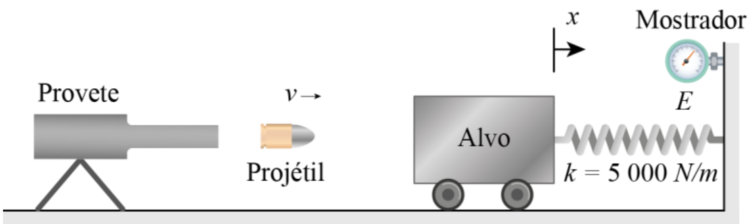
2023 IME

"A matemática é o alfabeto com que Deus escreveu o mundo"
Galileu Galilei

2ª FASE – 2º DIA
FÍSICA

Questão 01



Um sistema de medição da energia de um projétil funciona conforme a figura acima. No aparato mostrado, um provete, que pode ser equiparado a uma máquina térmica, recebe 250 J de uma fonte quente (pólvora) e possui rendimento de 40%. Tal equipamento dispara um projétil à velocidade v contra um alvo móvel de alumínio solidário a uma mola inicialmente relaxada de constante elástica *k*. O projétil aloja-se completamente no interior do alvo. Acoplado ao sistema alvo-mola, um mostrador permite a leitura direta da energia *E* absorvida pela mola após o impacto, conforme a deflexão *x* máxima experimentada.

Dados:
- constante elástica da mola: $k = 5000 \ N/m$;
- Massa do projétil: 5 g;
- Massa do alvo móvel de alumínio: 495 g.

Observação:
- despreze o atrito entre o alvo móvel e o solo.

Diante do exposto, determine:
a) a velocidade inicial *v* do projétil;
b) a deflexão *x* máxima experimentada pela mola, após o impacto do projétil;
c) o valor de energia *E* indicada pelo mostrador acoplado ao sistema.

Resolução

a) $\eta = 0,4 = \dfrac{\tau}{Q_1}$

$\tau = \Delta Ec = 0,4Q_1 = 0,4 \cdot 250$

$\Delta Ec = 100\,J$

$\Delta Ec = \dfrac{mv^2}{2} = 5 \cdot \dfrac{10^{-3}}{2} V^2 = 100$

$v^2 = \dfrac{2}{5} \cdot 10^5 \ \Rightarrow \ v^2 = 4 \cdot 10^4 \ \Rightarrow \ v = 200$ m/s

b) Pela conservação da quantidade de movimento:

$m \cdot v = (M + m) \cdot v'$

$5 \cdot \cancel{10^{-3}} \cdot 200 = (5 + 495) \cdot \cancel{10^{-3}} \cdot v'$

$1000 = 500 \cdot v' \ \Rightarrow \ v' = 2$ m/s

Por conservação de energia:

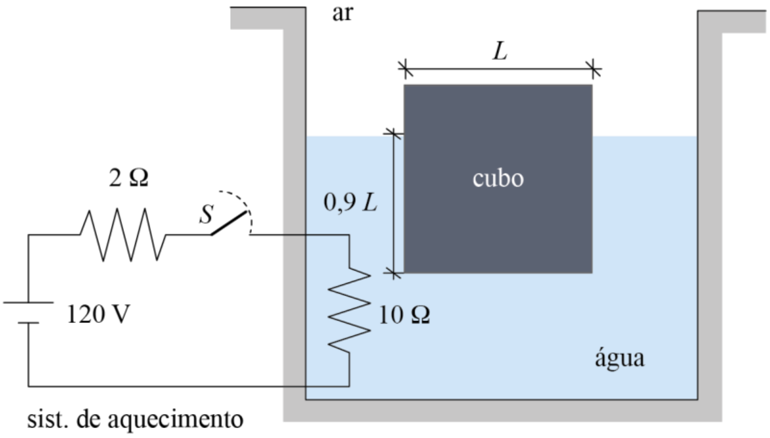
$E_{Cmáx} = E_{PEmáx}$

$\dfrac{(M+m)v'^2}{\cancel{2}} = \dfrac{k \cdot A^2}{\cancel{2}}$

$$0{,}5 \cdot 2^2 = 5000 \cdot A^2 \;\Rightarrow\; A^2 = 4 \cdot 10^{-4}$$
$$A = 2 \cdot 10^{-2}\, m \quad ou \quad A = 2\,\text{cm}$$

c) $$E = \frac{k \cdot A^2}{2} = 5000 \cdot \frac{\left(2 \cdot 10^{-2}\right)^2}{2} = 1\ \text{J}$$

Questão 02



Um cubo, confeccionado com material volumetricamente homogêneo, foi colocado em um pequeno tanque com 38,75 litros de água a 15 ºC. O cubo encontra-se à mesma temperatura da água e flutuando, conforme ilustrado na figura. O tanque possui um sistema de aquecimento elétrico, representado na figura pelo circuito, que permite elevar a temperatura da água.

<u>Dados</u>:
- comprimento da aresta do cubo: L = 25 cm;
- calor específico do material do cubo: $0{,}8\ \text{cal}/\left(g.^{o}C\right)$.
- coeficiente de dilatação térmica volumétrica do material do cubo: $1{,}248 \times 10^{-2}/^{o}C$;
- massa específica da água: $1{,}0\ \text{g/cm}^3$;
- calor específico da água: $1{,}0\ \text{cal}/\left(g.^{o}C\right)$;
- aceleração da gravidade: $10\ \text{m/s}^2$
- 1 cal = 4,2 J.

<u>Observações</u>:
- durante o aquecimento não haverá diferença de temperatura entre a água e o cubo;
- as perdas de energia para o meio ambiente são desprezíveis nos eventos considerados;
- toda a dissipação de energia elétrica no resistor imerso em água é transformada em calor;
- o cubo mantém sua forma quando dilatado.

Em determinado instante, a chave S do sistema de aquecimento é fechada por 35 min. Após esse tempo, determine:
a) a quantidade de energia fornecida pelo sistema de aquecimento, em cal;
b) a temperatura da água e do cubo, em ºC;
c) a porcentagem do volume do cubo que estará fora da água.

Resolução

a) Com a chave S fechada:

$$Pot = \frac{V^2}{R} = \frac{100^2}{10} = 1000\ W$$

Após 35 min: $E = \text{Pot} \cdot \Delta\text{t} = 1000 \cdot \left(35 \cdot 60\right)$

$$E = 2{,}1 \cdot 10^6\ J \quad \text{ou} \quad E = 5 \cdot 10^5\ \text{cal}$$

b) $E = Q_{Total} = Q_{Água} + Q_{cubo}$

$$E = m_A \cdot c_a \cdot \Delta\theta_A + m_C \cdot c_C \cdot \Delta\theta_C$$

$$E = 38,75 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot \left(\theta_f - 15\right) + \left(0,9 \cdot 25^3\right) \cdot 0,8 \cdot \left(\theta_f - 15\right) = 5 \cdot 10^5$$

$$38750\ \theta_f - 581250 + 11250\ \theta_f - 168750 = 5 \cdot 10^5$$

$$50 \cdot 10^3\ \theta_f = 5 \cdot 10^5 + 750 \cdot 10^3$$

$$50\ \theta_f = 500 + 750 \quad \Rightarrow \theta_f = 25\ ^\circ C$$

c) Na situação inicial

$$E = P \ \Rightarrow \ \rho_a \cdot V_{sub} \cdot g = m_{cubo} \cdot g$$

$$m_{cubo} = \rho_a \cdot V_{sub} = \rho_a \cdot \left(0,9L^3\right)$$

Após o aquecimento

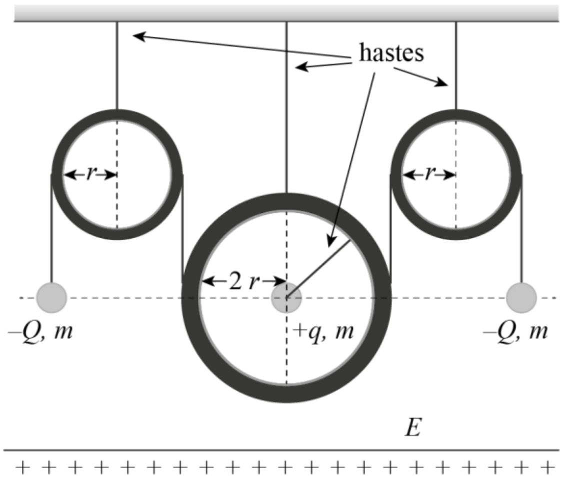
$$V = V_0\left(1 + \gamma\Delta\theta\right) = L^3\left(1 + 1,248 \cdot 10^{-2} \cdot 10\right)$$

$$V = L^3\left(1 + 0,1248\right) = 1,1248L^3$$

No novo equilíbrio de forças, temos: $E = P \Rightarrow V_{SUB} = 0,9L^3$

Logo, a fração emersa será: $\chi = \dfrac{\left(1,1248 - 0,9\right)L^3}{1,1248\ L^3} = \dfrac{0,2248}{1,1248} = 0,2$ ou 20%

Questão 03



A figura mostra três roldanas ideais presas ao teto por hastes verticais e três partículas carregadas eletricamente. De acordo com a geometria apresentada, duas partículas de carga negativa -Q estão penduradas por um fio ideal e uma terceira partícula de carga positiva desconhecida +q está fixada ao centro da roldana maior por uma quarta haste. Todas as partículas estão sujeitas a um campo elétrico uniforme vertical provocado por um plano infinito horizontal uniformemente carregado positivamente.

Dados:
• massa de cada partícula: m;
• raios das roldanas: r, $2r$ e r;
• módulo do campo elétrico: E.

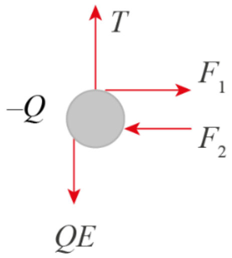
Observações:
• todos os quatro segmentos do fio desenrolados das roldanas estão na direção vertical;
• as roldanas e as partículas estão num mesmo plano;
• as três partículas estão inicialmente em equilíbrio na mesma reta paralela ao plano horizontal;
• os efeitos gravitacionais e as massas das roldanas e das hastes são desprezíveis;
• não há atrito entre o fio e as roldanas;
• o fio que passa pelas roldanas é inextensível e isolante.

Diante do exposto, determine:

a) o valor da carga q, em função de Q, para que o sistema fique na condição de equilíbrio imposta;
b) a força de reação na haste vertical central na condição do sistema em equilíbrio, em função de E e Q;
c) as acelerações de cada partícula imediatamente após uma eventual ruptura da haste que sustenta a roldana central, em função de E, m e Q;
d) a força de reação nas hastes laterais imediatamente após uma eventual ruptura da haste central.

Resolução

a) Equilíbrio da carga da esquerda:

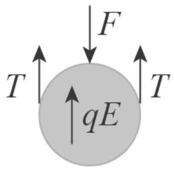


Do equilíbrio na horizontal:

$$\frac{kQq}{(4r)^2} = \frac{kQ^2}{(8r)^2} \Rightarrow q = \frac{Q}{4}$$

b) Ainda do item anterior: $T = QE$

Na roldana central:



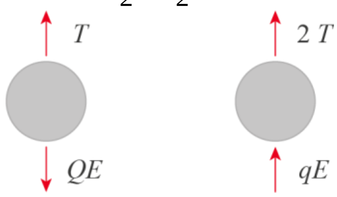
$$F = 2T + qE$$

$$F = 2QE + \frac{QE}{4}$$

$$F = \frac{9QE}{4}$$

c) A tendência é que as partículas laterais desçam e a central suba.

Vínculo: $a_q = \frac{a_Q}{2} + \frac{a_Q}{2} = a_Q$

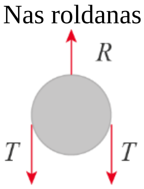


$$\begin{cases} QE - T = ma \\ 2T + qE = ma \end{cases}$$

Substituindo valores e multiplicando a equação acima por 2:

$$\begin{array}{rl} & 2QE - 2T = 2ma \\ + & 2T + \frac{QE}{4} = ma \\ \hline & \frac{9QE}{4} = 3ma \end{array} \quad \Rightarrow \quad a_q = \frac{3QE}{4m} = a_Q$$

d) Nas roldanas laterais:



$R = 2T$

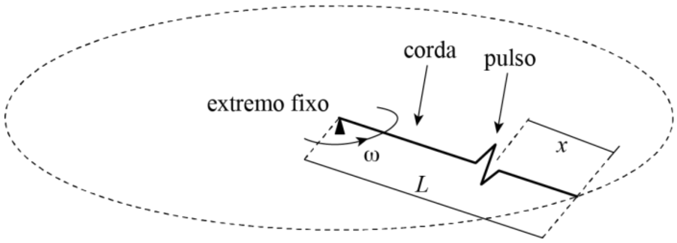
Mas, $QE - T = m\,a_q$

$$T = QE - \frac{3QE}{4} = \frac{QE}{4}$$

Logo, $R = \frac{QE}{2}$

OBS: Imediatamente após rompimento da haste o sistema ainda está em equilíbrio. Porém, acreditamos que o intuito da pergunta era o cálculo da aceleração inicial logo após a força da haste deixar de existir.

Questão 04



Uma corda de massa m uniformemente distribuída pelo seu comprimento L é mantida fixa em uma das extremidades e gira horizontalmente à velocidade angular ω.

Observações:
- a corda permanece sempre esticada;
- a extremidade solta da corda percorre um círculo de raio L;
- despreze a força peso sobre a corda.

Determine:

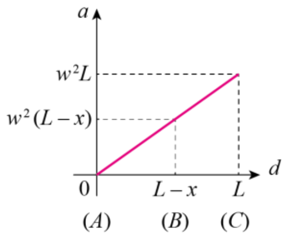
a) a força de reação no extremo fixo da corda;

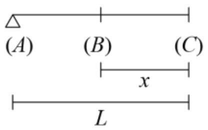
b) a tensão na corda, em função da posição x indicada na figura, onde se encontra um pulso de onda transversal que se propaga a partir da extremidade solta;

c) a velocidade de propagação do pulso de onda em função de x.

Resolução

a) No referencial da corda, cada elemento da massa está com aceleração centrífuga. A reação no extremo fixo é a tração em A, gerada pelo trecho AC.





$$\boxed{T_A = m_{AC} \cdot \overline{a_{AC}} = \frac{m\omega^2 L}{2}}$$

b) A tensão T(x) em B é gerada pelo trecho BC, que traciona AB

$$T_B = m_{BC} \cdot \overline{a_{BC}}$$

$$\frac{m_{BC}}{m_{AC}} = \frac{x}{L} \Rightarrow m_{BC} = \frac{m \cdot x}{L}$$

a_{BC} varia de $\omega^2 (L - x)$ até $\omega^2 L$

$$\overline{a_{BC}} = \frac{\omega^2 L - \omega^2 x + \omega^2 L}{2} = \omega^2 \left(L - \frac{x}{2} \right) \Rightarrow \boxed{T(x) = \frac{m \cdot x}{L} \cdot \omega^2 \cdot \left(L - \frac{x}{2} \right)}$$

Teste: se $x = 0 \rightarrow T = 0$ (ponto C)

se $x = L \rightarrow T = m\omega^2 \frac{L}{2}$ (ponto A)

c) Fórmula de Taylor $\rightarrow v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{T \cdot L}{m}}$

$$v = \sqrt{\frac{mx}{L} \omega^2 \left(L - \frac{x}{2} \right) \cdot \frac{L}{m}} \Rightarrow \boxed{v = \omega \sqrt{x \left(L - \frac{x}{2} \right)}}$$

Questão 05

Em uma experiência de campo, uma fonte sonora é deixada cair de um helicóptero a velocidade inicial nula. Um observador situado a uma distância desprezível do ponto de impacto no solo usa um instrumento para registrar a frequência da onda emitida pela fonte. Antes de a fonte atingir o solo, a frequência medida aumenta a princípio, mas depois se torna constante dentro do limite de precisão do instrumento.

Dados:

- massa da fonte sonora: m;
- frequência da fonte sonora: f_0;
- frequência máxima captada pelo instrumento do observador: f_1;
- velocidade local do som: v_s;
- aceleração da gravidade: g.

Supondo que a força de arrasto que o ar exerce sobre a fonte sonora é dada por $F = cv^2$, no sentido oposto ao do movimento, em que c é uma constante a ser calculada e v é a velocidade escalar instantânea da fonte:

a) Determine a velocidade máxima da fonte medida pelo observador em função dos dados listados acima.

b) Determine o valor da constante c.

c) Ao tentar exprimir a velocidade v em função do tempo t, em que $t = 0$ é o instante em que a fonte deixa o repouso, indique quais das cinco funções abaixo, em que $k1$ e $k2$ são constantes positivas, não servem como aproximações de $v(t)$ por serem inconsistentes no início e na estabilização da velocidade.

$$v(t) \approx f_1(t) = \frac{k_1 t}{1 + k_2 t}$$

$$v(t) \approx f_2(t) = \frac{k_1 t^2}{1 + k_2 t}$$

$$v(t) \approx f_3(t) = \frac{k_1}{1 + k_2 t}$$

$$v(t) \approx f_4(t) = k_1\left(1 - e^{-t/k_2}\right)$$

$$v(t) \approx f_5(t) = \frac{k_1\left(1 - e^{-t/k_2}\right)}{1 + e^{-t/k_2}}$$

Resolução

a) Efeito Doppler-Fizeau com observador parado e fonte se aproximando

$$f = f_o \cdot \frac{v_{som}}{v_{som} - v_{fonte}}$$

$$f_1 = f_o \cdot \frac{v_s}{v_s - v_{máx}}$$

$$v_{máx} = v_s - \frac{f_o}{f_1} . v_s$$

$$\boxed{v_{máx} = \frac{v_s\left(f_1 - f_o\right)}{f_1}}$$

b) Na estabilização, $a = 0$, pois o arrasto e o peso se equilibram.

$$F = c\, v_{máx}^2 = mg \quad \Rightarrow \quad c = \frac{mg}{v_{máx}^2}$$

$$c = \frac{m\,g\;f_1^2}{v_s^2\left(f_1 - f_o\right)^2}$$

c) Se $t = 0$, então $v = 0$. Se $t \to \infty$, então $v \to$ constante

$f_1(0) = 0$ e $f_1(\infty) = {}^{k_1}\!/_{k_2}$ $\quad \to \quad f_1$ Ok

$f_2(0) = 0$ e $f_2(\infty) \to \infty$ $\quad \to \quad f_2$ Não

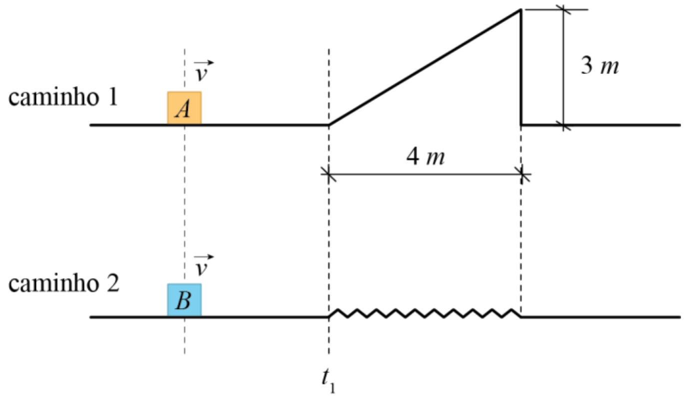
$f_3(0)=k_1$ e $f_3(\infty)=0 \quad \rightarrow f_3$ Não

$f_4(0)=0$ e $f_4(\infty)=k_1 \quad \rightarrow f_4$ Ok

$f_5(0)=0$ e $f_5(\infty)=k_1 \quad \rightarrow f_5$ Ok

$f_2(t)$ e $f_3(t)$ não servem

Questão 06



A figura acima mostra dois caminhos 1 e 2. As partes iniciais de ambos são horizontais e lisas, sendo que, nos dois casos, os blocos A e B partem a mesma velocidade de uma mesma posição de referência.
No instante t_1, o bloco A começa a subir uma rampa lisa, lançando-se ao final da mesma. Nesse mesmo instante t_1, o bloco B passa a percorrer um trecho rugoso de comprimento igual ao da base da rampa. Após esse trecho, o caminho 2 volta a ser liso.

Dados:

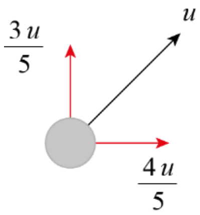
- velocidade escalar inicial dos blocos: $v = 8\ m/s$;
- aceleração da gravidade: $10\, m/s^2$; .

Considerando que, imediatamente após o lançamento do bloco A da rampa, as velocidades horizontais dos blocos são as mesmas e que o bloco B já passou o trecho rugoso, determine:

a) o coeficiente de atrito do trecho rugoso do caminho 2;
b) a distância horizontal entre os blocos imediatamente após o lançamento do bloco A;
c) o tempo total que o bloco A leva desde o início da subida da rampa até atingir o solo horizontal após o lançamento.

Resolução

a) Ao fim do caminho 1:



$$E_{m_i} = E_{m_f} \Rightarrow \frac{\cancel{m}v^2}{2} = \cancel{m}gh + \frac{\cancel{m}u^2}{2}$$

$$\frac{8^2}{2} = 10\cdot 3 + \frac{u^2}{2} \quad \Rightarrow \quad u^2 = 4$$

$$u = 2\ m/s \quad \Rightarrow u_x \quad = 1{,}6\ m/s$$

Para o caminho 2:

$$\tau_T = \Delta \in_c \Rightarrow -\mu \cancel{m} g d = \frac{\cancel{m}\, ux^2}{2} - \frac{\cancel{m}\, v^2}{2}$$

$$-2\mu \cdot 10.4 = 2{,}56 - 64$$

$$\mu = 0{,}768$$

b) Tempo para subir a rampa:

$a = -6\ m/s^2$; $v = 8\ m/s$; $u = 2\ m/s$

$u = v + at \ \Rightarrow\ 2 = 8 - 6\cdot t_s$

$t_s = 1\ s$

Tempo para cruzar o trecho rugoso:

$$\Delta S = vt + \frac{at^2}{2} \quad \Rightarrow \quad 4 = 8 \cdot t_r - \frac{7,68 \cdot t_r^2}{2}$$

$$3,84t_r^2 - 8t_r + 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad t_r = \frac{8 \pm 1,6}{7,68} \rightarrow$$ o maior tempo não faz sentido (volta)

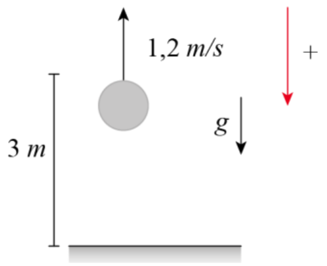
Logo, $t_r = 0,833s$

Assim sendo, o bloco B desloca-se durante $0,1667s$ no trecho liso antes do lançamento de A:

$$D = u_x \cdot t = 1,6 \cdot 0,1667$$

$$D = 0,267 \ m$$

c) Tempo de queda após o lançamento:



$$\Delta S = u_y \cdot t + \frac{gt^2}{2}$$

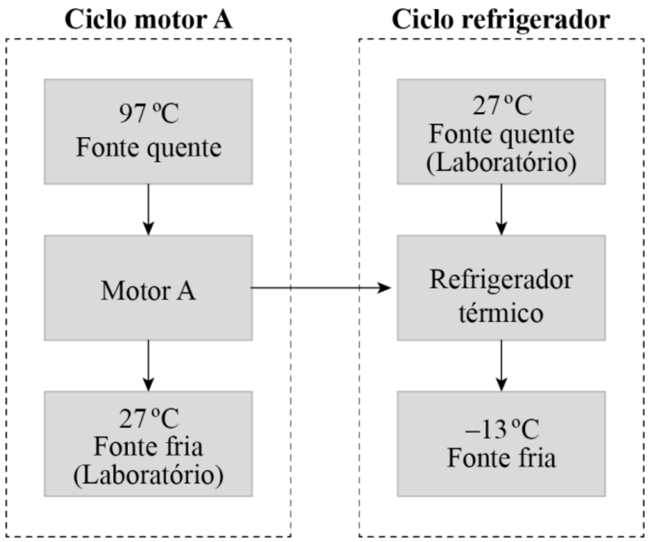
$$3 = -1,2t_q + 5t_q^2$$

$$t_q = \frac{1,2 \pm 7,84}{10}$$

$$t_q \cong 0,9s$$

Logo, o bloco A leva $1,9s$ desde o início da subida até atingir o solo.

Questão 07



A energia geotérmica tem recebido atenção nos últimos tempos de modo a mitigar a dependência de combustíveis oriundos de fontes não renováveis. Nesta perspectiva, um grupo de pesquisadores decide aproveitar a disponibilidade de uma nascente de água quente natural para ser empregada na situação descrita a seguir.

A água quente é resfriada através de certo processo, sendo que a taxa de calor deste resfriamento é empregada para acionar um motor térmico A, que opera em um ciclo termodinâmico. Por sua vez, a potência disponibilizada pelo motor térmico A é utilizada para operar um ciclo de refrigeração.

Torna-se necessário selecionar uma bomba hidráulica que transporte a água da nascente para o laboratório onde a experiência será conduzida. Um técnico experiente afirma que é possível aproveitar uma bomba B que se encontra em estoque, dispensando a necessidade de aquisição de outra bomba hidráulica.

Dados:

- temperatura da fonte quente associada ao ciclo do motor $A: 97\ ^\circ C$;
- temperatura no interior do laboratório: $27\ ^\circ C$;
- queda de temperatura da corrente de água empregada no ciclo do motor $A: 22,5\ ^\circ C$;
- temperatura da fonte fria do ciclo de refrigeração: $-13\ ^\circ C$;
- calor específico da água: $4\ kJ/(kg.K)$;
- taxa de transferência de calor da fonte fria para o ciclo de refrigeração: $23,4\ kJ/min$;
- índice de aproveitamento da potência recebida pelo refrigerador do ciclo do motor A: 20%;
- rendimento do ciclo do motor A: $111/210$ do possível via Ciclo de Carnot;
- rendimento do ciclo de refrigeração: $2/5$ do possível via Ciclo de Carnot;
- faixa de operação da bomba B disponível em estoque: 6 kg por minuto $\pm 20\%$.

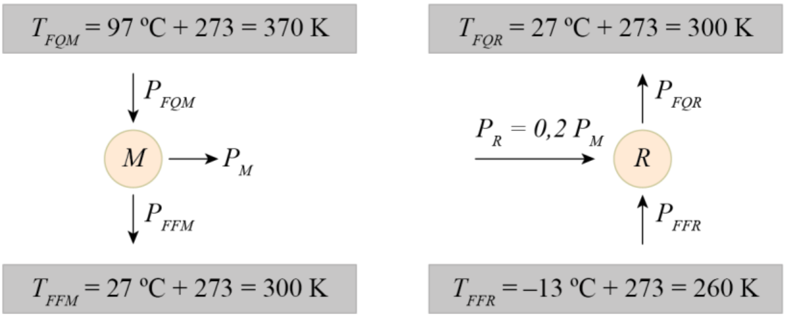
Baseado nos dados listados acima e em uma análise justificada da situação descrita:

a) discuta se a afirmativa do técnico está correta;

b) calcule a taxa de transferência de calor, em W, recebida pelo ambiente do laboratório.

Resolução

b)



$$P_{FFR} = \frac{23,4KJ}{\min} = \frac{23400J}{60s} = 390W$$

$$e_R = \frac{2}{5} \cdot \frac{T_{FFR}}{T_{FRR} - T_{FRR}} = \frac{2}{5} \cdot \frac{260}{300-260} = \frac{520}{200} = 2,6$$

$$e_R = \frac{P_{FFR}}{P_R} \therefore 2,6 = \frac{390W}{P_R} \therefore P_R = 150W \therefore P_M = \frac{P_R}{0,2} = \frac{150}{0,2} = 750W$$

$$\eta_M = \frac{111}{210}\left(1 - \frac{T_{FFM}}{T_{F9M}}\right) = \frac{111}{210}\left(1 - \frac{300}{370}\right) = \frac{111}{210} \cdot \frac{70}{370} = 0,1$$

$$\eta_M = \frac{P_M}{P_{FQM}} \therefore 0,1 = \frac{750W}{P_{FQM}} \therefore \quad P_{FQM} = 7500W$$

$P_{FFM} = P_{FQM} – P_M$ = 7500 W – 750 W = 6750 W

$P_{FQR} = P_{FFR} + P_R$ = 390 W + 150 W = 540 W

$P_{LAB} = P_{FFM} + P_{FQR}$ = 6750 W + 540 W = 7290 W

a)

$$P_{água} = \frac{m_{água} \cdot c_{água} \cdot \Delta T_{água}}{\Delta t} = \frac{m_{água}}{\Delta t} \cdot \frac{4000\,J}{kg \cdot K} \cdot 22,5K = 7500W$$

$$\frac{m_{água}}{\Delta t} = \frac{7500}{4000 \cdot 22,5} = \frac{7500}{900000} = \frac{1}{12}\frac{kg}{s} = \frac{5}{60}\frac{kg}{s}$$

$$Bomba \rightarrow \frac{6kg}{60s} = \frac{1}{10}\frac{kg}{s} \rightarrow \pm 20\% \rightarrow \frac{0,8}{10}\ a\ \frac{1,2}{10}\frac{kg}{s} \rightarrow \frac{4,8}{60}\ a\ \frac{7,2}{60}\frac{kg}{s}$$

Em boa parte do intervalo definido a bomba consegue operar, mas como nem ela nem sempre é capaz de puxar $\frac{5}{60}\frac{kg}{s}$ de água $\left(\frac{4,8}{60}\frac{kg}{s} < \frac{5}{60}\frac{kg}{s}\right)$, pode-se concluir que a afirmativa do técnico de forma geral está **errada**.

Questão 08

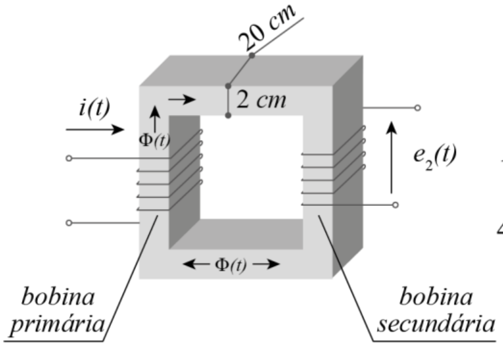


Figura 1

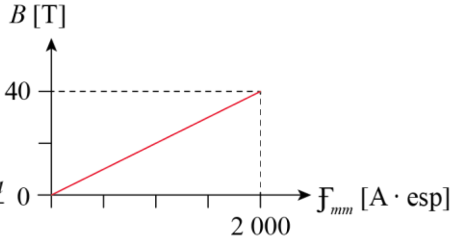


Figura 2

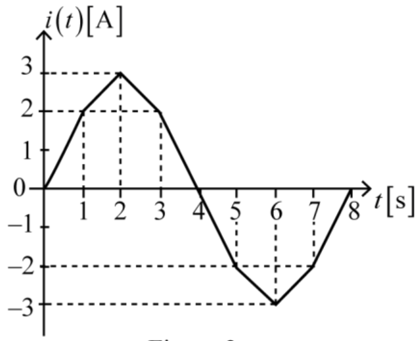


Figura 3

A Figura 1 mostra um circuito magnético formado por um material ferromagnético de seção reta retangular 2 cm x 20 cm, uma bobina primária com 1000 espiras e uma bobina secundária com 200 espiras. A variação do módulo da densidade de fluxo magnético (B), em função da força magnetomotriz ($\mathcal{F}_{mm}$), é mostrada na Figura 2.

Observação:

- considere o módulo do fluxo magnético $\Phi(t)$ constante ao longo do material ferromagnético e com a orientação indicada na Figura 1.

Sabendo que a corrente $i(t)$, em função do tempo t, mostrada na Figura 3, é aplicada à bobina primária do circuito, esboce os gráficos do(a):

a) fluxo magnético $\Phi(t)$ ao longo do material ferromagnético para $0 \le t \le 8\,s$;

b) tensão induzida $e_2(t)$ na bobina secundária para $0 \le t \le 8\,s$.

Resolução

a) O fluxo magnético é dado por:

$\varnothing = NB.A.\cancel{\cos\theta}^{1}$

A expressão do campo magnético pode ser retirada a partir da figura 2:

$B = 2 \cdot 10^{-2} \cdot \mathcal{F} = 2 \cdot 10^{-2} \cdot N \cdot i(t)$

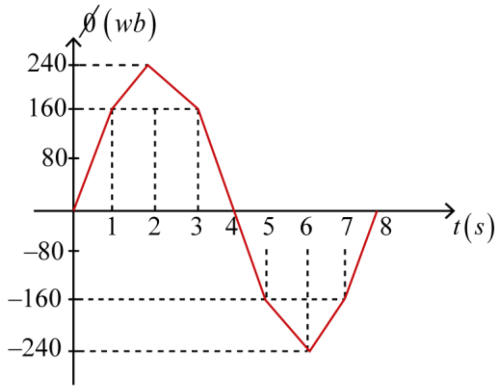
Percebe-se que a corrente, em trechos sucessivos do gráfico, é uma função do 1º grau, de forma que podemos escrever o fluxo como:

$\varnothing = N \cdot B \cdot A = N \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot N \cdot i(t) \cdot A$

$\varnothing = N^2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot i(t) \cdot A = 1000^2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot i(t) \cdot \left(2 \cdot 20 \cdot 10^{-4}\right)$

$\varnothing = 80 \cdot i(t)$

Graficamente, temos:



b) A tensão no secundário é dada por:

$$\frac{e_1}{N_1} = \frac{e_2}{N_2} \Rightarrow e_2 = \frac{N_2}{N_1} \cdot e_1$$

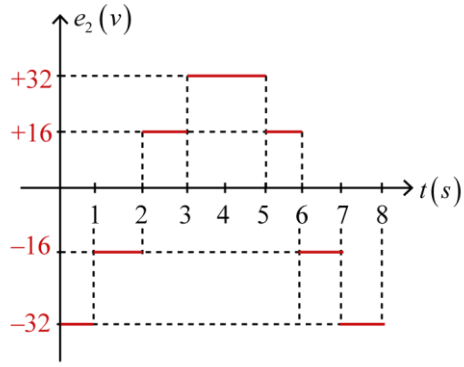
Como a tensão do primário é

$$e_1 = -\frac{d\varnothing}{dt} = -80\frac{di(t)}{dt}$$

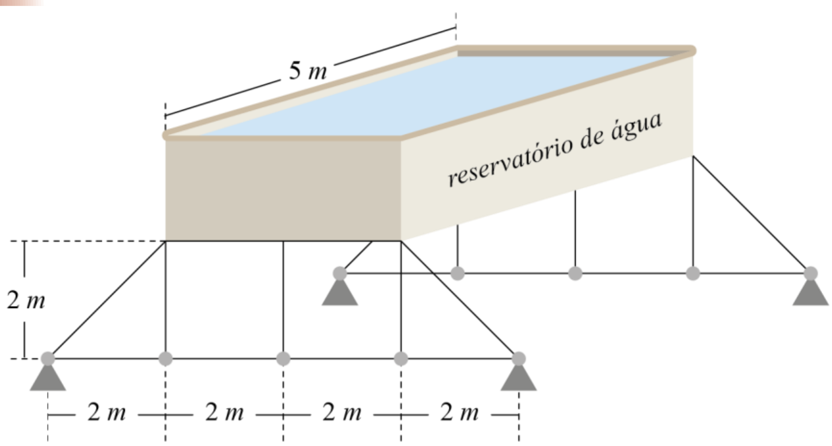
podemos escrever que

$$e_2 = -\frac{N_2}{N_1} \cdot 80\frac{di(t)}{dt} = -\frac{200}{1000}80\frac{di(t)}{dt} = -16\frac{di(t)}{dt}$$

Analisando trecho a trecho do gráfico de corrente, plotamos o gráfico de e_2.



Questão 09



Um reservatório com 4 m x 5 m de base retangular contém 1000 L de água. Duas treliças iguais em planos paralelos verticais o sustentam na configuração mostrada na figura acima, por meio de quatro apoios que estão representados por pequenos triângulos. No instante t = 0, a água passa a entrar no reservatório a uma vazão de 2 m^3/min.

Dados:

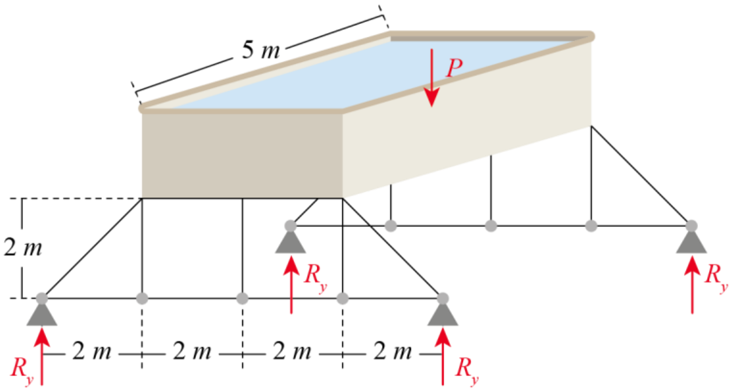
• área transversal de cada barra das treliças: 0,04 m^2;

• pressão de ruptura de cada barra das treliças: 1 MPa;
• $\sqrt{2} \approx 1,4$;
• aceleração da gravidade: 10 m/s^2;
• massa específica da água: 1000 kg/m^3;

<u>Observações</u>:
• os quatro apoios do reservatório de água estão num mesmo plano horizontal;
• as paredes laterais do reservatório de água estão contidas em planos verticais;
• despreze o peso do reservatório;
• a pressão em cada barra das treliças é constante em sua área;
• cada treliça é indeformável e apenas pode se romper quando alguma pressão de ruptura for atingida.

Mediante os dados apresentados, determine:
a) o módulo da tensão em cada uma das barras das treliças na iminência do primeiro rompimento de barra devido ao aumento do peso acumulado no reservatório;
b) o instante t em que ocorre o primeiro rompimento de barra.

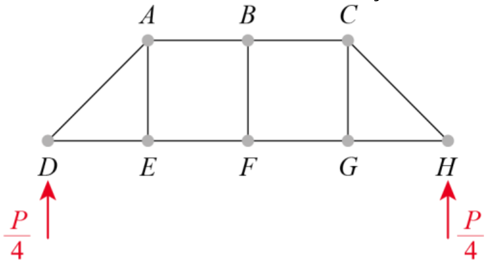
Resolução:



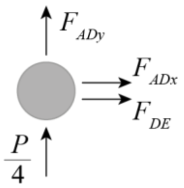
a) Pela simetria, as reações verticais nos apoios devem ser iguais:

$$R_y = \frac{P}{4}$$

Nomeando os nós de uma das treliças:



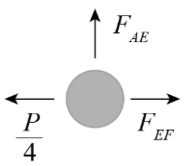
Nó D:



$$F_{ADy} = \frac{-P}{4} = F_{AD_x}$$

$$F_{DE} = \frac{P}{4}$$

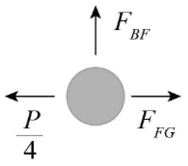
Nó E:



$$F_{AE} = 0$$

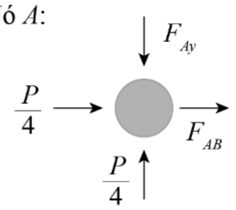
$$F_{EF} = \frac{P}{4}$$

Nó F:



$$F_{BF} = 0$$
$$F_{FG} = \frac{P}{4}$$

Nó A:



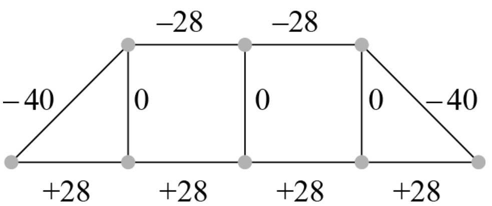
$$F_{AB} = \frac{-P}{4}$$
$$F_{A_y} = \frac{P}{4}$$

Por simetria, $F_{BC} = F_{AB}$, $F_{CH} = F_{AD}$, $F_{CG} = F_{AE}$ *e* $F_{GH} = F_{DE}$.

Logo, as barras inclinadas são as primeiras a se romperem. Nessa situação:

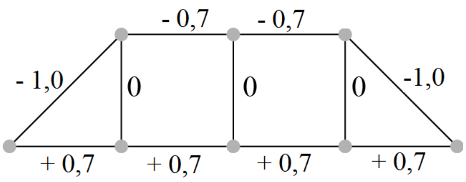
$$\frac{P\sqrt{2}}{4} = 0,04\,m^2 \cdot 1MPa \Rightarrow P = 112\,kN$$

Nesse caso, estas serão as forças nas barras em kN:



Legenda: Compressão -
Tração +

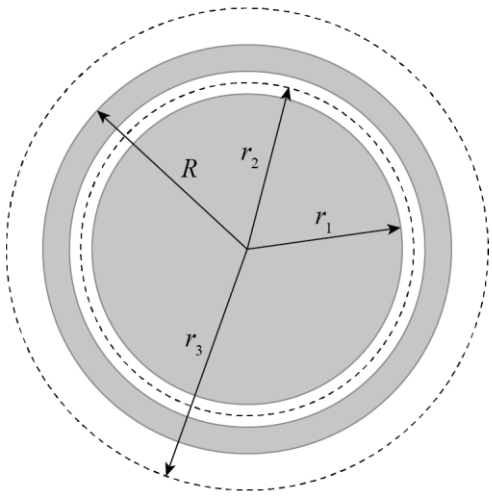
Reescrevendo em função das Tensões nas barras (em MPa), temos:



b) No instante de rompimento, P = 112 kN

$$P = mg = d \cdot V \cdot g \Rightarrow \cancel{10^3} \cdot V \cdot 10 = 112 \cdot \cancel{10^3}$$
$$V = 11,2\ m^3$$
$$V = V_0 + Z \cdot t$$
$$11,2 = 1 + 2 \cdot t \Rightarrow \boxed{t = 5,1 \text{ min}}$$

Questão 10



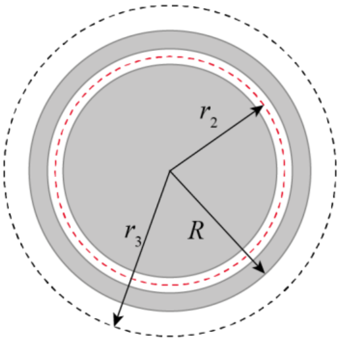
A figura acima ilustra um planeta esférico hipotético de raio R e massa M uniformemente distribuída em seu volume.
Seja um corpo de massa m que possa ser movimentado por meio de motores.
Em uma primeira etapa A, o corpo descreve uma órbita circular de raio r_2 em uma cavidade estreita no interior do planeta.
Em uma etapa B, os motores do corpo são acionados para transportá-lo, através de uma passagem não representada na figura acima, da órbita circular de raio r_2 para a órbita circular de raio r_3.
Em uma etapa C, o corpo descreve uma órbita circular de raio r_3.

Dado:
- constante universal da gravitação: G.

Observações:
- despreze o atrito agindo no movimento do corpo;
- para efeitos gravitacionais, despreze a falta de massa na cavidade de raio r_2.

Diante do exposto, determine:
a) o trabalho realizado pela força gravitacional para o corpo dar uma volta pela órbita circular de raio r_2 durante a etapa A;
b) a velocidade de órbita do corpo durante a etapa A;
c) o trabalho realizado pelos motores para cumprir a etapa B, ou seja, mudar a trajetória do corpo da órbita circular de raio r_2 para a órbita circular de raio r_3;
d) o período para completar uma volta em torno do planeta durante a etapa C.

Resolução



a) Sabemos que $\tau_{Fg} = -\Delta E_p$

Como temos uma energia potencial constante ao longo da órbita: $\tau_{Fg} = 0$

b) Pela Lei de Gauss, sabemos que a força de interação gravitacional depende apenas da massa interna ao raio r_1. Considerando constante a densidade do planeta, temos

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{m'}{\frac{4}{3}\pi r_1^3} \Rightarrow m' = M\,\frac{r_1^3}{R^3}$$

$$F_g = \frac{G\,m'm}{r_2^2} = \frac{GM\,r_1^3\,m}{r_2^2\,R^3} = F_{cp}$$

$$\frac{GM\,r_1^3\,m}{r_2^2\,R^3} = \frac{m v^2}{r_2} \Rightarrow v = r_1\sqrt{\frac{G\,M\,r_1}{R^3 r_2}}$$

c) Sabemos que a energia potencial gravitacional dentro de um planeta é calculada por

$$E = \frac{GM\,m}{2R^3}(r_2^2 - 3R^2)$$

Logo, teremos:

$$\tau = \Delta E_M = E_{PG_f} + E_{C_f} - (E_{PG_0} + E_{C_0})$$

$$\tau = \frac{-GMm}{r_3} + \frac{M}{2} \cdot \left(\frac{GM}{r_3} \right) - \left[\frac{GMm}{2R^3} (r_2^2 - 3R^2) + \frac{m}{2} \cdot \left(\frac{GM\, r_1^3}{r_2 R^3} \right) \right]$$

$$\tau = -\frac{GMm}{2r_3} - \frac{GMmr_2^2}{2R^3} + \frac{3}{2}\frac{GMm}{R} - \frac{GMmr_1^3}{2r_2 R^3}$$

$$\tau = \frac{1}{2} GMm \left(-\frac{1}{r_3} - \frac{r_2^2}{R^3} + \frac{3}{R} - \frac{r_1^3}{r_2 R^3} \right)$$

d) Como a velocidade da órbita é dada por

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r_3}} \quad \Rightarrow \quad \frac{2\pi r_3}{T} = \sqrt{\frac{GM}{r_3}}$$

$$T = 2\pi r_3 \sqrt{\frac{r_3}{GM}}$$

Física
Anderson Marques
João Paulo Botelho
Rodolfo Martins

Colaboração
Alexandre Manso

Diagramação
Alex de Faria
Igor Soares
Moisés Nascimento

Revisão
Pedro Verdejo

Desenhista
Isabella Maciel

Supervisão Editorial
Aline Alkmin
Anderson Marques

A Resolução Comentada das provas do IME
poderá ser obtida diretamente no site do ***GRUPO OLIMPO****.*

As escolhas que você fez nesta prova, assim como outras escolhas na vida,
dependem de conhecimentos, competências e habilidades específicas.
Esteja preparado.

www.grupoolimpo.com.br

opirus
EDITORA

olimpo