6,75}$$

$$p-50 = \frac{2,7}{1,35} \cdot 10^3 \Rightarrow P_2 = 2050 \text{ m}$$

$$c) \quad v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2550 - 2050}{25} = \frac{500}{25} = v = 20 \text{ m/s}$$

d)



Sendo d a distância da lente ao ponto de impacto I , temos que $d = 370 \text{ m}$.

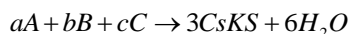
Assim sendo o tanque deslocará $(2050 \text{ m} - 370 \text{ m})$ em t_{segundos} :

$$t = \frac{1680}{20} = 84 \text{ s. Como o tempo de voo} = 2 \cdot 8 = 16 \text{ s, } \Delta t = 84 \cdot 16 \Rightarrow \Delta t = 68 \text{ s}$$

3º DIA - QUÍMICA

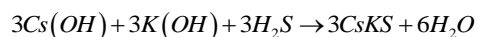
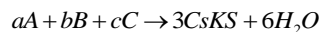
Questão 01

Considere a reação abaixo:



Identifique os reagentes A , B e C e os respectivos coeficientes estequiométricos a , b e c que são empregados na reação de obtenção de 3 mols do sal duplo $CsKS$.

Resolução



A: $Cs(OH)$

B: KOH

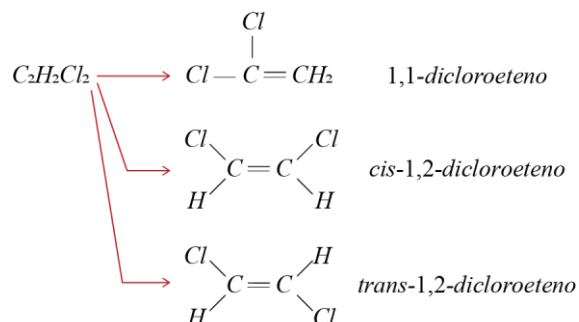
C: H_2S

Pela fórmula do sal duplo, $CsKS$, nota-se 2 mol de cátion para 1 mol de ânion ($Cs^+K^+S^{2-}$). Podemos inferir que a referida reação é de neutralização e, portanto, os cátions K^+ e Cs^+ são provenientes de monobases do grupo 1 da tabela periódica. Já o ânion, S^{2-} , por ser divalente, é advindo do diácido, o H_2S .

Questão 02

Determine os isômeros do composto de fórmula molecular $C_2H_2Cl_2$, apresentando suas fórmulas estruturais e respectivas nomenclaturas IUPAC.

Resolução



Questão 03

Durante um experimento em laboratório, o pesquisador verificou a necessidade de uma fonte de energia com capacidade de fornecer uma f.e.m. em corrente contínua com valor entre 2,0 e 2,5 volts. Para atender a essa demanda, decidiu montar uma pilha eletroquímica, tendo disponíveis ácido sulfúrico, estanho, magnésio e níquel, e utilizou um circuito sempre fechado em que não se aplica o Princípio de Le Chatelier.

Potenciais-padrão de redução com base no eletrodo padrão de hidrogênio:

Íons	SO_4^{2-}	Sn^{4+}	Mg^{2+}	Ni^{2+}
E° (V)	+0,20	+0,13	-2,37	-0,25

Com base nas informações acima, pede-se:

- identificar os elementos que o pesquisador deve selecionar para compor a pilha;
- mostrar que a f.e.m. da pilha selecionada atende à necessidade do experimento;
- escrever as semirreações e a reação global para a pilha selecionada.

Resolução

- a) Considerando os valores de f.e.m. ou ΔE fornecido, $2,0 \text{ V} < \Delta E < 2,5 \text{ V}$, o magnésio deve construir o ânodo da pilha. O cátodo pode ser constituído por níquel, Ni^{2+}/Ni , o que geraria $\Delta E^\circ = +2,12 \text{ V}$, ou por estanho, $\text{Sn}^{4+}/\text{Sn}^{2+}$, o que forneceria $\Delta E^\circ = +2,50 \text{ V}$. Devido ao intervalo de 2,0 V a 2,5 V, a escolha para o cátodo deve ser o níquel.

Ânodo: magnésio

Cátodo: níquel

Eletrólitos: $\text{MgSO}_4(\text{aq})$ e $\text{NiSO}_4(\text{aq})$

\(\backslash\) Formados pela reação com H_2SO_4

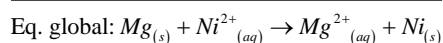
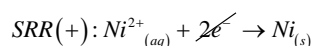
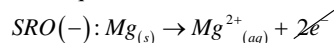
- b) Pilha magnésio-níquel

$$\Delta E^\circ = E^\circ_{\text{red}(\text{maior})} - E^\circ_{\text{red}(\text{menor})}$$

$$\Delta E^\circ = -0,25 \text{ V} - (-2,37 \text{ V})$$

$$\Delta E^\circ = +2,12 \text{ V}$$

- c) Pilha magnésio-níquel



Questão 04

Uma amostra de 0,156 g de benzeno gasoso sofreu combustão em um calorímetro de pressão constante com capacidade calorífica de $586 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

Sabe-se que:

- a temperatura do calorímetro aumentou em 6,0 K;
- todos os produtos formados são gasosos;
- o conjunto calorímetro-meio reacional é um sistema isolado;
- todo o benzeno foi consumido.

Calcule a massa, em gramas, de dióxido de carbono formado.

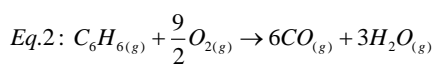
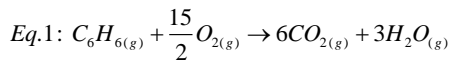
Resolução

Calculando o número de mols de benzeno na amostra, temos:

$$\text{MM}(\text{C}_6\text{H}_6) = 6 \cdot 12 + 6 \cdot 1 = 78 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$n = \frac{0,156}{78} = 0,002 \text{ mols.}$$

Iremos assumir que parte do benzeno sofre combustão completa e parte sofre combustão incompleta. Além disso, assumiremos que a combustão incompleta forma CO e H_2O , apenas. Assim:



Calculando as variações de entalpia para cada processo, temos:

$$\Delta H_1^0 = 6 \cdot \Delta H_f^0(CO_{2(g)}) + 3 \cdot \Delta H_f^0(H_2O_{(g)}) - \left(\Delta H_f^0(C_6H_{6(g)}) + \frac{15}{2} \cdot \Delta H_f^0(O_{2(g)}) \right)$$

$$\Delta H_1^0 = 6 \cdot (-394) + 3 \cdot (-242) - \left(83 + \frac{15}{2} \cdot 0 \right) = -3173 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\Delta H_2^0 = 6 \cdot \Delta H_f^0(CO_{(g)}) + 3 \cdot \Delta H_f^0(H_2O_{(g)}) - \left(\Delta H_f^0(C_6H_{6(g)}) + \frac{9}{2} \cdot \Delta H_f^0(O_{2(g)}) \right)$$

$$\Delta H_2^0 = 6 \cdot (-111) + 3 \cdot (-242) - \left(83 + \frac{9}{2} \cdot 0 \right) = -1475 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

O aumento da temperatura do calorímetro é resultado da energia liberada no processo. Assim, temos:

$$E = C \cdot \Delta\theta = 586 \cdot 6 = 3516 \text{ J}$$

Sendo x o número de mols de benzeno que sofreu combustão completa, o número de mols de benzeno que sofreu combustão incompleta será $(0,002 - x)$ mols. Assim:

$$E = x \cdot |\Delta H_1^0| + (0,002 - x) \cdot |\Delta H_2^0| = 3173 \cdot 10^3 \cdot x + (0,002 - x) \cdot 1475 \cdot 10^3$$

$$3516 = 1698 \cdot 10^3 \cdot x + 2950$$

$$x \cong 0,333 \cdot 10^{-3} \text{ mols}$$

Pela proporção estequiométrica da reação, o número de mols de CO_2 formado é $6x$, ou seja:

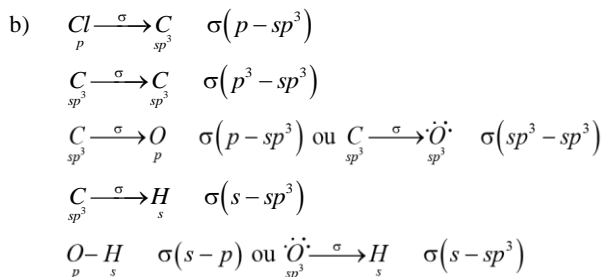
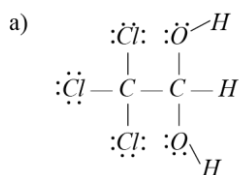
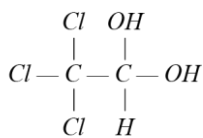
$$m(CO_{2(g)}) = 6 \cdot 0,333 \cdot 10^{-3} \cdot 44 = 88 \cdot 10^{-3} \text{ g} = 88 \text{ mg}$$

▶ Questão 05

Com relação ao composto 2,2,2-tricloroetano-1,1-diol:

- represente a sua estrutura de Lewis;
- classifique cada uma das ligações covalentes desse composto químico, indicando entre parênteses os orbitais que se sobrepõem na ligação, conforme a teoria de ligação de valência.

Resolução



Questão 06

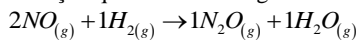
Os principais poluentes nitrogenados do ar são o óxido nítrico e o dióxido de nitrogênio. O primeiro é produzido durante tempestades de raios e no interior de motores a combustão. Em altas temperaturas, o óxido nítrico reage com hidrogênio formando óxido nitroso, um dos gases causadores do efeito estufa, além de água. De modo a estudar a cinética desta reação a 820 °C, a taxa de formação inicial de óxido nitroso foi medida, partindo-se de misturas com diferentes pressões parciais de óxido nítrico e gás hidrogênio, conforme tabela abaixo:

Experimento	Pressão parcial do gás (Pa)		Taxa inicial de produção de óxido nitroso (Pa.s ⁻¹)
	Óxido nítrico	Hidrogênio	
1	16 000	8 000	12
2	8 000	8 000	3
3	8 000	24 000	9

Determine se a reação é elementar.

Resolução

A reação que ocorre é a seguinte:



Pela análise da tabela,

Experimento	Pressão parcial do gás (Pa)		Taxa inicial de produção de óxido nitroso (Pa.s ⁻¹)
	Óxido nítrico	Hidrogênio	
1	16 000	8 000	12
2	8 000	8 000	3
3	8 000	24 000	9

Diagrama de análise: setas vermelhas indicam mudanças entre experimentos. De 1 para 2, NO diminui por 2 (×2) e H2 permanece constante (CTE), a taxa cai por 4 (×4). De 2 para 3, NO permanece constante (CTE) e H2 aumenta por 3 (×3), a taxa aumenta por 3 (×3).

A lei de velocidade é dada por:

$$V = K \cdot [NO]^x \cdot [H_2]^y \text{ ou } V = K \cdot P_{NO}^x \cdot P_{H_2}^y$$

As ordens x e y podem ser determinadas pela análise da tabela. Comparando os experimentos 2 e 1, pode-se concluir que, mantendo P_{H_2} constante, ao dobrar a P_{NO} , a velocidade quadruplicou, assim, a ordem do NO é igual a 2.

Agora, comparando os experimentos 2 e 3, pode-se notar que, mantendo P_{NO} constante, ao triplicar a P_{H_2} , a velocidade triplica, logo, a ordem do H₂ é igual a 1.

Como as ordens coincidem com os coeficientes estequiométricos, pode-se concluir que a reação é elementar.

Observação: Os dados sugerem que a reação seja elementar. Contudo, cabe ressaltar que a reação seria trimolecular, o que torna a reação dificultada.

Questão 07

Uma solução de 222 g de cloreto de cálcio e 342 g de sacarose em 2 L de água destilada apresenta pressão osmótica idêntica à de uma solução de ureia em igual volume de água destilada, de concentração 3 mol/L, estando ambas diluídas e nas mesmas condições de temperatura e pressão.

Com relação às informações apresentadas:

- calcule a temperatura de ebulição da primeira solução;
- determine o grau de dissociação do cloreto de cálcio.

Resolução

a)

$$Ke \cong \frac{R \cdot T_E^2}{1000 \cdot Lv}$$

$$Ke \cong \frac{2 \text{ cal} \cdot K^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot (373 \text{ K})^2}{1000 \cdot 540 \text{ cal} \cdot g^{-1}}$$

$$Ke \cong 0,52 \text{ K} \cdot \text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Para $\text{CaCl}_2 = i = 2,5$

$$W_{particula} = \frac{2 \text{ mol}}{2 \text{ kg}} \cdot 2,5 \Rightarrow 2,5 \text{ mol} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Para sacarose:

$$W_{particula} = \frac{1 \text{ mol}}{2 \text{ kg}} \Rightarrow 0,5 \text{ mol} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$W_{particula} = 2,5 + 0,5 = 3,0 \text{ mol} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$\Delta T_E = K_E \cdot W_{total}$$

$$\Delta T_E = 0,52 \text{ }^\circ\text{C} \cdot \text{kg} \cdot \text{mol}^{-1} \times 3,0 \text{ mol} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$\Delta T_E = 1,56 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_E = T_{E \text{ solucao}} - T_{E \text{ H}_2\text{O}}$$

$$1,56 = T_{E \text{ solucao}} - 100$$

$$T_{E \text{ solucao}} = 101,56 \text{ }^\circ\text{C} \text{ (374,56 K)}$$

OBS: Nessa solução calculamos a constante ebulioscópica, que não foi dada no exercício, e a concentração molal das partículas na solução de cloreto de cálcio e sacarose utilizando o fator de correção (i) da letra b).

b) Solução 1:

222 g CaCl_2 e 342 g $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$

$$n_{\text{CaCl}_2} = \frac{222 \text{ g}}{111 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = 2 \text{ mol} \Rightarrow [\text{CaCl}_2] = \frac{2 \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 1 \text{ mol/L}$$

$$n_{\text{sacarose}} = \frac{342 \text{ g}}{342 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = 1 \text{ mol} \Rightarrow [\text{sacarose}] = \frac{1 \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 0,5 \text{ mol/L}$$

$$[\text{particulas}] = [\text{CaCl}_2] \cdot i + [\text{sacarose}]$$

Solução isotônica com solução ureia 3 mol/L

$$[\text{particulas}] = [\text{ureia}] = 3 \text{ mol/L}$$

$$3 \text{ mol/L} = 1 \text{ mol/L} \cdot i + 0,5 \text{ mol/L}$$

$$i = 2,5$$

$$i = 1 + \alpha(q - 1)$$

$$\text{CaCl}_2 \Rightarrow q = 3 \Rightarrow \alpha = \frac{i - 1}{q - 1} \Rightarrow \alpha = \frac{2,5 - 1}{3 - 1} \Rightarrow \alpha = 0,75 \text{ (75\%)}$$

Questão 08

Produz-se $\text{NH}_3(\text{g})$ reagindo $\text{H}_2(\text{g})$ com $\text{N}_2(\text{g})$. A reação ocorre em uma temperatura T , $113 \text{ }^\circ\text{C}$ maior do que a temperatura em que a mesma deixa de ser espontânea.

Considere os dados termodinâmicos abaixo e que os mesmos não variam com a temperatura e com a pressão.

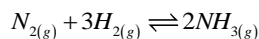
$\text{N}_{2(\text{g})}$	$\text{H}_{2(\text{g})}$	$\text{NH}_{3(\text{g})}$
$S = 192,0 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$	$S = 131,0 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$	$S = 192,5 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$; $\Delta H_f = -46 \text{ 000 J/mol}$

A partir dos dados do enunciado, pede-se:

- calcular o valor de $\Delta G_r(T)$;
- determinar se a constante de equilíbrio da reação de produção da amônia é $K_{eq} > 1$, $K_{eq} = 0$ ou $K_{eq} < 1$;
- justificar em qual pressão, $P = 1 \text{ atm}$ ou $P = 200 \text{ atm}$, haverá maior produção de $\text{NH}_3(\text{g})$ no equilíbrio.

Resolução

A reação é representada pela equação abaixo:



- Para determinar o ΔG , deve-se primeiro determinar o ΔH e o ΔS .

$$\Delta H_R = \sum \Delta H_{f(P)} - \sum \Delta H_{f(R)}$$

$$\Delta H_R = [(-46000 \text{ J}) \cdot 2] - [0] = -92000 \text{ J}$$

$$\Delta S_R = \sum \Delta S_{f(P)} - \sum \Delta S_{f(R)}$$

$$\Delta S_R = [(192,5) \cdot 2] - [(131) \cdot 3 + (192)] = -200 \text{ J/K}$$

$$\Delta G_R = \Delta H_R - T \Delta S_R \quad \therefore \Delta G_R = -92000 - T \cdot (-200)$$

Fazendo $\Delta G_R^\circ = 0$, situação na qual o processo deixa de ser espontâneo,

$$0 = -92000 + 200 T \quad \therefore T = 460 \text{ K}$$

Como a reação ocorre numa temperatura 113 °C maior que 460 K, então $T = 573 \text{ K}$

Portanto,

$$\Delta G_R = \Delta H_R - T \Delta S_R = -92000 - 573(-200)$$

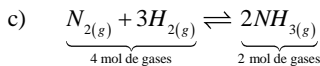
$$\Delta G_R = +22,6 \text{ kJ/mol } N_2$$

b) $\Delta G = \Delta G^\circ + RT \ln K_{eq}$

No equilíbrio, $\Delta G = 0$, logo, $K_{eq} = e^{-\frac{\Delta G^\circ}{RT}}$

$$K_{eq} = e^{-\frac{(22600)}{8 \times 573}} = e^{-4,93}$$

Conclui-se que $K_{eq} < 1$.



Em maiores pressões, o equilíbrio desloca para o lado de menor quantidade de gás, portanto, para os produtos. Assim, em 200 atm, mais NH_3 será formado.

Questão 09

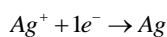
A substância gasosa obtida na reação de 4 mols de peróxido de hidrogênio com óxido de prata, em excesso, foi borbulhada continuamente em um bécher contendo 1 litro de água. Durante os 16 minutos em que a reação ocorreu, constatou-se que a quantidade de gás dissolvido na água aumentou de 2,5 mg · L⁻¹ para 8 mg · L⁻¹.

Determine:

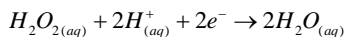
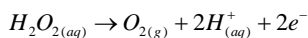
- a estequiometria da reação;
- a ordem dessa reação, considerada elementar, em relação ao peróxido;
- a velocidade média de produção de gás na reação;
- o volume de gás que foi dissolvido na água, medido nas CNTP.

Resolução

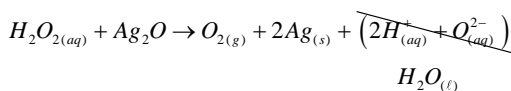
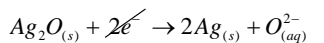
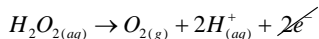
A prata possui NOX +1 quando no óxido de prata (Ag_2O), e esse não pode ser aumentado. Assim, a semirreação que poderia ocorrer é:



Já o peróxido de hidrogênio (H_2O_2) pode sofrer tanto redução quanto oxidação.



Como é um processo de oxirredução, então, o peróxido irá oxidar. Assim, a equação global será dada por:



- $H_2O_{2(aq)} + Ag_2O \rightarrow O_{2(g)} + 2Ag_{(s)} + H_2O_{(l)}$
- Se o processo é elementar, então, a ordem será o coeficiente estequiométrico de cada reagente, nesse caso, igual a 1.
- O processo durou 16 minutos. Iremos assumir que todo o H_2O_2 foi consumido, assim:

$$V_m = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{4}{16} = 0,25 \text{ mol / min}$$

Como a proporção é de 1:1 entre o H_2O_2 e o O_2 , então, a velocidade de consumo é igual à de produção.

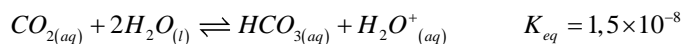
- d) Há uma variação da concentração de O_2 de $(8 - 2,5) = 5,5 \text{ mg.L}^{-1}$. Como o volume da solução é 1 L e o volume molar do O_2 na forma gasosa é 22,4 L, temos:

$$\text{Volume} = \frac{C \cdot V_s \cdot VM}{MM} \quad \text{em que } C \text{ é a variação de concentração, } V_s \text{ é o volume da solução, } VM \text{ é o volume molar do gás e } MM \text{ a massa molar do } O_2.$$

$$\text{Volume} = \frac{(5,5 \cdot 10^{-3}) \cdot 1 \cdot 22,4}{32} = 3,85 \cdot 10^{-3} \text{ L}$$

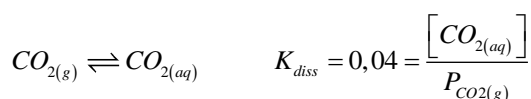
▶ Questão 10

Considere que o dióxido de carbono da atmosfera terrestre reage com a água da chuva, ao nível do mar, criando uma solução tampão de $CO_{2(aq)} | HCO_{3(aq)}^-$, conforme a reação abaixo:

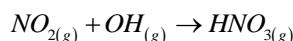


Suponha que:

- I. a pressão parcial de equilíbrio inicial de $CO_{2(g)}$ na atmosfera é $3,75 \times 10^{-4} \text{ bar}$;
- II. para a formação de $CO_{2(aq)}$ a partir de $CO_{2(g)}$, ocorre o seguinte equilíbrio de dissolução atmosfera úmida, com $[CO_{2(aq)}]$ em mol.L^{-1} e $P_{CO_{2(g)}}$ em bar:



- III. 5% em massa de $NO_{2(g)}$ reagem, de forma irreversível, com OH gasoso na atmosfera para gerar $HNO_{3(g)}$, conforme a reação abaixo:



- IV. todo $HNO_{3(g)}$ se dissolve na atmosfera úmida, transformando-se em $HNO_{3(aq)}$;
- V. o $H_2CO_{3(aq)}$ formado a partir da reação de $HNO_{3(aq)}$ com a base do tampão não se converte em $CO_{2(aq)}$, $HCO_{3(aq)}^-$, $H_2O_{(aq)}^+$ ou $H_2O_{(l)}$.

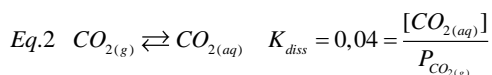
Sabe-se que:

- a única solução positiva da equação $x^2 + 1,5 \cdot 10^{-8} x - 225 \cdot 10^{-15} = 0$ é aproximadamente $5,0 \cdot 10^{-7}$;
- a única solução positiva da equação $x^2 + 8,15 \cdot 10^{-7} x - 6,75 \cdot 10^{-14} = 0$ é aproximadamente $0,8 \cdot 10^{-7}$.

Após a liberação de 184 mg de $NO_{2(g)}$ por m^3 de atmosfera úmida, calcule o módulo da diferença entre os valores final e inicial do pH do tampão de $CO_{2(aq)} | HCO_{3(aq)}^-$.

Resolução:

Os equilíbrios em questão são:



Situação inicial

A pressão parcial de CO_2 gasoso é $3,75 \cdot 10^{-4} \text{ bar}$. Iremos considerar que todo o bicarbonato e o H^+ são provenientes da ionização do ácido carbônico. Assim, do Eq. 2:

$$0,04 = \frac{[CO_{2(aq)}]}{3,75 \cdot 10^{-4}} \therefore [CO_{2(aq)}] = 0,04 \cdot 3,75 \cdot 10^{-4} = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ M}$$

Substituindo no Eq. 1:



$$\text{Início} \quad 1,5 \cdot 10^{-5} \quad 0 \quad 0$$

$$\text{R/F} \quad -x \quad +x \quad +x$$

$$\text{eq} \quad 1,5 \cdot 10^{-5} - x \quad +x \quad +x$$

$$K_{eq} = \frac{[HCO_{3(aq)}^-] \cdot [H_{(aq)}^+]}{[CO_{2(aq)}]} = \frac{x^2}{1,5 \cdot 10^{-5} - x} = 1,5 \cdot 10^{-8}$$

$$x^2 + 1,5 \cdot 10^{-8} \cdot x - 2,25 \cdot 10^{-13} = 0$$

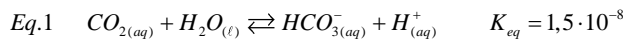
$$x^2 + 1,5 \cdot 10^{-8} \cdot x - 225 \cdot 10^{-15} = 0$$

Pelo enunciado da questão, $x = 5 \cdot 10^{-7}$. Assim, o pH será dado por:

Nota: caso o valor do $[H^+]$ seja esse, deveria ser considerada a autoionização da água, pois esse valor é muito próximo de 10^{-7} . Assim, teríamos:

$$pH = -\log[H^+] = -\log(5 \cdot 10^{-7}) = -\log 5 - \log 10^{-7}$$

$$pH = -0,7 + 7 = 6,3$$



$$\text{Início} \quad 1,5 \cdot 10^{-5} \quad 0 \quad 10^{-7}$$

$$R/F \quad -x \quad +x \quad +x$$

$$eq \quad 1,5 \cdot 10^{-5} - x \quad +x \quad 10^{-7} + x$$

$$K_{eq} = \frac{[HCO_{3(aq)}^-] \cdot [H_{(aq)}^+]}{[CO_{2(aq)}]} = \frac{x \cdot (10^{-7} + x)}{1,5 \cdot 10^{-5} - x} = 1,5 \cdot 10^{-8}$$

$$x^2 + 11,5 \cdot 10^{-8} \cdot x - 2,25 \cdot 10^{-13} = 0$$

$$x = \frac{-11,5 \cdot 10^{-8} + \sqrt{(11,5 \cdot 10^{-8})^2 - 4 \cdot (-2,25 \cdot 10^{-13})}}{2}$$

$$x = \frac{-11,5 \cdot 10^{-8} + \sqrt{(132,25 \cdot 10^{-16}) + (9 \cdot 10^{-13})}}{2}$$

$$x = \frac{-11,5 \cdot 10^{-8} + (9 \cdot 10^{-13})^{1/2} \cdot \left(1 + \frac{(1,3225 \cdot 10^{-14})}{(9 \cdot 10^{-13})}\right)^{1/2}}{2}$$

$$x \cong \frac{-11,5 \cdot 10^{-8} + (9 \cdot 10^{-13})^{1/2} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{(1,3225 \cdot 10^{-14})}{(9 \cdot 10^{-13})}\right)}{2}$$

$$x \cong \frac{-11,5 \cdot 10^{-8} + 3 \cdot 3,16 \cdot 10^{-7} \cdot (1 + 1,47 \cdot 10^{-2})}{2}$$

$$x \cong \frac{-1,15 \cdot 10^{-7} + 9,48 \cdot 10^{-7} \cdot (1,0147)}{2} = 4,23 \cdot 10^{-7}$$

$$[H_{(aq)}^+] = 10^{-7} + x = 5,23 \cdot 10^{-7}$$

Dessa forma, o erro do valor do pH é pequeno. Mas, caso algum candidato tenha considerado a autoionização da água e a banca não considere essa interpretação, caberá recurso.

Situação final

Foi adicionado 184 mg de NO_2 em 1 m^3 de atmosfera. Como sua massa molar é $46 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, isso corresponde a $4 \cdot 10^{-3}$ mols em 10^3 L. Como o rendimento da reação de conversão do NO_2 em HNO_3 é de 5% e considerando toda a ionização do ácido nítrico na água, seria o mesmo que adicionar $2 \cdot 10^{-7}$ mols/L de H^+ à situação inicial.

O H^+ adicionado deslocará o equilíbrio para formar H_2CO_3 . No entanto, o enunciado pede para se considerar que essa quantidade de H_2CO_3 formada não será convertida em $CO_{2(aq)}$, $(HCO_3)^-(aq)$, $H_3O^+(aq)$ ou H_2O . Assim, consideraremos que só consumirá parte do bicarbonato.

Então:

- Após estabelecido o primeiro equilíbrio:

$$[CO_{2(aq)}] = 1,5 \cdot 10^{-5} - x = 1,45 \cdot 10^{-5}$$

$$[HCO_{3(aq)}^-] = [H_{(aq)}^+] = x = 5 \cdot 10^{-7} \text{ M}$$

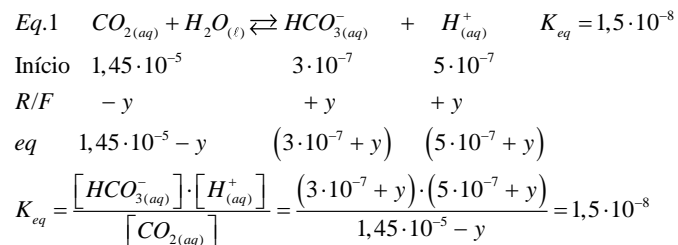
- Após a adição do HNO_3 :

$$[CO_{2(aq)}] = 1,5 \cdot 10^{-5} - x = 1,45 \cdot 10^{-5}$$

$$[H_{(aq)}^+] = x = 5 \cdot 10^{-7} \text{ M}$$

$$[HCO_{3(aq)}^-] = 5 \cdot 10^{-7} - 2 \cdot 10^{-7} = 3 \cdot 10^{-7} \text{ M}$$

Para alcançar o equilíbrio, temos:



$$y^2 + 8 \cdot 10^{-7} \cdot y + 15 \cdot 10^{-14} = 2,175 \cdot 10^{-13} - 1,5 \cdot 10^{-8} \cdot y$$

$$y^2 + 8,15 \cdot 10^{-7} \cdot y - 6,75 \cdot 10^{-14} = 0$$

Pelo enunciado, a raiz positiva dessa equação será $0,8 \cdot 10^{-7}$, assim:

$$[\text{H}^+] = (5 \cdot 10^{-7} + y) = 5 \cdot 10^{-7} + 0,8 \cdot 10^{-7} = 5,8 \cdot 10^{-7} = 58 \cdot 10^{-8} \text{ M}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log(58 \cdot 10^{-8}) = -\log 58 - \log 10^{-8}$$

$$\text{pH} = -1,8 + 8 = 6,2$$

Assim, a diferença de pH será dada por:

$$\Delta\text{pH} = 6,3 - 6,2 = 0,1.$$

4º DIA – PORTUGUÊS

Texto I

Mia Couto é o pseudônimo de António Emílio Leite, nascido em Moçambique em 1955. Em muitas obras, Mia Couto reinventa a língua portuguesa por meio de um poderoso léxico poético, sob a influência dos falares das várias regiões do País, criando um novo modelo de narrativa africana, imbuído às vezes de uma cosmovisão mítica. Terra Sonâmbula, seu primeiro romance, publicado em 1992, conta as peripécias e provações do menino Muidinga e do velho Tuahir, que, fugindo da guerra civil após a descolonização de Moçambique, acham abrigo em um ônibus abandonado em uma estrada. Muidinga al encontra os cadernos de Kindzu, cujos relatos estão relacionados ao passado do menino e da vida comunitária de Moçambique. O título da obra faz referência à instabilidade do País e, portanto, à falta de repouso e de paz de uma terra que permanece "sonâmbula".

O REGRESSO DE MATIMATI

1 Farida me dera um gosto novo de viver. Até ali me distraíra nesse estar contente sem nenhuma felicidade. Depois de Farida me tornei encontrável, em mim visível. Muitas vezes me avisei do perigo desse amor. Nenhum de nós podia esperar muito: como ela, eu era apenas passageiro esquecido da qual viagem. Mas Farida me mandava calar, dedo sorrindo sobre os lábios. Eu temia sua inocência: ela estava desamparada, sem ninguém a quem recorrer. Eu sentia o mesmo, mas de uma outra maneira. Talvez porque não tivesse um filho, não tivesse ninguém. Minha única posse era o medo. Sim, foi para escapar do medo que saíra de minha pequena vila. Porque esse sentimento já totalmente me ocupava: eu passeava com o medo na rua, dormia com o medo em casa. Quem vive no medo precisa um mundo pequeno, um mundo que pode controlar. Nosso mundo, meu e de Farida, tinha agora o tamanho de um navio. Para mim, aquele era apenas um passageiro momento. Para Farida, aquilo era o imutável cumprir de um destino.

10 Minha companheira comentava quase nada as realidades da vida corrente. Fantasiática, tudo para ela ocorria no além-visto. Só uma vez beliscou o assunto da guerra. Inquiria-me como se habitasse um outro país: - Essa guerra algum dia há de acabar?

15 Acenei que sim. Mas meu coração se pequenou, constreitolho. Farida queria conhecer mais: saber o motivo da guerra, a razão daquele desfile de infinitos lutos. Lembrei as palavras de Surendra: tinha que haver guerra, tinha que haver morte. E tudo era para quê? Para autorizar o roubo. Porque hoje nenhuma riqueza podia nascer do trabalho. Só o saque dava acesso às propriedades. Era preciso haver morte para que as leis fossem esquecidas. Agora que a desordem era total, tudo estava autorizado. Os culpados seriam sempre os outros.

- Pode acabar no país, Kindzu. Mas para nós, dentro de nós essa guerra nunca mais vai terminar.

20 Farida não voltou a falar da guerra. Parecia não ter força para enfrentar as matanças distantes. Simplesmente parasse aquela discórdia dentro de si, aquela angústia que lhe tirava o sossego. Era só essa pequenina paz que ela sonhava. Quando, por fim, me despedi, ela me pediu:

- Lá, em Matimati, nunca fale de meu nome. Eles me odeiam.

25 Já em meu concho, remando para terra, surgia clara a razão do meu retorno à costa. Eu procurava apagar o fogo que devorava aquela mulher. Nem sequer era generosidade. Precisava salvar Farida porque ela me salvava da miséria de existir pouco. Havia, por fim, u alguém que não estava metido no mesmo lodo em que todos chafundávamos, alguém que mantinha a esperança, louca que fosse. Farida, ao menos, tinha uma ilha com um

inviável farol, um barco que viria de lá onde habitam os anjonautas.

30 Ao avistar a praia de Matimati, comprovei como são nossos olhos que fazem o belo. Meu estado de paixão puxava um novo lustro àquela terra em ruínas. Aquelas visões, dias antes, já tinham estado em meus olhos. Porém, agora tudo me parecia mais cheio de cores, em assembleia de belezas. Desembarquei sem conhecer por onde começar a busca. Desta vez não havia tanta gente na praia. A multidão se tinha dispersado. Seria por consequência da ameaça das autoridades? Fui subindo por um caminhezito descalço, um trilho tão estreito que mesmo duas serpentes não podiam namorar. A vila era menor do que parecia, suas casas estavam mais inteiras que as da minha terra. Havia, no entanto, excessivos refugiados. Dormiam nas ruas, nos passeios. Por 35 todo lado, se viam corpos estendidos, esteirados ao sol.

Eu circulava por ali, divagante, devagaroso. Como começar para chegar ao filho de Farida? Procurar Irmã Lúcia? Não, ela pouco adiantaria. O menino saíra da Missão rumo aos matos. O melhor seria encontrar tia Euzinha, ela saberia das pistas que Gaspar rumara. Mas, Euzinha: onde seria seu atual paradeiro? Estaria 40 entre aqueles deslocados da vila? Ou resistira no campo, na sua casinha-natal? Resolvi não resolver nada, deixar que a resposta acontecesse sozinha. Restava-me um tempo. Farida prometera não abandonar o barco antes que eu trouxesse novidades de seu filho. Mesmo que viesse gente para resgatar o navio, mesmo assim ela aguardaria por mim. Trocamos jura contra jura.

COUTO, Mía. **Terra Sonâmbula**. São Paulo: Companhia das Letras, 2007, p. 103- 105 (texto adaptado).

▶ Questão 01

É correto afirmar que o texto I – “O regresso de Matimati”:

- a) expressa a ideia de que a guerra enfrentada pelos personagens se deve a disputas de cunho étnico-racial, próprias da região há séculos.
- b) exprime a tese segundo a qual uma guerra que dura tanto tempo se explica pela possibilidade de extorsão dos bens alheios.
- c) denuncia o quanto as pessoas são intolerantes umas em relação às outras, apesar da defesa de um discurso antibelicista.
- d) revela o quanto a guerra está inscrita na própria natureza humana, já que não poderia jamais acabar dentro dos personagens.
- e) enfatiza o aspecto fundamental de um conflito armado, de desencadear o caos e a destruição como o reverso da ordem e da lei.

Resolução

No trecho “Lembrei as palavras de Surenda: tinha que haver guerra, tinha que haver morte. E tudo para quê? Para autorizar roubo. Porque hoje nenhuma riqueza podia nascer do trabalho. Só o saque dava acesso às propriedades.” encontra-se a justificativa para um conflito tão longo: apropriação dos bens alheios.

Alternativa B

▶ Questão 02

No texto I, a linguagem poética e as marcas da oralidade se conjugam, manifestando-se linguisticamente em um traço estilístico marcante na obra do autor, a criação prolífica de neologismos.

Assinale o item que evidencie esse processo de criação de palavras, destacado em negrito:

- a) “[...] aquilo era o imutável **cumprir** de um destino.” (linha 10)
- b) “Só o **saque** dava acesso às propriedades.” (linha 17)
- c) “Meu estado de paixão puxava um novo **lustro** àquela terra em ruínas.” (linhas 29 e 30)
- d) “Havia, no entanto, **excessivos** refugiados.” (linha 35)
- e) “Por todo lado, se viam corpos estendidos, **esteirados** ao sol.” (linhas 35 e 36)

Resolução

A palavra “esteirados” é um neologismo criado por processo de sufixação.

Alternativa E

▶ Questão 03

Em relação ao texto I, considere as seguintes assertivas:

- I. Em "Até ali me distraíra nesse estar **contente** sem **nenhuma** felicidade." (linha 1), os vocábulos em destaque possuem o mesmo número de fonemas.
- II. Em "Mas Farida me **mandava** calar, dedo sorrindo **sobre** os lábios" (linhas 3 e 4), nos vocábulos em destaque há, respectivamente, um encontro consonantal imperfeito e um encontro consonantal perfeito.
- III. Em "Talvez porque não tivesse um filho, não tivesse **ninguém**." (linhas 5 e 6), na palavra destacada há apenas um dígrafo consonantal e um ditongo nasal crescente.

Está(ão) correta(s) apenas a(s) assertiva(s):

- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) I e II.
- e) II e III.

Resolução

C I. Os vocábulos "contente" e "nenhuma" apresentam, igualmente, **6 fonemas: c-on-t-en-t-e / n-e-nh-u-m-a**.

E II. Em "mandava", não há encontro consonantal, porque o "n" não é uma consoante, mas um **ressoo nasal**, formando, porém, um dígrafo vocálico com o "a". Já em "sobre", ocorre um encontro consonantal perfeito em "br". Esse encontro consonantal é perfeito, uma vez que as consoantes encontram-se na mesma sílaba.

E III. Na palavra "ninguém", há um dígrafo vocálico em "in", um dígrafo consonantal em "gu" e um ditongo decrescente nasal em "em". O grafema "m", nesse caso, funciona como semivogal.

Alternativa A

▶ Questão 04

"Eu sentia o **mesmo**, mas de uma **outra** maneira." (linha 5), os termos destacados do texto I estabelecem um par de:

- a) homônimos.
- b) parônimos.
- c) heterônimos.
- d) sinônimos.
- e) antônimos.

Resolução

A antonímia entre as palavras "mesmo" e "outra" só pode ser percebida no contexto em que foram empregadas. Não se trata de palavras antônimas, mas de uma oposição semântica, respaldada na diferente percepção que o narrador e a personagem Frida tinham em relação ao sentimento de desamparo.

Alternativa E

▶ Questão 05

Identifique a oração ou período do texto I no qual predomina o valor dissertativo-argumentativo:

- a) "Farida queria conhecer mais: saber o motivo da guerra, a razão daquele desfile de infinitos lutos." (linhas 14 e 15)
- b) "[...] tinha que haver guerra, tinha que haver morte. E tudo era para quê? Para autorizar o roubo." (linhas 15 e 16)
- c) "- Pode acabar no país, Kindzu. Mas para nós, dentro de nós essa guerra nunca mais vai terminar." (linha 19)
- d) "Farida, ao menos, tinha uma ilha com um inviável farol, um barco que viria de lá onde habitam os anjonautas." (linhas 27 e 28)
- e) "Meu estado de paixão puxava um novo lustro àquela terra em ruínas." (linhas 29 e 30)

Resolução

Pode-se identificar o predomínio da dissertação-argumentativa na passagem apresentada na letra B, por ser observada a presença de um ponto de vista acerca da guerra.

Alternativa B

Questão 06

Em relação ao fragmento "Meu estado de paixão puxava um novo lustro àquela terra em ruínas." (texto I, linhas 29 e 30), a alternativa que melhor explicita a regra para o emprego do acento grave em "àquela" é:

- a) trata-se de uma locução adverbial feminina.
- b) *aquela* é um pronome pessoal de tratamento que admite artigo definido.
- c) é um caso em que o uso do acento indicativo de crase é facultativo.
- d) há locuções prepositivas no fragmento.
- e) há junção da preposição a com um pronome iniciado com a vogal *a*.

Resolução

O sinal indicativo de crase em "Meu estado de paixão puxava um novo lustro àquela terra em ruínas" ocorre pela junção da preposição "a" (da regência do verbo puxar) mais a letra "a" do pronome demonstrativo "aquela", com intuito de se evitar a cacofonia.

Alternativa E

Questão 07

Em "[...] tudo para ela corria no **além-visto**" (linhas 11 e 12), Mía Couto evidencia uma das suas principais características, a criação de novas palavras. De acordo com a gramática normativa, a alternativa em que o emprego do hífen possui a mesma justificativa do vocábulo em destaque "**além-visto**." é:

- a) surdo-mudo.
- b) inter-municipal.
- c) vice-almirante.
- d) pseudo-sábio.
- e) luso-brasileiro.

Resolução

O prefixo "Além" pertence ao seguinte grupo de prefixos: aquém, além, recém, pró, pré, pós, sem, bem, sota, soto, **vice**, vizo, nuper, ex, para, grão, grã e bel, que usam hífen diante de palavras que se iniciam por H ou pela mesma vogal pela qual o prefixo termina. Nesse sentido, pode-se afirmar que "Além-visto" e "vice-almirante" usaram hífen pela mesma regra. Já a palavra "inter-municipal" está grafada incorretamente, uma vez que os prefixos inter, super e hiper usam hífen somente diante de H e R. Portanto, o correto seria (intermunicipal). O mesmo acontece com "pseudo-sábio", que segue a mesma regra dos prefixos auto, contra, extra, infra, intra, neo, proto, pseudo, semi, supra e ultra, que empregam o hífen somente diante de H e de Vogais iguais. Diante disso, conclui-se que "pseudo-sábio" deverá ser corrigido para (pseudossábio).

Alternativa C

Questão 08

Segundo os preceitos da gramática normativa relacionados ao correto emprego das vírgulas, considere as seguintes assertivas relacionadas ao texto I:

- I. Em "Eu sentia o mesmo, mas de uma outra maneira." (linha 5), a vírgula pode ser retirada sem acarretar prejuízo à norma padrão e às informações originais do período por se tratar do uso facultativo da vírgula.
- II. Em "- Pode acabar no país, Kindzu." (linha 19), justifica-se o uso da vírgula por separar facultativamente o termo com a função de vocativo.
- III. Nos excertos "**Já em meu concho**, remando para terra, surgia clara a razão do meu retorno à costa." (linha 24) e "Aqueles visões, **dias antes**, já tinham estado em meus olhos." (linha 30) é correto afirmar que os termos destacados possuem a mesma justificativa para o emprego das vírgulas.

Está(ão) correta(s) apenas a(s) assertiva(s):

- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) I e III.
- d) II e III.

Resolução

E I. A vírgula antes da conjunção coordenativa "**mas**", quando introduz uma oração coordenada sindética de valor adversativo, é de uso obrigatório, e não facultativo.

E II. O termo "Kindzu" é um vocativo, logo, o uso da vírgula é obrigatório.

C III. Os termos "**já em meu concho**" e "**dias antes**" são locuções adverbiais deslocadas, logo, emprega-se vírgula, pela mesma razão, nos dois casos.

Alternativa C

▶ Questão 09

"Farida queria conhecer mais: saber o motivo da guerra, a razão daquele desfile de infinitos lutos. **Lembrei** as palavras de Surendra: tinha que haver guerra, tinha que haver morte." (texto I, linhas 14 a 16)

De acordo com a gramática normativa quanto à regência, a alternativa cuja redação está correta e apresenta o verbo com regência semelhante ao do termo em destaque no excerto acima é:

- a) Farida lembrou-se das palavras de Surendra sobre a guerra.
- b) Nunca me esquecerei os lutos infinitos, disse Surendra.
- c) Farida nunca esqueceu das palavras ditas por Surendra naquela ocasião de guerra.
- d) Após alguns dias, Surendra não esqueceu os infinitos lutos da guerra.
- e) Surendra lembrou dos infinitos lutos e dos reais motivos da guerra.

Resolução

A questão aborda a regência dos verbos ESQUECER e LEMBRAR, que admitem duas regências diferentes (sem alterar o sentido). O trecho "**Lembrei as palavras de Surendra**" poderia ser reescrito (sem infração gramatical) da seguinte forma: "**Lembrei-me das palavras de Surendra**". Se nomearmos a primeira frase de MODELO A e a segunda, de MODELO B, a alternativa (A) segue o modelo B; a alternativa (B) está errada (o correto seria **Nunca me esquecerei dos lutos infinitos, disse Surendra**); a alternativa (C) está errada (o correto seria **Farida nunca se esqueceu das palavras ditas por Surendra**); a alternativa (D) segue o modelo A (sugerido pelo enunciado da questão); e a alternativa (E) está errada (o correto seria Surendra se lembrou dos infinitos lutos da guerra).

Alternativa D

▶ Questão 10

"Fui subindo por um caminhozito descalço, um trilho tão estreito que mesmo duas serpentes não podiam namorar. A vila era menor do que parecia, suas casas estavam mais inteiras que as da minha terra. Havia, no entanto, excessivos refugiados. Dormiam nas ruas, nos passeios." (linhas 33 a 35)

Em relação ao excerto retirado do texto I e de acordo com os preceitos da gramática normativa, é correto afirmar que:

- a) o vocábulo "descalço" do excerto acima exerce a função de predicativo do objeto.
- b) no primeiro período do excerto em destaque, o sujeito da oração está indeterminado.
- c) em "Havia, no entanto, excessivos refugiados", exerce a função de sujeito da oração o termo "refugiados".
- d) no trecho "Fui subindo por um caminhozito descalço, [...]" há um predicado verbo-nominal.
- e) o sujeito do período: "Dormiam nas ruas, nos passeios." classifica-se como inexistente.

Resolução

- a) O "**descalço**" funciona como **predicativo do sujeito**.
- b) O sujeito classifica-se como **determinado oculto (EU)**.
- c) O termo "**refugiados**" compõe o objeto direto do verbo. Trata-se de uma oração sem sujeito, uma vez que o verbo "Havia" é impessoal, quando empregado com sentido de existir, ocorrer e acontecer. É importante lembrar, também, que o objeto direto do verbo HAVER é o sujeito do verbo existir.
- d) O predicado "Fui subindo por um caminhozito descalço" é verbo-nominal por apresentar um verbo de ação "Fui subindo" e um predicativo, "descalço".
- e) No trecho "Dormiam nas ruas, nos passeios", o sujeito é elíptico (determinado pelo contexto).

Alternativa D

Texto II

Carlos Drummond de Andrade foi poeta, contista e cronista da chamada segunda geração do modernismo brasileiro. Os temas das suas obras são variados e profundos, incluindo questões existenciais tais como o amor e o sentido da vida e da morte. O poema "Os ombros suportam o mundo" foi publicado em 1940.

OS OMBROS SUPORTAM O MUNDO

- 1 Chega um tempo em que não se diz mais: meu Deus.
Tempo de absoluta depuração.
Tempo em que não se diz mais: meu amor.
Porque o amor resultou inútil.
- 5 E os olhos não choram.
E as mãos tecem apenas o rude trabalho.
E o coração está seco.

Em vão mulheres batem à porta, não abrirás.
Ficaste sozinho, a luz apagou-se,
10 mas na sombra teus olhos resplandecem enormes.
És todo certeza, já não sabes sofrer.
E nada esperas de teus amigos.

- Pouco importa venha a velhice, que é a velhice?
Teus ombros suportam o mundo
15 e ele não pesa mais que a mão de uma criança.
As guerras, as fomes, as discussões dentro dos edifícios
provam apenas que a vida prossegue
e nem todos se libertaram ainda.
Alguns, achando bárbaro o espetáculo,
20 prefeririam (os delicados) morrer.
Chegou um tempo em que não adianta morrer.
Chegou um tempo em que a vida é uma ordem.
A vida apenas, sem mistificação.

ANDRADE, Carlos Drummond de. **Sentimento do mundo**. 1ª ed. São Paulo: Companhia das Letras, 2012, p. 51.

▶ Questão 11

Em relação ao texto II, pode-se afirmar que o poema

- exprime os sentimentos de uma época de expansão de forças, de realização de pujantes experiências humanas.
- reivindica o ideal de uma época de expansão de forças, de realização de pujantes experiências humanas.
- lamenta a perda de uma época de expansão de forças, de realização de pujantes experiências humanas.
- expressa a impossibilidade de uma época de expansão de forças, de realização de pujantes experiências humanas.
- denuncia os responsáveis pela perda de uma época de expansão de forças, de realização de pujantes experiências humanas.

Resolução

Publicado em 1940 no livro *Sentimento do mundo*, o poema aborda um tema social. *Os ombros suportam o mundo* aborda uma posição resignada diante de tempos de guerra e de injustiças.

Alternativa D

▶ Questão 12

Considere os versos destacados em negrito do texto II:

- Tempo em que não se diz mais: meu amor. **Porque o amor resultou inútil.** (linhas 3 e 4)
- "Teus ombros suportam o mundo **e ele não pesa mais que a mão de uma criança.**" (linhas 14 e 15)
- "As guerras, as fomes, as discussões dentro dos edifícios provam apenas que a vida prossegue **e nem todos se libertaram ainda.**" (linhas 16 a 18)

Com relação aos versos destacados, a alternativa correta é:

- No verso destacado no item I, o poeta aponta a falta de amor da humanidade como causa de uma guerra devastadora.
- No verso destacado no item II, o poeta afirma que o mundo se degradou devido à mesquinha e violência dos homens.
- Nos itens I e III, mostra-se a situação de viver em suspenso, somente lutando, enquanto os perigos e os sofrimentos não cessam.
- No verso destacado no item III, supõe-se que é impossível a emancipação de um estado de sofrimento, conflito e de restrição da existência humana.
- No item I, II e III, evidencia-se a situação de viver em suspenso, somente sobrevivendo, enquanto os perigos e os sofrimentos não cessam.

Resolução

Item I – não dizer mais “meu amor” seria viver em suspenso, porque o amor tornou-se inútil naqueles tempos de guerra.

Item II – não há espaço para a sensibilidade, vive-se em um mundo cada vez mais desumano.

Item III – vivencia-se o sentimento de resignação porque a vida continua.

Alternativa C

▶ Questão 13

Sabe-se que a estilística é a parte da gramática com a finalidade de promover efeitos expressivos na linguagem criativa, à vista disso, Carlos Drummond de Andrade usufruiu de diversos recursos estilísticos em sua obra: "Os ombros suportam o mundo". Sendo assim, podemos afirmar que no título do poema referenciado no texto II há a presença da figura de linguagem denominada:

- metonímia
- eufemismo
- personificação
- catacrese
- metáfora

Resolução

Ocorre uma metonímia. A expressão “ombros” é empregada por “a humanidade”, que é a dona desses ombros.

Alternativa A

▶ Questão 14

Sob a influência de ideias existencialistas, buscando exprimir, no plano linguístico, a ideia do vazio espiritual de uma época em crise, o poeta, no texto II, utiliza um léxico sugestivo da descrença e desilusão. Assinale o item que ilustra este procedimento estilístico:

- a) "Tempo de absoluta depuração." (linha 2)
- b) "Porque o amor resultou inútil." (linha 4)
- c) "mas na sombra teus olhos resplandecem enormes." (linha 10)
- d) "És todo certeza, já não sabes sofrer." (linha 11)
- e) "Pouco importa venha a velhice, que é a velhice?" (linha 13)

Resolução

Ao empregar o adjetivo “inútil” em “o amor resultou inútil”, o poeta expressa o processo de descrença e de desilusão com a vida, com os sentimentos.

Alternativa B

▶ Questão 15

A obra "Os ombros suportam o mundo" integra o livro de poemas Sentimento do mundo, publicado em 1940, escrito por Drummond, um artista atento ao sofrimento humano e às mazelas sociais.

Em relação ao tema abordado no poema, considere as assertivas sobre o texto II.

- I. A dicotomia entre o indivíduo e a coletividade é representada na obra.
- II. A resignação do poema pode ser observada com o enaltecimento da velhice.
- III. A desesperança do homem frente às adversidades do mundo é evidenciada no verso "Chega um tempo em que não se diz mais: meu Deus." (linha 1).

Está(ão) correta(s) apenas a(s) assertiva(s):

- a) I.
- b) II.
- d) III.
- d) I e II.
- e) I e III.

Resolução

- I. Correta – O eu lírico vive contradições e, para se apresentar diante do sentimento do mundo, mudanças são necessárias.
- II. Errada – Trata-se de resignação diante da etapa, e não de enaltecimento.
- III. Correta – O eu lírico se vê desesperançoso, até mesmo perplexo, diante da realidade.

Alternativa E

▶ Questão 16

Quanto ao texto I e II apresentados, considere as seguintes assertivas:

- I. O texto I é modernista em razão do uso objetivo e conciso da linguagem, empregando diversos recursos conotativos, sob a influência da prosa neorrealista.
- II. O texto II mostra um eu lírico marcado pela interrogação existencial e filosófica sobre as grandes questões de seu tempo, a par de estruturas métricas fundadas na tradição parnasiana.
- III. O texto I provém de uma obra pujante ancorada na fábula e no mito moçambicano, transfigurando as realidades traumáticas da guerra por meio do realismo mágico.

Está(ão) correta(s) apenas a(s) assertiva(s):

- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) I e III.
- e) II e III.

Resolução

- I. Errada – O autor imprime marcas do realismo mágico em suas obras. No texto em análise, a abordagem é poética e simbólica, não sofrendo influência neorrealista.
- II. Errada - A descrição se encaixa em um contexto de abordagem moderna - e não parnasiana. Além disso, não é possível correlacionar o Texto 2 a estruturas métricas parnasianas.

Alternativa C

▶ Questão 17

Nos versos "Teus ombros suportam o mundo / e ele não pesa mais que a mão de uma criança"(linhas 14 e 15), a relação que atribui força poética ao fragmento é estabelecida pela contraposição das expressões:

- a) "ombros" e "suportam".
- b) "mundo" e "pesa".
- c) "ombros" e "mão de uma criança".
- d) "mundo" e "mão de uma criança".
- e) "suportam" e "pesa".

Resolução

Ocorre oposição entre “mundo” e “mão de uma criança”, marcando uma relação semântica de peso/grandeza *versus* ternura/delicadeza.

Alternativa D

▶ Questão 18

Em relação ao texto II, considere as assertivas a seguir:

- I. Ao realizar uma derivação no vocábulo "**inútil**" (linha 4) com o acréscimo do sufixo "inho", não ocorrerá modificação do acento prosódico do novo vocábulo em relação à palavra primitiva.
- II. Em "E as **mãos** tecem apenas o rude trabalho." (linha 6), o acento gráfico encontrado no vocábulo em destaque justifica-se por acentuar as palavras monossílabas tônicas terminadas em a, e, o, seguidas ou não de (s).
- III. O vocábulo destacado em "As guerras, as fomes, as discussões dentro dos **edifícios** [...]" (linha 16) pode ser acentuado por se tratar de uma proparoxítona aparente.

Está(ão) correta(s) apenas a(s) assertiva(s):

- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) I e II.
- e) II e III.

Resolução

- I. O acento prosódico de "**inútil**" recai sobre a segunda sílaba tônica (**nu**) (contando da direita para a esquerda), ao passo que, em "**inutilzinho**", o acento prosódico recai sobre a sílaba "**zi**".
- II. Til não é acento gráfico. Trata-se apenas de um sinal de nasalização.
- III. O acento gráfico em "**edifícios**" justifica-se da seguinte forma: "Todas as paroxítonas, terminadas em ditongo são acentuadas; porém as terminadas em ditongo crescente são, também, proparoxítonas, que, nesse caso específico, se nomeiam como proparoxítonas aparentes.

Alternativa C

▶ Questão 19

Sobre o excerto do texto II:

"Chegou um tempo em que não adianta morrer.

Chegou um tempo em que a vida é uma ordem.

A vida apenas, sem **mistificação**." (linhas 21 a 23)

O valor semântico do vocábulo sublinhado "mistificação" se aproxima de:

- a) atenuação
- b) enganação
- c) romantização
- d) idealização
- e) eufemização

Resolução

Segundo o dicionário Houaiss, *mistificação* significa: **1** ato ou efeito de enganar alguém, de induzi-

lo a crer em uma mentira; ludíbrio, farsa, embuste. **2** coisa enganadora, falsa. Dessa forma, a alternativa B (enganação) é a resposta correta.

Alternativa B

▶ Questão 20

Considere as assertivas relacionadas aos textos I e II:

- I. O texto II apresenta a guerra como uma experiência-limite que põe à prova a crença e a descrença do homem.
- II. O texto I considera o amor de Kindzu por Farida como um contrapeso salutar à dor e solidão do personagem em um país fraturado pela guerra civil.
- III. O texto I e o texto II enfatizam a dimensão da força e da resistência dos indivíduos em face de situações desesperadoras e sem saída.

Está(ão) correta(s) apenas a(s) assertiva(s):

- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) I e III.
- e) II e III.

Resolução

- I. Errada – A guerra é um dos elementos de pressão.
- II. Correta – No texto I, o amor de Kindzu e Farida representa um alívio em meio a um cenário de adversidades.
- III. Correta – Em ambos os textos, a força e a resistência do ser humano diante de situações de extremamente difíceis e desesperadoras são postas em evidência.

Alternativa E

▶ Produção de Texto

AS TRÊS LEIS DA ROBÓTICA

- 1. Um robô não pode ferir um ser humano ou, por omissão, permitir que um ser humano sofra algum mal.
- 2. Um robô deve obedecer às ordens que lhe sejam dadas por seres humanos, exceto nos casos em que tais ordens contrariem a Primeira Lei.
- 3. Um robô deve proteger sua própria existência, desde que tal proteção não entre em conflito com a Primeira e a Segunda Leis.

(MANUAL DE ROBOTICA 56a Edição, 2058 A.D). Isaac Asimov. Eu, Robô. 2a Edição em português. Agosto de 1969 Tradução de Luiz Horácio da Matta.

"No contexto de defesa, em um campo de batalha, por exemplo, centenas de drones operarão integrados com robôs e máquinas terrestres sob a coordenação de uma mesma unidade de Inteligência Artificial. Sua capacidade de compreensão e reação

a repentinas mudanças típicas dos conflitos será de tal monta que tornará as capacidades cognitivas humanas obsoletas nesta esfera."

MONITOR MERCANTIL. Revolução tecnológica militar e a inteligência artificial. 7/10/2020.
Disponível em: <https://monitormercantil.com.br/34a85ba7/>.



<https://www.tribunaribeiro.com.br/site/charge-11-de-fevereiro-de-2023/>

"A Inteligência Artificial, em simbiose com os humanos, tem sido utilizada como agente de mediação de conflitos no âmbito da burocracia judiciária. Se faz necessário destacar que a mediação é um método consensual que tem como objetivo solucionar conflitos e despertar no outro alteridade e empatia por meio da facilitação do diálogo entre os envolvidos no conflito (Inteligência Artificial e a resolução de conflitos de relação continuada. Salão do Conhecimento. UNIJUI. 2020. Inteligência Artificial: a nova fronteira da Ciência brasileira. Texto modificado.

Disponível em: <https://publicacoeseventos.unijui.edu.br/index.php/salaconhecimento/article/view/18672/17406>

Inteligência artificial e robótica estão entre os temas mais debatidos atualmente, que tem motivado uma defesa apaixonada ou prognósticos sombrios, enquanto se difunde em vários aspectos da vida social e da economia. Foi até estabelecido um abaixo-assinado cujos signatários, dentre os quais figuram cientistas e especialistas na área, como Elon Musk, exigem que as empresas e organizações estabeleçam uma moratória de seis meses em que não se permita acesso a instrumentos mais poderosos que o ChatGPT4.

Tendo em vista esse cenário, utilizando os textos abordados nessa prova, redija um texto dissertativo-argumentativo, respondendo a seguinte questão: **quais os possíveis desdobramentos positivos e negativos da Inteligência Artificial no futuro da humanidade?**

Em sua escrita, atente para as seguintes observações:

1. Considere a norma culta da língua portuguesa. Eventuais equívocos morfosintáticos, erros de regência, concordância, coesão e coerência, bem como desvios da grafia vigente e a não observância das regras de acentuação serão penalizados;
2. O texto deverá ter entre 25 (vinte e cinco) a 30 (trinta) linhas escritas à tinta azul. A produção de texto DEVERÁ ser realizada no CADERNO DE SOLUÇÕES; e
3. Não copie nem faça paráfrases de nenhuma parte dos textos apresentados neste exame, seja da prova de português ou da prova de inglês.

Resolução

Neste ano, a prova de redação IME 2023/2024 solicitou um texto dissertativo-argumentativo que respondesse à seguinte questão: quais os possíveis desdobramentos positivos e negativos da Inteligência Artificial no futuro da humanidade? A proposta foi composta por três textos motivadores: um primeiro, intitulado "As três leis da robótica", no qual um famoso autor de ficção científica descreve as três leis comportamentais dos robôs naquele universo ficcional; um segundo, que traz uma charge a respeito do uso do Chat GPT e sua interação com o ser humano; e um terceiro, que tematiza a maneira como a IA já tem sido utilizada como intermediadora de conflitos jurídicos.

De início, salienta-se que a produção no IME deve ser redigida entre 25 e 30 linhas e que o uso dos textos motivadores, como repertórios, não deve ocorrer. Ademais, analisa-se que o questionamento proposto pelo tema não deixa dúvidas de que o candidato deve abordar os desdobramentos positivos e negativos, ou seja, não há margem para se escolher somente pontos positivos ou somente os negativos – e sim, os dois. Portanto, leva-se em consideração que os avanços tecnológicos permitem ao ser humano vivenciar experiências múltiplas, cujas consequências podem ser frutíferas ou infrutíferas. São essas consequências variadas que devem ser exploradas na composição do texto. Evidentemente, não há como elencar todas as ramificações possíveis, mas é possível assinalar, por exemplo, que um dos principais desafios que a IA nos impõe é o descompasso considerável entre o avanço tecnológico e a nossa capacidade de avaliar novas tecnologias, entender seus impactos e promover ações em sintonia com as nossas necessidades. Enquanto uma tecnologia como o ChatGPT alcança 1 milhão de usuários espalhados pelo mundo em apenas uma semana, a sociedade não consegue lidar com as suas consequências em tempo hábil.

Como tem sido adotada de forma ampla, outro desafio que a IA coloca à sociedade deriva da sua aplicação em áreas sensíveis da vida, como Saúde, Segurança e Finanças. Em alguns casos, a IA recebe certas responsabilidades que precisariam de intervenção humana, como uma tomada de decisão sobre um empréstimo ou a identificação de um possível delito. Nesses casos, um erro no processo pode trazer consequências

indesejadas atribuídas à IA, que não tem como responder por seus atos e nem dá conta de fornecer transparência suficiente para o entendimento de sua decisão.

Por fim, o tema proposto é atual e, se abordado de forma clara e objetiva, deixando evidente os pontos esperados, não há margem para erros.

Prof. Sérgio Vitório – IME/ITA

4º DIA – INGLÊS

Nas questões de 21 a 32, escolha a opção que completa o texto 1 corretamente.

Text 1

Why we should eat less meat

Eating less meat is good for the planet, good (21) animals, and good for (22) health. It's not all or (23) . While adopting a vegan or vegetarian diet is commendable, it (24) not be possible for everyone.

The current demand for animal protein (meat, dairy, and eggs) is unsustainable. It enforces the (25) for intensive farming methods, (26) animals are inhumanely caged in small spaces that restrict their natural behaviours, selectively bred to grow (27) and pumped full of antibiotics unnecessarily.

Of the 70+ billion animals farmed globally (28) year, an estimated 50 billion of them will spend their entire lives on these factory farms where (29) like commodities.

A substantial reduction in animal protein consumption across the globe (30) free up land and other resources, making room for higher welfare, more sustainable production systems, that would benefit both the animals and humans.

Factory farming fuels climate change, pollutes landscapes and waterways, and wastefully uses precious resources. Animal agriculture is estimated to account for nearly 15% of global greenhouse gas emissions, (31) more than all the cars, planes, and other forms of transport put together.

Decreasing the demand for animal products will help conserve water, save vital habitats, reduce greenhouse gas emissions and help conserve our Earth. Industrial animal agriculture is the (32) largest driver of habitat loss and deforestation worldwide.

Adapted from: **World Animal Protection** in: <https://www.worldanimalprotection.ca/news/why-we-should-eat-lessmeat> [Accessed on March 06th, 2023].

▶ Questão 21

- a) to the
- b) at
- c) by
- d) to
- e) for

Resolução

No trecho “Eating less meat is good for the planet, good ___ animals [...], a preposição “for” preenche corretamente a lacuna do período.

Alternativa E.

▶ Questão 22

- a) ours
- b) your
- c) yours
- d) us
- e) every

Resolução

[...] good for ___ health. O adjetivo possessivo que preenche corretamente a lacuna seria o “your”.

Alternativa B.

▶ Questão 23

- a) nothing
- b) none
- c) anything
- d) everything
- e) never

Resolução

No trecho “It's not all or ____” o pronome indefinido “nothing” preenche corretamente a lacuna.

Alternativa A.

▶ Questão 24

- a) can
- b) ough to
- c) should
- d) may
- e) must

Resolução

O verbo modal “May” é o mais adequado pelo seu nível de possibilidade.

Alternativa D.

▶ Questão 25

- a) apply
- b) help
- c) need
- d) chase
- e) rise

Resolução

O substantivo “need” é o único que atende ao sentido da frase e às suas regras gramaticais

Alternativa C.

▶ Questão 26

- a) where
- b) who
- c) wherever
- d) which
- e) whose

Resolução

O pronome relativo de lugar (onde) seria o “where” que retoma ao termo de “farming methods” e preenche corretamente o período.

Alternativa A.

▶ Questão 27

- a) down
- b) fastly
- c) quick
- d) brief
- e) quickly

Resolução

O advérbio de modo que preencheria a lacuna com sentido de “rapidamente” seria o “quickly”.

Alternativa E.

▶ Questão 28

- a) all
- b) each
- c) any
- d) at one
- e) that

Resolução

O determinante “each” que atende o sentido da frase e às regras gramaticais.

Alternativa B.

▶ Questão 29

- a) they are treated
- b) they are treaten
- c) they have treated
- d) they treat
- e) they would be treated

Resolução

O espaço está pedindo o uso da voz passiva no presente simple, no que seria (sujeito + verb to be no presente + passado particípio do verbo), embora o “they are treated”, pois é a única que atende as sentido e às regras gramaticais.

Alternativa A.

▶ Questão 30

- a) would
- b) will going to
- c) is going to
- d) will be
- e) would be

Resolução

A palavra “would” daria o sentido pedido pelo texto de “poderia”.

Alternativa A.

▶ Questão 31

- a) in addition
- b) away
- c) even
- d) by
- e) yet

Resolução

O advérbio “even” preenche corretamente a lacuna, uma vez que modifica diretamente outro advérbio e atende ao sentido que se quis traduzir.

Alternativa C.

▶ **Questão 32**

- a) most
- b) more
- c) big
- d) single
- e) best

Resolução

O adjetivo “single” foi usado no superlativo para enfatizar a ideia de grau nele expresso.

Alternativa D.

Text 2

The climate is changing — the thing is, it isn't just due to humans

By Tonya T. Neaves

- 1 Natural forces beyond human control are also gradually affecting our climate. These geophysical forces are vital to understanding global warming. Man is indeed responsible for a large portion — possibly even a majority — of global warming. But also in play are complex gravitational interactions, including changes in the Earth's orbit, axial tilt and torque. This fact needs to be included in the public debate. Because these gravitational shifts,
- 5 occurring over millennia, can influence climate patterns and ultimately lead to noticeable variations in seasons. Interestingly, research suggests climate change can alter the tilt of the Earth, but an unrelated change in tilt can also further change the climate. It is a balance-counterbalance relationship. Changes in seasons can also affect other types of storms, including severe winter snowstorms and tornadoes. The variations in the Earth's orbit are known as the Milankovitch cycles — after the Serbian geophysicist Milutin Milanković, who hypothesized this
- 10 phenomenon in the 1920s. He discovered that variations in the Earth's path around the Sun, axial tilt and torque could together affect our climate. Even a slight change or orientation in the precession of the Earth's rotating body can cause a wobbling effect shifting torque in different areas since the planet is not a perfect sphere to some people's surprise. Now would seem a particularly apt time to act. The 2017 Atlantic hurricane season was an intense, record-setting period. With several landfall hurricanes barreling their way through the Caribbean and
- 15 Gulf of Mexico, devastating parts of the Leeward Islands and United States. Still, even President Donald J. Trump has implied the whole of idea climate change may just be a hoax. Most Republicans seem to agree that it is not a serious problem. Meanwhile, while some Democrats have tried to use the frequency and intensity of storms in the hopes of highlighting the climate change conversation, even this effort has seemed muted. The heightened culture of disaster only feeds our attention on political banter and ideological semantics with no room for informed
- 20 decision-making. Though climate change is inevitable, we also need to have a healthy appreciation of the fact that climate shifts aren't just limited to rapidly changing weather patterns. Turning the corner into unexplored territory is always difficult. By having a broader sense of communal resiliency — social, political and economic standing — we can manage this unavoidable pendulum of climate extremes.

Adapted from: **THINK - Opinion, Analysis, Essays** in: <https://www.nbcnews.com/think/opinion/climate-changing-not-just-because-humans-here-s-why-matters-ncna824271> [Accessed on March 10th, 2023].

▶ **Questão 33**

Choose the **wrong** option according to Text 2:

- (A) Politicians said that climate change may just be fake.
- (B) The variations in the Earth's path might affect our climate.
- (C) Human beings are the only responsible for global warming.
- (D) Global Warming is affecting seasons changes.
- (E) Changing the Earth's climate is inevitable.

Resolução

Os seres humanos são os únicos responsáveis pelo aquecimento global.

- texto diz que forças naturais além do controle humano também estão gradualmente afetando nosso clima.

Como se lê no trecho inicial "Natural forces beyond human control are also gradually affecting our climate. These geophysical forces are vital to understanding global warming. Man is indeed responsible for a large portion — possibly even a majority — of global warming. But also in play are complex gravitational interactions, including changes in the Earth's orbit, axial tilt and torque."

Alternativa C.

▶ Questão 34

A **balance - counterbalance** relationship (line 7 - Text 2) refers to:

- (A) Gravitation shifts and human actions.
- (B) Earth's orbit and tilt.
- (C) Earth's torque and human actions.
- (D) Climate changes and Earth's tilt.
- (E) Climate changes and political opinion.

Resolução

A expressão mencionada "A balance - counterbalance relationship" refere-se a "Climate changes and Earth's tilt". Como se verifica no trecho imediatamente anterior: "climate change can alter the tilt of the Earth, but an unrelated change in tilt can also further change the climate. It is a balance-counterbalance relationship."

Alternativa D.

▶ Questão 35

The "Milankovitch cycles" (line 9 - Text 2) are:

- (A) A phenomenon observed in Serbia.
- (B) Tilts in Earth's geometry.
- (C) A scientific hypothesis.
- (D) Natural climate changes.
- (E) A conspiracy theory.

Resolução

Os "Milankovitch cycles" são uma hipótese científica, como lê-se no trecho "The variations in the Earth's orbit are known as the Milankovitch cycles — after the Serbian geophysicist Milutin Milankovic, who hypothesized this phenomenon in the 1920s."

Alternativa C.

▶ Questão 36

Choose the option that best represents the meaning of the underlined word in the sentence below:

"Even a slight change or orientation in the precession of the Earth's rotating body can cause a wobbling effect shifting torque in different areas since the planet is not a perfect sphere to some people's surprise." (lines 11 and 12 - Text 2)

- (A) huge
- (B) unlike
- (C) devastating
- (D) shaking
- (E) relevant

Resolução

A opção que melhor representa o significado da palavra "wobbling" é "shaking". Podem ser traduzidas como "balançando", "oscilando". O trecho destacado seria [...] pode causar um efeito de oscilação mudando o torque em diferentes áreas, já que o planeta não é uma esfera perfeita, para surpresa de alguns".

Alternativa D.

Questão 37

Based on the tone of Text 2, which of the following options best describes the author's attitude towards global warming?

- (A) ironic
- (B) careless
- (C) concerned
- (D) enthusiastic
- (E) inconsiderate

Resolução

Tomando como base o tom do texto 2, a opção que melhor descreve a atitude do autor em relação ao aquecimento global é a da letra C, "concerned" (preocupado). Isso pode ser inferido pela leitura e em especial pelo trecho final onde lê-se "Though climate change is inevitable, we also need to have a healthy appreciation of the fact that climate shifts aren't just limited to rapidly changing weather patterns. Turning the corner into unexplored territory is always difficult."

Alternativa C.

Text 3

Climate of conspiracy: A meta-analysis of the consequences of belief in conspiracy theories about climate change

By Mikey Biddlestone, Flavio Azevedo, Sander van der Linden

1 Despite widespread scientific consensus on climate change, conspiracy theories about its causes and consequences are flourishing. In response, psychological research has started to investigate the consequences of espousing conspiracy beliefs about climate change. Although some scholars maintain that the evidence for a causal link between belief in conspiracy theories and behavior remains elusive, others have argued that climate

5 change conspiracy theories undermine pro-climate action. Overall, we find clear evidence that climate conspiracy beliefs have moderate-to-large negative correlations with not only acceptance of (climate) science, trust, and pro-environmental concern, but also with behavioural intentions and policy support. Most of these effects were not moderated by design (experimental vs. correlational), political ideology, or prior conspiracy beliefs. After a meta-analysis we find clear evidence that climate change conspiracy beliefs correlate with a host of concerning

10 societal outcomes, including lower acceptance of (climate) science, distrust, lower concern for the environment, and also lower intentions to take action and support pro-environmental policies. An important open question concerns the direction of causality. Although it is possible—and perhaps likely—that people who are skeptical of climate change are more likely to endorse conspiracy theories about global warming, we can also expect that people who are exposed to climate change conspiracy theories become more skeptical and are less likely to

15 take pro-environmental action. In one of the included experiments, people were less likely to sign a petition to counter climate change following exposure to a conspiracy theory about global warming. At the same time, we note that the number of experiments included in the analysis was unbalanced and relatively low compared to the number of correlational designs, which is likely a reflection of the larger literature: most studies do not provide an experimental test of whether exposure to conspiracy theories causes people to disengage from science and

20 politics. Interestingly, our moderation analyses generally did not find that the observed effect sizes were impacted by study design, with the exception of pro-environmental policy-support. Moreover, although publication bias was present in many cases—which is somewhat expected considering our exclusion of the grey literature—the bias-corrected meta-analytic effect sizes were similar to those obtained in the main analyses. Nonetheless, given the fact that only a few experimental studies were available for each outcome variable, we feel that it

25 is premature to make any firm conclusions about the overall absence of moderation effects based on study design. In fact, it is interesting that in the case of policy support, data from the only experimental study did not corroborate the correlational evidence. In all likelihood, both causal pathways are possible and potentially mutually reinforcing so that people with skeptical prior attitudes might seek out conspiracy theories about climate change, whilst those exposed to conspiracy theories also become more skeptical about the issue. Consistent with long-

30 standing political polarization on the issue of climate change at both elite and mass publics levels—at least in the United States—a large body of work has supported an asymmetrical relationship, such that the endorsement of climate change conspiracy theories appears stronger on the political right. Although conservative ideology itself had a strong

positive meta-analytic correlation with belief in climate conspiracies ($r = 0.45$), it is interesting to note that the effect sizes were not reliably moderated by political orientation for any of the outcome measures.

- 35 Similarly, we do not find evidence of reliable moderation effects for prior conspiracy beliefs. In addition, contrary to evidence which suggests that climate denial is uniquely prevalent in the United States, the effect-sizes were not moderated by country in our meta-analysis. However, we note that the overwhelming majority of studies (86%) and participants (96%) were US-based.

- 40 Although some interventions—such as highlighting scientific consensus and psychological inoculation—have shown promise in combatting conspiracy beliefs, considering that in many countries almost a third of the population endorses the belief that climate change is hoax, future research should urgently evaluate how to counter public belief in climate change conspiracy theories. We note, in many cases, the need to gather more data (from non-WEIRD samples), and the presence of publication bias and effect size heterogeneity.

Adapted from: **Climate of conspiracy: A meta-analysis of the consequences of belief in conspiracy theories about climate change** in: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352250X22001099>
[Accessed on March 10th, 2023].

▶ Questão 38

The word “Although” (line 3 - Text 3) can be replaced without changing the meaning of the sentence by:

- (A) Therefore
- (B) Moreover
- (C) Furthermore
- (D) While
- (E) In due to

Resolução

A palavra "Although", no trecho mencionado, pode ser substituída, sem perda de significado, por "While". Ambas são conectivos de oposição e indicam uma ideia de contraste, podendo ser traduzidas como "embora, ainda que".

Alternativa D.

▶ Questão 39

According to Text 3, there is **no correlation** between **climate conspiracy theories** and:

- (A) Disbelief in Science
- (B) Politicians
- (C) Depressed people
- (D) Skeptical people
- (E) Climate denials

Resolução

De acordo com o texto, não há correlação entre teorias da conspiração a respeito do clima e pessoas deprimidas. O texto menciona os outros itens apresentados nas alternativas propostas, mas nada se refere a pessoas deprimidas.

Alternativa C.

▶ Questão 40

Which of the following issues is **not** discussed on Texts 2 and 3?

- (A) The way climate changes are affecting our lives.
- (B) How human beings might help the Earth.
- (C) Climate changes may cause damages.
- (D) Politicians' interests influence people's opinions about environment.
- (E) It is essential to spread awareness about climate changes.

Resolução

Tópico que não é discutido nos textos 2 e 3 é o que trata de como os seres humanos podem ajudar o planeta Terra. Trata-se de uma ideia vaga, que não se observa nos textos apresentados, ao contrário das outras opções dadas que trazem tópicos mencionados.

Alternativa B.

Matemática

Alexandre Moraes
Mateus Bezerra
Kellem Corrêa

Física

Anderson Marques
João Paulo Botelho
Paulo Wang

Química

Heitor Cruz
Welson Felipe

Colaborador

Alexandre Manso

Revisor

Pedro Verdejo

Digitação e Diagramação

Alex de Faria
Igor Soares
Isabella Maciel
Juan Charles
Moisés Nascimento

Ilustração

Alex de Faria
Jessica Loumine
Isabella Maciel
Moisés Nascimento

Supervisão Editorial

Aline Alkmin
Anderson Marques

Copyright©Olimpo2023

*A Resolução Comentada das provas do IME
poderá ser obtida diretamente no site do **GRUPO OLIMPO**.*

***As escolhas que você fez nesta prova, assim como outras escolhas na vida,
dependem de conhecimentos, competências e habilidades específicas.
Esteja preparado.***

www.grupoolimpo.com.br

