FÍSICA

Se necessitar, use os seguintes valores para as constantes:
Aceleração local da gravidade $g = 10$ m/s^2.1 UA $= d_{Terra-Sol} = 150$ milhões de quilômetros.
Velocidade da luz no vácuo $c = 3,0 \times 10^8$ m/s.

Questão 01

Em 2019, no 144º aniversário da Convenção do Metro, as unidades básicas do SI foram redefinidas pelo Escritório Internacional de Pesos e Medidas (B1PM). A seguir, são feitas algumas afirmações sobre as modificações introduzidas pela redefinição de 2019.

1. São apenas sete as constantes da natureza definidas como exatas, a saber: a velocidade da luz (c), a frequência de transição de estrutura hiperfina do Césio-133 (Δv_{Cs}), a constante de Planck (h), a carga elementar (e), a constante de Boltzmann (k_B), o número de Avogrado (N_A) e a eficácia luminosa da radiação monocromática na frequência de 540 THz (K_{cd}).
2. São apenas seis as constantes da natureza definidas como exatas, a saber: a velocidade da luz (c), a constante de Planck (h), a carga elementar (e), a constante de Boltzmann (k_B), o número de Avogrado (N_A) e a eficácia luminosa da radiação monocromática na frequência de 683 THz (K_{cd}).
4. O protótipo de platina e irídio, conservado corno padrão do kg, tornou-se obsoleto e o quilograma passou a ser definido apenas em termos de constantes fundamentais exatas.
8. As sete unidades básicas na redefinição do SI são: segundo, metro, quilograma, coulomb, mol, Kelvin e candela.

Assinale a alternativa que contém a soma dos números correspondentes às afirmações verdadeiras.

a) 2
b) 5
c) 8
d) 10
e) 13

Resolução:

1. V
2. F (a 1 é verdadeira)
4. V (é definido a partir de c, $\Delta\upsilon_{cs}$ e h)
8. F (não é coulomb, é ampère)

1 + 4 = 5

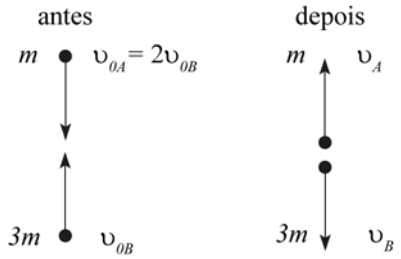
Alternativa B

Questão 02

A bola *A*, de massa *m*, é liberada a partir do repouso de um edifício exatamente quando a bola *B*, de massa 3*m*, é lançada verticalmente para cima a partir do solo. As duas bolas colidem quando a bola *A* tem o dobro da velocidade de *B* e sentido oposto. O coeficiente de restituição da colisão é dado por e = 0,5. Determine a razão das velocidades, $|\upsilon_A / \upsilon_B|$, logo após o choque.

a) 0
b) 1
c) 5
d) 11
e) 13

Resolução:



$$e = \frac{\upsilon_{\text{afastamento}}}{\upsilon_{\text{aproximação}}} = \frac{\upsilon_A + \upsilon_B}{\upsilon_{0A} + \upsilon_{0B}} = \frac{\upsilon_A + \upsilon_B}{2\upsilon_{0B} + \upsilon_{0B}} = \frac{\upsilon_A + \upsilon_B}{3\upsilon_{0B}}$$

$$0{,}5 = \frac{\upsilon_A + \upsilon_B}{3\upsilon_{0B}} \therefore \upsilon_A + \upsilon_B = 1{,}5\upsilon_{0B} \quad (\text{I})$$

Conservação da quantidade de movimento (positiva para baixo)

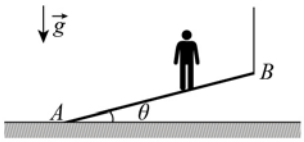
$$m \cdot \upsilon_{0A} - 3m \cdot \upsilon_{0B} = -m \cdot \upsilon_A + 3m \cdot \upsilon_B$$
$$\upsilon_{0A} - 3\upsilon_{0B} = -\upsilon_A + 3\upsilon_B$$
$$2\upsilon_{0B} - 3\upsilon_{0B} = -\upsilon_A + 3\upsilon_B$$
$$-\upsilon_{0B} = -\upsilon_A + 3\upsilon_B$$
$$\upsilon_A - 3\upsilon_B = \upsilon_{0B} \quad (\text{II})$$

$$(\text{I}) \text{ e } (\text{II}) \rightarrow \upsilon_A = 1{,}5\,\upsilon_{0B} - \upsilon_B = \upsilon_{0B} + 3\upsilon_B$$
$$4\upsilon_B = 0{,}5\,\upsilon_B \therefore \upsilon_B = \upsilon_{0B}/8$$
$$\upsilon_A = \frac{3\,\upsilon_{0B}}{2} - \upsilon_B = \frac{12\upsilon_{0B}}{8} - \frac{\upsilon_{0B}}{8} = \frac{11\upsilon_{0B}}{8}$$
$$\upsilon_A / \upsilon_B = \frac{11\upsilon_B/8}{\upsilon_{0B}/8} = 11$$

Alternativa D

Questão 03

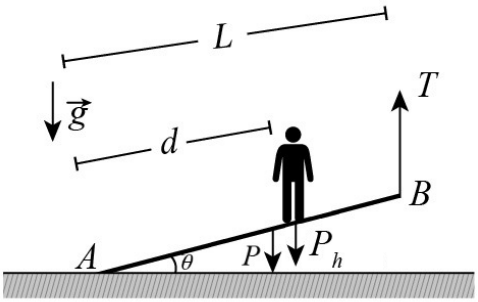
Uma ponte levadiça uniforme com peso P e comprimento L é sustentada por uma corda vertical na sua extremidade B, que pode sustentar uma tensão máxima de 1,5 P. A ponte é articulada no ponto fixo A. Um homem de peso P_h começa a subir a ponte a partir do ponto A até causar o rompimento da corda. Assinale a alternativa que contém a distância percorrida pelo homem ao longo da ponte.



a) PL / P_h
b) $P_h L / P$
c) PL / P_h
d) $2PL / P_h$
e) $3PL / P_h$

Resolução:

Observe a figura com a representação dos pesos e da tração.



No limite do rompimento, a tração vale $T = 1{,}5P$. Pelo equilíbrio de momentos em relação ao ponto A:

$$P \cdot \frac{L}{2}\cos\theta + P_h d\cos\theta - 1{,}5PL\cos\theta = 0$$

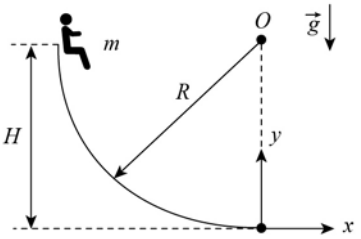
$$d = PL / P_h.$$

A questão apresenta duas alternativas corretas.

Alternativa A/C

Questão 04

Um garoto de massa *m* desliza sobre um escorregador de superfície lisa e com raio de curvatura constante dado por *R*. O platô superior de onde o menino inicia a sua descida encontra-se à altura *H* do chão. Calcule a reação normal de contato que a rampa exerce sobre o garoto no instante iminentemente anterior à chegada aproximadamente horizontal dele ao chão.



a) $mg\left(1+\frac{2H}{R}\right)$

b) $mg\left(1+\frac{H}{R}\right)$

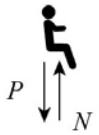
c) mg

d) $mg\left(1-\frac{H}{R}\right)$

e) $mg\left(1-\frac{2H}{R}\right)$

Resolução:

No ponto mais baixo, atuam sobre o garoto as forças peso e normal, de modo que



$$F_{cp} = N - P \Rightarrow N = mg + \frac{mv^2}{R}$$

A velocidade pode ser determinada por meio da conservação da energia.

$$mgH = mv^2/2 \Rightarrow v^2 = 2gH$$

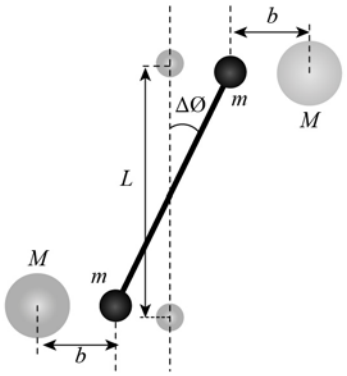
$$N = mg + \frac{2mgH}{R}$$

$$N = mg\left(1 + \frac{2H}{R}\right).$$

Alternativa A

Questão 05

Em seu experimento para medir a constante gravitacional G, Henry Cavendish utilizou uma balança de torção composta por uma haste leve e longa, de comprimento L, com duas massas m em suas extremidades, suspensa por um fio fixado ao seu centro. Dois objetos de massa M foram aproximados às extremidades da haste, conforme mostra a figura abaixo, de tal forma que a haste sofreu um pequeno ângulo de deflexão $\Delta\varnothing$ a partir da posição inicial de repouso, e foi medida a distância b entre os centros das massas m e M mais próximos. Quando torcido de um ângulo $\varnothing$, o fio gera um torque restaurador $\tau = -k\varnothing$. Determine a expressão aproximada de G, em termos dos parâmetros do sistema.



a) $\dfrac{b^2 k\Delta\varnothing}{4LM\,m}$

b) $\dfrac{b^2 k\Delta\varnothing}{2LM\,m}$

c) $\dfrac{b^2 k\Delta\varnothing}{LM\,m}$

d) $\dfrac{2b^2 k\Delta\varnothing}{LM\,m}$

e) $\dfrac{4b^2 k\Delta\varnothing}{LM\,m}$

Resolução:

Para que o sistema esteja em equilíbrio, o torque gerado pelo fio torcido tem que ser igual ao torque gerado pelo binário formado pelas forças gravitacionais (desprezando-se a atração entre as massas mais distantes).

$$\tau_R = 0 \Rightarrow k\Delta\phi = F_G L = \frac{GMm}{b^2}\cdot L$$

$$G = \frac{b^2 k\Delta\phi}{LMm}.$$

Alternativa C

Questão 06

Um fluido de densidade ρ, incompressível e homogêneo, move-se por um tubo horizontal com duas secções transversais de áreas A_1 e $A_2 = kA_1$, em que k é uma constante real positiva menor que 1. Um elemento de volume de fluido entra no tubo com velocidade υ_1 na região onde a secção transversal de área é A_1 e sai através da outra extremidade. O estreitamento do tubo acontece em um curto intervalo de comprimento, muito menor do que o seu comprimento total. Assinale a alternativa que contém a diferença de pressão do fluido entre os pontos de entrada e saída do tubo.

a) 0

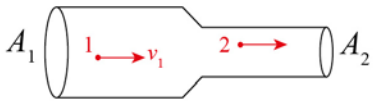
b) $\dfrac{\rho\upsilon_1^2}{2}$

c) $\dfrac{\rho\upsilon_1^2}{2}\left(\dfrac{1-k^2}{k^2}\right)$

d) $\dfrac{\rho\upsilon_1^2}{2}\left(\dfrac{1-k}{k}\right)$

e) $\dfrac{\rho\upsilon_1^2}{2}\left(\dfrac{1-k^2}{k}\right)$

Resolução:



Aplicando a Equação de Bernoulli nos pontos 1 e 2, temos:

$$P_1 + \rho\cancel{gh_1} + \frac{\rho v_1^2}{2} = P_2 + \rho\cancel{gh_2} + \frac{\rho v_2^2}{2} \qquad (h_1 = h_2)$$

$$P_1 - P_2 = \tfrac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

Pela equação da continuidade, podemos escrever:

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$$

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot (k \cdot A_2) \;\Rightarrow\; v_2 = v_1/k$$

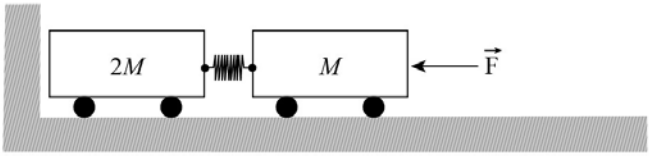
Logo,

$$P_1 - P_2 = \frac{\rho}{2}\left(\frac{v_1^2}{k^2} - v_1^2\right) \quad\Rightarrow\quad P_1 - P_2 = \frac{\rho v_1^2}{2}\left(\frac{1-k^2}{k^2}\right)$$

Alternativa C

Questão 07

No laboratório de mecânica, carrinhos de massas *M* e *2M* são unidos por uma mola elástica ideal e oscilam livremente em um plano liso com período *T*. A seguir, o sistema é comprimido contra uma parede por uma força *F* atuando sobre a massa *M*, conforme ilustra a figura abaixo. Nessa situação, a mola é sujeita a uma compressão *l* com respeito ao seu comprimento natural. Em um determinado instante, a massa *M* é liberada e o sistema entra em movimento. Assinale a alternativa que contém a máxima velocidade atingida pelo centro de massa no movimento subsequente.



a) 0

b) $\frac{2\pi l}{T}$

c) $\frac{2\pi l}{3T}$

d) $\sqrt{\frac{8}{3}} \times \frac{\pi l}{T}$

e) $\sqrt{\frac{8}{27}} \times \frac{\pi l}{T}$

Resolução:

O período das oscilações acopladas pode ser calculado a partir da massa reduzida do sistema:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\mu}{K}}$$

Sendo

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{2M \cdot M}{2M + M} = \frac{2M}{3}$$

Logo,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\mu}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{2M}{3K}} \Rightarrow K = \frac{8\pi^2 M}{3T^2}$$

A partir do instante em que a massa M é liberada, o sistema converte energia potencial elástica em energia cinética, até o momento em que a elongação na mola se anula e, a partir daí, o centro de massa se movimenta com velocidade constante. Desse modo, a máxima velocidade é atingida, pela primeira vez, com a mola indeformada e $2M$ ainda com velocidade nula. Pela conservação da energia:

$$\frac{Kl^2}{2} = \frac{Mu^2}{2} \Rightarrow \frac{1}{\cancel{2}}\frac{8\pi^2 \cancel{M}}{3T^2} = \frac{\cancel{M}}{\cancel{2}}u^2$$

$$u = \sqrt{\frac{8}{3}}\frac{\pi l}{T}$$

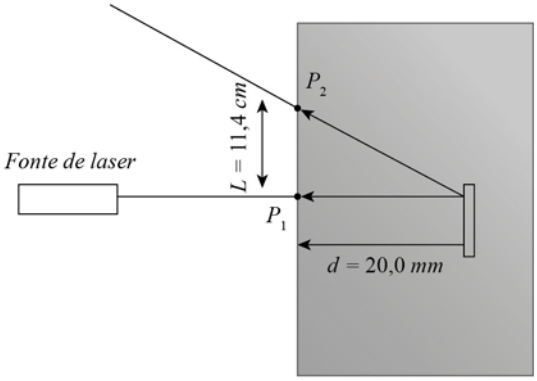
Contudo, esta não é a velocidade do centro de massa, mas apenas do bloco M. Como esse corresponde a 1/3 da massa total do sistema:

$$v_{CM} = \frac{u}{3} = \sqrt{\frac{8}{27}}\frac{\pi l}{T}.$$

Alternativa E

Questão 08

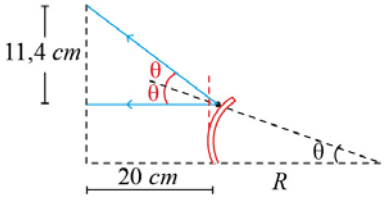
Um pesquisador mergulha uma lâmina bimetálica de latão e ferro de 5 cm de comprimento, 0,3 mm de espessura e perfeitamente plana a 20 °C em um fluido para estimar a sua temperatura. Um feixe de laser incide sobre a extremidade superior da lâmina, como mostra a figura abaixo. A extremidade inferior é mantida fixa e sempre vertical. A lâmina bimetálica encontra-se à distância d = 20,0 cm de uma das paredes do recipiente, atravessada pelo feixe no ponto P_1. O laser reflete na extremidade da lâmina bimetálica e volta a incidir sobre a mesma parede no ponto P_2, distante L = 11,4 cm do ponto P_1. As lâminas superpostas têm a mesma espessura, o coeficiente de dilatação linear do latão é igual a $\alpha_1 = 18\times10^{-6}K^{-1}$ e do ferro igual a $\alpha_2 = 2\times10^{-6}K^{-1}$. Assinale a alternativa que apresenta o intervalo contendo a melhor estimativa da temperatura do fluido.



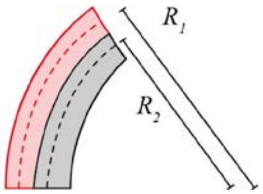
a) 30 °C ≤ T ≤ 80 °C
b) 80 °C ≤ T ≤ 130 °C
c) 130 °C ≤ T ≤ 180 °C
d) 180 °C ≤ T ≤ 230 °C
e) 230 °C ≤ T ≤ 280 °C

Resolução:

Considerando-se a distância d = 20 cm como a distância correta, e não a informada na imagem da questão (20 mm), temos:



$$tg\,2\theta = \frac{11,4}{20} = 0,57 \cong \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow 2\theta = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{12} \text{ ou } 15^{\circ}$$



Para o mesmo ângulo θ, temos:

$$\theta = \frac{L_1}{R_1} = \frac{L_2}{R_2} \Rightarrow (L_1 - L_2)\theta$$

em que $\begin{cases} L_1 = L_0(1+\alpha_1)\cdot\Delta T \\ L_2 = L_0(1+\alpha_2)\Delta T \end{cases}$

Desta forma, teremos:

$$\left[L_0(1+\alpha_1)\Delta T - L_0(1+\alpha_2)\Delta T\right] = (R_1 - R_2)\theta \qquad \text{onde} \quad R_1 - R_2 = e/2$$

$$L_0(\alpha_1 - \alpha_2)\Delta T = \frac{e}{2}\cdot\theta \quad \Rightarrow \quad 5\cdot 10^{-2}(18-2)\cdot \cancel{10^{-6}}^{-2}\cdot\Delta T = \frac{3\cdot \cancel{10^{-4}}}{2}\cdot \pi/12$$

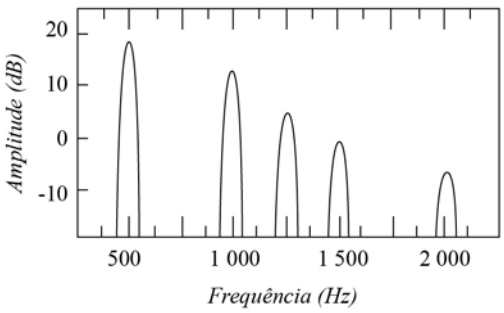
$$\Rightarrow \Delta T = 49,06\ ^{\circ}C$$

Logo, $T = L_0 + 49 = 69\ ^{\circ}C$

OBS: Caso se utilizasse o dado indicado na imagem (d = 20 mm), seria obtido o valor aproximado de 150 °C, o que atende ao item C). Desta forma, tendo duas possibilidades e alternativas, sugere-se à Banca a anulação da questão.
Alternativa A ou C

Questão 09

Muitos instrumentos musicais, como o piano, geram sons a partir da excitação de cordas com extremidades fixas. Ao pressionar uma tecla do piano, um dispositivo mecânico percute uma corda tensionada, produzindo uma onda sonora. O som produzido pelo piano em um determinado instante de tempo é captado e a sua decomposição espectral é fornecida no gráfico a seguir, à respeito do qual são feitas três sentenças.



I. Para gerar um espectro sonoro dessa natureza é necessário acionar 5 teclas do piano.
II. A velocidade de propagação de cada nota no ar é proporcional à sua frequência característica.
III. A frequência fundamental da corda, sujeita a uma tensão T, é inversamente proporcional à sua densidade linear de massa.

Assinale a alternativa correta.
a) As sentenças I, II e III são falsas.
b) Apenas a sentença I é verdadeira.
c) Apenas a sentença II é verdadeira.
d) Apenas a sentença III é verdadeira.

e) Apenas as sentenças I e II são verdadeiras.

Resolução:

(I) Falsa. O piano produz notas cujo timbre será composto por um harmônico fundamental de maior intensidade, acompanhado de outros harmônicos secundários. Portanto, no espectro fornecido não se pode afirmar que necessariamente foram acionadas 5 teclas.

(II) Falsa. A velocidade do som depende do meio no qual ele se propaga, sendo, portanto, constante para o ar e independente da frequência.

(III) Falsa. Pela Equação de Taylor $v = \lambda \cdot f = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, tem-se que a frequência fundamental é inversamente proporcional à raiz quadrada da densidade linear de massa.

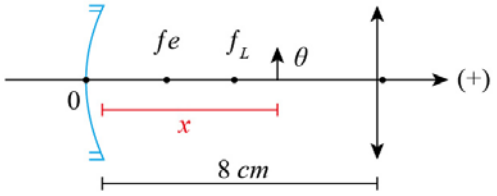
Alternativa A

Questão 10

Uma lente delgada convergente, com distância focal de 5 cm, é alinhada à frente de um espelho côncavo, de distância focal de 2 cm, de forma a compartilhar o mesmo eixo óptico. Seja x = 0 a posição do vértice do espelho e x = 8 cm a posição da lente. Quais as posições entre os elementos ópticos em que se pode colocar um objeto de forma que nenhuma imagem seja formada na região x > 8 cm?

a) $0\text{ cm} \le x \le 2{,}67\text{ cm}$
b) $3\text{ cm} \le x \le 6\text{ cm}$
c) $3\text{ cm} \le x \le 8\text{ cm}$
d) $5\text{ cm} \le x \le 8\text{ cm}$
e) $6\text{ cm} \le x \le 8\text{ cm}$

Resolução:



Para que não ocorra formação de imagem após a lente, o objeto e a imagem conjugada pelo espelho devem estar posicionados entre o foco e vértice da lente ($3\text{ cm} \le x \le 8\text{ cm}$). Para a imagem formada pelo espelho, temos:

$$\frac{1}{f_e} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{x} + \frac{1}{p'}$$

Como $p' \ge 3 \Rightarrow \frac{1}{p'} \le \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{x} \le \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \frac{1}{6} \le \frac{1}{x}$ logo, $x \le 6$.

Juntando com a condição da posição do objeto, conclui-se que: $3\text{cm} \le x \le 6\text{cm}$

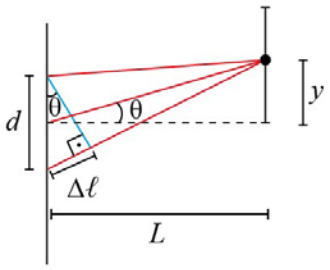
Alternativa B

Questão 11

Considere uma montagem de um experimento de dupla fenda de Young, na qual as fendas estão afastadas de d = 2,0 mm e são iluminadas por luz azul $(\lambda = 480\,\text{nm})$ e amarela $(\lambda' = 600\,\text{nm})$ de mesma intensidade. O padrão de difração resultante é projetado sobre um anteparo localizado a 5,0 m das fendas. A que distância, contada a partir da região brilhante central, uma franja verde pode ser observada no anteparo.

a) 1,2 mm
b) 1,5 mm
c) 6,0 mm
d) 9,0 mm
e) Não é possível observar uma franja verde a partir desse arranjo experimental.

Resolução:



O dispositivo apresentado permite que se observe a formação de máximos e mínimos de interferência para cada comprimento de onda mencionado. Podemos, dessa forma, observar regiões claras devido às interferências construtivas da luz azul e amarela, ou regiões escuras, onde nenhuma componente é capaz de iluminar. Contudo, nas regiões claras, há também a possibilidade de ocorrer simultaneamente interferência construtiva das duas componentes de luz e, neste caso, a cor resultante observada seria o branco (conforme sistema aditivo de cores para a luz). Portanto, não haveria nenhuma possibilidade de se observar, para esse arranjo experimental, qualquer componente de luz na cor verde.

Alternativa E

Questão 12

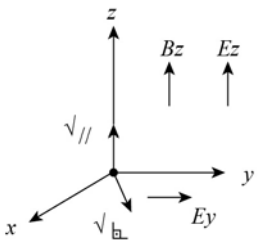
Considere o movimento de um objeto de massa $m = 1,0\ g$, positivamente carregado, com carga $20,0\ \mu C$,, na presença do campo gravitacional da superfície terrestre, *g*, e de um campo eletromagnético dado por

$$\vec{B} = B\hat{k}, \vec{E} = E_y\hat{j} + E_z\hat{k},$$

em que $B = 1,00\ T$, $E_x = 100$ N/C e $E_z = 800$ N/C. O eixo z corresponde à direção vertical para cima. Sabendo que a partícula partiu da origem do sistema de coordenada com velocidade $\vec{\upsilon}$, escrita em termos de suas componentes paralela e perpendicular a $\vec{B}$, ou seja, $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_{\parallel} + \vec{\upsilon}_{\perp}$, sendo $\upsilon_{\parallel} = 2,0$ m/s e $\upsilon_{\perp} = 1,0$ m/s, calcule o tempo necessário para ela atingir a posição $z = 1,0$ m.

a) 0,33 s
b) 0,66 s
c) 1,00 s
d) 1,33 s
e) 1,66 s

Resolução:



O movimento ao longo de *z* só é influenciado por E_z porque E_y acelera a partícula ao longo de *y* e porque B_z só faria a partícula girar no plano *xy*

$$z = z_0 + \upsilon_{0z} \cdot t + a_z \cdot \frac{t^2}{2}$$

$$z_0 = 0 \therefore \upsilon_{0z} = \upsilon_{\parallel} = 2 \text{ m/s} \therefore z = 1\ m$$

$$E_z \cdot q - m \cdot g = m \cdot a_z$$

$$a_z = \frac{E_z \cdot q - m \cdot g}{m} = \frac{800 \cdot 20 \cdot 10^{-6} - 10^{-3} \cdot 10}{10^{-3}}$$

$$a_z = 16 - 10 = 6 \text{ m/s}^2$$

$$1 = 0 + 2t + 3t^2 \therefore 3t^2 + 2t - 1 = 0$$

$$t = \frac{-2 + \sqrt{4 - 4 \cdot 3 \cdot (-1)}}{6} = \frac{-2\sqrt{16}}{6} = \frac{-2+4}{6} = \frac{1}{3}\ s$$

$$t \sim 0,33\ s$$

Observação: no enunciado, há um erro de digitação em que se fala em E_y, mas dá o valor de E_x.

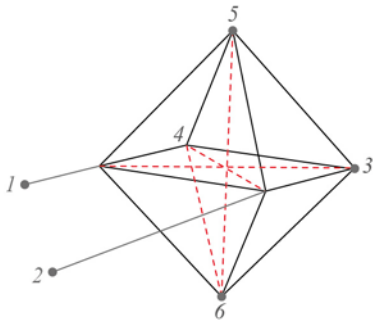
Alternativa A

Questão 13

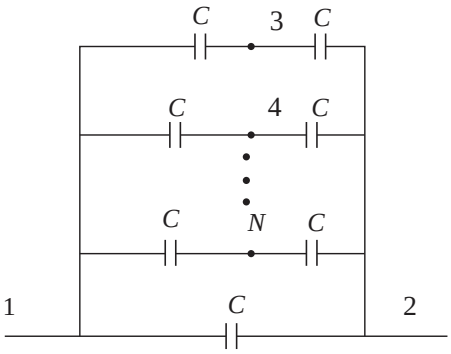
Considere um octaedro regular cujos vértices estão todos ligados por capacitores idênticos de capacitância *C*. Cada par de vértices, vizinhos ou não, está ligado por um capacitor. Calcule a capacitância equivalente entre dois vértices vizinhos do sólido.

a) C
b) 2 C
c) 3 C
d) 8 C/3
e) 8 C

Resolução:



Se "*N*" nós de um circuito estiverem interconectados com "*N*(*N* – 1)/2" capacitores iguais a "*C*", então a capacitância equivalente entre dois nós "1" e "2" é dada por:



$$\underbrace{C/2 \,\|\, C/2 \,\|\, \ldots \,\|\, C/2}_{(N-2)\text{ vezes}} \,\|\, C$$

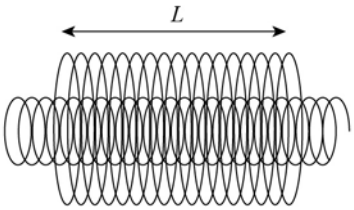
Isso porque não conseguimos distinguir os pontos "3", "4", ... e "*N*" em relação aos pontos "1" e "2". Se trocarmos os pontos "3" e "4", por exemplo, nada muda. Há uma simetria.
Como os pontos "3", "4", ... , "*N*" são intercambiáveis, eles estão em uma equipotencial e podemos desprezar os capacitores entre "3" e "4", "3" e "5" etc., já que estão em curto-circuito.
No nosso caso N = 6, logo:

$$Ceq = C/2 \,\|\, C/2 \,\|\, C/2 \,\|\, C/2 \,\|\, C = 4 \cdot (C/2) + C = 2C + C = 3C$$

Alternativa C

Questão 14

Considere um solenoide muito longo com n_1 voltas por unidade de comprimento e raio *a*. Situado no lado externo do solenoide, há outro solenoide de comprimento *L*, com n_2 voltas por unidade de comprimento e raio $b (b > a)$. Metade do solenoide externo possui resistividade ρ_1 e a outra metade ρ_2. Os fios que compõem o solenoide interno variam linearmente com o tempo, $I = I_0 t$. Desprezando a autoindutância dos solenoides, a corrente induzida no solenoide externo pode ser escrita por



a) $\dfrac{n_1\mu_0 I_0 a^2 A}{b(\rho_1+\rho_2)}$

b) $\dfrac{n_1\mu_0 I_0 bA}{(\rho_1+\rho_2)}$

c) $\dfrac{n_1 n_2\mu_0 I_0 \pi a^2 A}{b(\rho_1+\rho_2)}$

d) $\dfrac{n_1\mu_0 I_0 a^2 A(\rho_1+\rho_2)}{b(\rho_1+\rho_2)}$

e) $\dfrac{n_1\mu_0 I_0 a^2 A}{n_2 Lb(\rho_1+\rho_2)}$

Resolução:

O fluxo no solenoide externo, devido ao campo gerado pelo solenoide interno, é

$$\Phi_2 = B_1\cdot\Delta_{\text{efetiva}}\cdot N_2 = (\mu_0\cdot n_1\cdot I_0\cdot t)\cdot(\pi a^2)(n_2\cdot L) = \mu_0\pi\cdot n_1\cdot n_2\cdot a^2\cdot L\cdot I_0\cdot t$$

Pela lei de Faraday, a força eletromotriz induzida no solenoide externo será:

$$\varepsilon = \left|\frac{d\Phi_2}{dt}\right| = \mu_0\pi\cdot n_1\cdot n_2\cdot a^2 L\cdot I_0$$

Pela 2ª Lei de Ohm, podemos escrever a resistência do solenoide 2 (externo), como:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 = \frac{\rho_1\ell_1}{A} + \frac{\rho_2\ell_2}{A} = \frac{\ell}{2A}(\rho_1+\rho_2)$$

O solenoide 2 possui $n_2\cdot L$ voltas, desta forma, seu comprimento ℓ será:

$$\ell = (n_2\cdot L)\cdot(2\pi\cdot b) = 2n_2\cdot\pi\cdot b\cdot L$$

Finalmente, podemos escrever:

$$\varepsilon = R_{eq}\cdot i \;\Rightarrow\; \mu_0\cdot\cancel{\pi}\cdot n_1\cdot\cancel{n_2}\cdot a^2\cdot\cancel{L}\cdot I_0 = \cancel{n_2}\cdot\cancel{\pi}\cdot b\cdot\frac{\cancel{L}}{A}(\rho_1+\rho_2)\cdot i \;\Rightarrow\; i = \frac{\mu_0 n_1 a^2 I_0 A}{b(\rho_1+\rho_2)}$$

Alternativa A

Questão 15

A energia produzida pelo Sol é resultante de reações de fusão nuclear de conversão de hidrogênio em hélio. São convertidas em radiação eletromagnética a cada segundo 4,3 milhões de toneladas. Essa energia pode ser parcialmente convertida em energia elétrica em painéis solares na superfície da Terra com rendimento da ordem de 25%. Sabendo que a potência elétrica média consumida no Brasil é de 54 GW, estime a área que precisaria ser coberta por painéis solares para atender a demanda energética nacional. Despreze perdas de armazenamento e transmissão de energia, assim como efeitos da interação entre a luz e a atmosfera.

a) 21 km^2
b) 320 km^2
c) 4 800 km^2
d) 52 000 km^2
e) 680 000 km^2

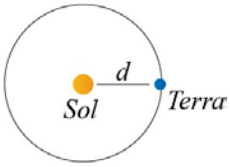
Resolução:

4,3 milhões de toneladas/s

$\eta = 25\%$

$\overline{P} = 54\ GW$

$A = ?$



$$\frac{P_{sol}}{4\pi d^2} = \frac{P_{Terra}}{A}$$
$$54\ GW = 0,25 \cdot P_{Terra}$$

$$A = \frac{P_{Terra} \cdot 4\pi d^2}{P_{sol}} = \frac{54 \cdot 10^9}{0,25} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot \left(150 \cdot 10^6 \cdot 10^3\right)^2}{P_{sol}}$$
$$P_{sol} = \frac{m \cdot C^2}{\Delta t} = \frac{4,3 \cdot 10^6 \cdot 10^3 \cdot \left(3 \cdot 10^8\right)^2}{1}$$
$$A = \frac{54 \cdot 10^5 \cdot 4\pi \cdot 150 \cdot 150 \cdot 10^{18}}{0,25 \cdot 4,3 \cdot 10^6 \cdot 10^3 \cdot 9 \cdot 10^{16}} = 1\,577\,302 \cdot \frac{10^{27}}{10^{25}}$$
$$A \cong 1,6 \cdot 10^6 \cdot 10^2\ m^2 = 160\ \text{km}^2$$

Considerando que as placas só funcionam de dia, teríamos, na média, que ter o dobro da área $\rightarrow 320\ \text{km}^2$

Alternativa B

PORTUGUÊS

Questão 16

Em *Numa e a ninfa*, o episódio (cap. 10) das contínuas interrupções do deputado Júlio Barroso no parlamento ilustra

a) o respeito distanciado, porém, genuíno, que as classes populares da época nutriam para com os políticos.
b) a idolatria do autor para com os políticos que defendiam a volta do regime monárquico.
c) a ironia com que a narrativa retrata a política institucional da República Velha.
d) a crença do narrador de que os males da política tinham origem nas intrigas das cortes europeias.
e) o tom de desesperança para com o futuro do Brasil manifestado na psicologia das personagens femininas.

Resolução:

O narrador ironiza o Congresso, os debates e, portanto, as instituições.

Alternativa C

Questão 17

Acerca das personagens Numa e Lucrêcio Barba de Bode de *Numa e a ninfa*, é possível afirmar CORRETAMENTE que

a) são o espelho da boa educação aristocrática que também caracteriza a dupla Edgarda e D. Florinda.
b) representam a dignidade de caráter do povo brasileiro, como Bogóloff e Juca Chaveco.
c) são personagens secundárias, cuja única função é auxiliar as personagens verdadeiramente centrais da narrativa.
d) são protagonistas porque contribuem decisivamente para o sucesso das carreiras políticas de Bentes e Benevenuto.
e) representam ao leitor que o oportunismo e a ação por mera conveniência estão presentes em todas as classes sociais brasileiras.

Resolução:

Numa, de origem humilde, estuda, torna-se deputado graças ao casamento arranjado, oportunista; Lucrécio, pobre, participa das campanhas políticas, favorecendo os donos do poder. Ambos se dão bem.

Alternativa E

Questão 18

Identifique a CORRETA caracterização do narrador de *Numa e a ninfa*.

a) é um narrador onisciente, que julga crítica e sarcasticamente os fatos e as personagens.
b) é um narrador personagem, imparcial, em 3ª pessoa.
c) é um narrador em 3ª pessoa, imparcial ao narrar os fatos, mas que julga criticamente as personagens.
d) é um narrador onisciente, em 1ª pessoa, que julga moralmente as demais personagens.
e) é um narrador onisciente, distanciado dos fatos e das personagens.

Resolução:

O narrador é onisciente, terceira pessoa, porém crítico e irônico.

Alternativa A

Questão 19

Leia atentamente o trecho destacado de *Numa e a ninfa* e o compare às declarações de I a III. Em seguida, assinale a alternativa CORRETA.

> Era a política, era Campeio a garantir-lhe a impunidade e, mais alto, os protetores de Campeio dando a este mão forte e prestígio... Se o Estado é uma coação organizada, essa coação cessava por abdicação do próprio Estado... Era o ruir de tudo... Onde nos levaria tudo isso?... A sua colaboração não seria criminosa? Tinha direito perante a sua própria consciência de contribuir para semelhante ruína? Sentiu perfeitamente que esse afrouxamento da lei e da autoridade tinha por fim recrutar dedicações aos ambiciosos antipáticos à opinião. A coação legal do Estado fizera-se, para uma mascarada eleitoral, ameaça de valentão...

I. O narrador usa o discurso direto para se distanciar da personagem.
II. O discurso indireto é usado unicamente para explicitar ao leitor as certezas da personagem.
III. O uso do discurso indireto livre não é evidenciado pela falta de referência direta aos pensamentos da personagem.

a) apenas I é verdadeira.
b) apenas II é verdadeira.
c) apenas I e II são falsas.
d) apenas III é falsa.
e) todas são falsas.

Resolução:

Não há evidências de discurso direto e indireto no texto, e o discurso indireto livre evidencia o pensamento e as dúvidas da personagem.

Alternativa E

Questão 20

Leia atentamente o trecho destacado de *Numa e a ninfa* e assinale a alternativa que a caracteriza INCORRETAMENTE.

> *A Cidade Nova dança à francesa ou à americana e ao som do piano. Há por lá até o célebre tipo do pianista, tão amaldiçoado, mas tão aproveitado que bem se induz que é ocultamente querido por toda a cidade. É um tipo bem característico, bem função do lugar, o que vem a demonstrar que o 'caterete' não é bem do que a Cidade Nova gosta.*

a) a observação de fatos cotidianos aproxima-se da crônica e permite ao narrador relatar algo que o senso comum não percebe imediatamente.
b) pelo relato dos fatos cotidianos, o narrador revela que, por trás das aparências, há uma recusa da cultura popular implícita na adesão à estrangeira.
c) o narrador manifesta sutilmente um juízo acerca do que se passa.
d) o relato e a interpretação do fato cotidiano facultam ao leitor formular seus próprios juízos sobre o que se passa.
e) é um relato estritamente objetivo que não busca manifestar nenhuma perspectiva subjetiva ou aspecto despercebido do cotidiano.

Resolução:

Não é estritamente objetivo. Expressão como "tão amaldiçoado" revela posicionamento subjetivo.

Alternativa E

Questão 21

Leia atentamente a primeira estrofe de “Morte do leiteiro”, da seção “NA PRAÇA DE CONVITES”. Em seguida, assinale a alternativa CORRETA.

Há pouco leite no país,
é preciso entregá-lo cedo.
Há muita sede no país,
é preciso entregá-lo cedo.
Há no país uma legenda,
que ladrão se mata com tiro.

a) os verbos, advérbios e complementos representam uma situação perigosa para quem bebe pouco leite.
b) a construção repetitiva dos versos sugere uma tensão entre as condições de vida, a repetição própria do trabalho moderno e uma moralidade social violenta.
c) o estilo coloquial do poema está em perfeita consonância com os preceitos da poética romântica do autor.
d) os versos tematizam a luta no campo entre grandes e pequenos pecuaristas dedicados à produção de laticínios no país.
e) a escassez de recursos linguísticos é uma metáfora da escassez de recursos na produção social de laticínios no país.

Resolução:

A repetição sugere a tensão e o desfecho do poema expressa a moral violenta – ladrão tem de ser morto.

Alternativa B

Questão 22

Assinale a alternativa que confirma a seguinte afirmação: a poética de Drummond mantém uma relação ambígua com a memória, com traços de esperança, embora sem saudosismo ou idealização.

a) “Eta vida besta, meu Deus.” (“Cidadezinha qualquer”).
b) “Amanhecem de novo as antigas manhãs/que não vivi jamais, pois jamais me sorriram.” (“Campo de flores”).
c) “Não cantarei amores que não tenho,/e, quando tive, nunca celebrei.” (“Nudez”).
d) “E como ficou chato ser moderno./Agora serei eterno.” (“Eterno”).
e) “Então nos punimos em nossa delícia./O amor atinge raso, e fere tanto.” (“Ciclo”).

Resolução:

A poética de Drummond mantém a relação indicada em "Amanhecem de novo as antigas manhãs/que não vivi jamais, pois jamais me sorriam" já que se estabelece o recomeço e a esperança, em vista que elementos poéticos do amanhecer e anoitecer remetem ao reinício e, ao mesmo tempo, não vinculam o saudosismo – o que já é uma característica de Drummond.

Alternativa B

Questão 23

Para apresentar a sua *Antologia poética*, Carlos Drummond de Andrade escreveu: “Algumas poesias caberiam talvez em outra seção que não a escolhida, ou em mais de uma. A razão da escolha está na tônica da composição, ou no engano do autor.” (“Informação - NOTA DA PRIMEIRA EDIÇÃO”). Diante do trecho citado, é possível afirmar que

a) o poeta quer dizer que a divisão é rígida e espelha fielmente as fases de sua obra.
b) o poeta admite, com ironia, a própria falibilidade e faculta ao leitor a liberdade de outra organização dos poemas.
c) a *Antologia poética* deve ser entendida normativamente, isto é, segundo uma “ordem interna” inalterável e que representa a chave da poética de Drummond.
d) o poeta retira do leitor a possibilidade de interpretar a sua poesia.
e) é evidente a falta de critério para a seleção dos poemas, o que indica apenas a intenção de amostragem, sem qualquer planejamento ou organização.

Resolução:

A falibilidade e ironia se confirmam pela expressão “engano do autor”.

Alternativa B

Questão 24

A respeito da obra de Carlos Drummond de Andrade, é incorreto afirmar que

a) a sua poética mantém uma relação ambígua com a memória, com traços de esperança, embora sem saudosismo ou idealização, como atestam os versos: "Pois de tudo fica um pouco./ Fica um pouco de teu queixo/ no queixo de tua filha." ("Resíduo").
b) não é sua característica tratar do amor como luxúria carnal que intensifica a dor de amar, conforme atestam os versos: "Não cantarei amores que não tenho,/ e, quando tive, nunca celebrei." ("Nudez").
c) não é marcada por terna evocação saudosista do passado, como atestam os versos: "E de tudo fica um pouco./ Oh abre os vidros de loção/ e abafa/ o insuportável mau cheiro da memória." ("Resíduo").
d) o poeta jamais demonstra dúvidas relativamente ao amor, conforme atestam os versos: "Amarei mesmo Fulana?/ ou é ilusão de sexo?" ("O mito").
e) o poeta não evita o tema da memória e só trata da expectativa do futuro, como atestam os versos: "Amanhecem de novo as antigas manhãs/ que não vivi jamais, pois jamais me sorriram." ("Campo de flores").

Resolução:

É possível perceber dúvidas em relação ao amor na poesia de Drummond, contrariamente ao que é afirmado no item D. Por isso, essa alternativa está errada. Note como o próprio poeta expressa um questionamento a respeito do "amor": "Amarei mesmo Fulana? / ou é ilusão de sexo", em trecho retirado do poema "O mito".

Alternativa D

Questão 25

Leia atentamente, os versos destacados de "Amar", da seção "AMAR-AMARO". Em seguida, assinale a alternativa CORRETA.

Este o nosso destino:
amor sem conta,
distribuído pelas coisas
pérfidas ou nulas,
doação ilimitada a uma
completa ingratidão,
e na concha vazia do
amor a procura medrosa,
paciente, de mais e mais
amor.

a) os versos evidenciam que o amor, na poética de Drummond, não representa um tema importante e é apenas ligeiramente abordado em seus poemas.
b) os versos evidenciam a centralidade do amor erótico na poética de Drummond, por meio do qual a subjetividade individual se exprime.
c) os versos evidenciam que, na poética de Drummond, o amor vai além do sentimentalismo individual para englobar relações humanas mais profundas.
d) nestes versos, o poeta reduz o amor ao ato sexual, ao desejo carnal entre homem e mulher.
e) nestes versos, o amor restringe-se a um sentimentalismo convencional, evidenciado pela escolha da forma tradicional do soneto para exprimir o tema.

Resolução:

No trecho retirado do belíssimo e complexo poema "Amar", de Carlos Drummond de Andrade, percebemos que o autor tematiza o amor além "do sentimentalismo individual para englobar relações humanas mais profundas", como atesta corretamente o item C.

Alternativa C

Questão 26

Leia atentamente o trecho do conto "A mão no ombro" e, em seguida, assinale a alternativa CORRETA.

Deixou cair a folha seca, enfurnou as mãos nos bolsos e seguiu pisando com a mesma prudência da estátua. Contornou o tufo de begônias, vacilou entre os dois ciprestes (mas o que significava essa estátua?) e enveredou por uma alameda que lhe pareceu menos sombria. Um jardim inocente.

a) é um narrador predominantemente em terceira pessoa, que utiliza, por vezes, o discurso indireto livre para se confundir com a personagem protagonista.
b) é um narrador em primeira pessoa que constrói um monólogo interior.

c) é um narrador protagonista, que relata, em primeira pessoa, as experiências que outra personagem lhe contou.
d) é um narrador em terceira pessoa pouco atento aos pensamentos da personagem protagonista.
e) é um narrador judicativo que recrimina a culpa que a personagem protagonista sente e, por isso, faz perguntas a si próprio.

Resolução:

Segundo a leitura do conto "A mão no ombro", de Lygia Fagundes Telles, podemos dizer que o texto é narrado em 3ª pessoa, o que contribui para o uso do discurso indireto livre. Por isso, podemos sinalizar o item A como correto.

Alternativa A

Questão 27

Relações amorosas desgastadas são uma constante nos contos de Lygia Fagundes Telles. Assinale a alternativa que não ilustra essa afirmação.

a) "Se por acaso alguém tinha pensado em comprar um novo fio dental porque este estava no fim. Não está, respondi, é que ele se enredou lá dentro, se a gente tirar esta plaqueta (tentei levantar a plaqueta) a gente vê que o rolo está inteiro mas enredado e quando o fio se enreda desse jeito, nunca mais!, melhor jogar fora e começar outro rolo. Não joguei." ("Noturno amarelo").
b) "Chega também de banho? ela perguntou enquanto dava tapinhas no queixo. Ele calçou os chinelos: se não estivesse tão cansado, poderia odiá-la." ("A mão no ombro").
c) "Acho que você nunca amou ninguém a não ser você mesmo, ela disse apertando as palmas das mãos contra os olhos. Amei você — quis dizer e não tive forças." ("A sauna").
d) "Fiz minha cara inocente: na véspera, ele me advertira que eu podia ser uma moça de mãos feias, 'Ainda não pensou nisso?'. Nunca tinha pensado antes, nunca me importei com as mãos, mas no instante em que ele fez a pergunta comecei a me importar." ("Herbarium").
e) "E achei que seria a oportunidade de me livrar dele, a troca era vantajosa, mas calculei mal, logo nos primeiros encontros descobri que a traição faz apodrecer o amor. Na rua, no restaurante, no cinema, na cama e em toda parte, Eduarda, você esteve presente." ("Noturno amarelo").

Resolução:

O único conto dos selecionados que não trata de relacionamentos desgastados é Herbarium. Nessa história, existe um amor platônico entre uma menina e seu primo mais velho, enquanto nas demais opções se aborda um esgotamento das relações amorosas.

Alternativa D

Questão 28

Leia atentamente trecho destacado do conto "Noturno amarelo" e, em seguida, assinale a alternativa CORRETA.

> *Tudo então aconteceu muito rápido. Ou foi lento? Vi o Avô dirigir-se para a porta que ficava no fundo da sala, pegar a chave que estava no chão, abrir a porta, deixar a chave no mesmo lugar e sair fechando a porta atrás de si. Foi a vez da Avó, que passou por mim com sua bengala e seu lorgnon, me fez um aceno e deixando a chave no mesmo lugar, seguiu o Avô. Vi Eduarda de longe, ajudando o noivo a vestir a capa, Mas onde foram todos? perguntei e ela não ouviu ou não entendeu.*

a) a visita de Laura, protagonista do conto, à antiga casa de sua família, aconteceu realmente, mas isso não a afeta em nada.
b) a visita de Laura à antiga casa de sua família só aconteceu na sua imaginação, o que revela a futilidade da personagem.
c) por nunca ter nutrido sentimentos de amor por sua família, Laura decide voltar no meio do caminho e cancelar a visita.
d) mais importante do que saber se a visita de Laura à antiga casa de sua família aconteceu realmente ou não é entender que as suas memórias a levam a passar a sua vida a limpo.
e) mais importante do que saber se a visita de Laura à antiga casa de sua família aconteceu realmente ou não é entender que nenhuma lembrança é capaz de alterar a sua falsidade e dissimulação em relação ao passado.

Resolução:

Laura, protagonista do conto "Noturno amarelo", de Lygia Fagundes Telles, procura fazer um pedido de desculpas imaginário na narrativa. Ali, no processo de rememoração, o acerto de contas se dá de maneira bastante tranquila, condição que expressa o imaginário do conto. Por isso, a única alternativa correta é a do item D.

Alternativa D

Questão 29

Assinale a alternativa CORRETA acerca do conto “Herbarium”.

a) o conto narra um caso de sedução de um adulto por uma menor, como atesta o trecho: “*Herbarium*, ensinou-me logo no primeiro dia em que chegou ao sítio. Fiquei repetindo a palavra, *herbarium*. *Herbarium.*”
b) o conto narra o ingresso da protagonista na adolescência, marcado pela sedução de um seu primo adulto, como atesta o trecho: “Ele selecionava as folhas ainda pesadas de orvalho quando me perguntou se já tinha ouvido falar em folha persistente.”
c) o conto descreve o desabrochar do primeiro amor - platônico e delicado - da protagonista, causado pela presença de um primo mais velho: “Dizer-lhe que diante dele, mais do que diante dos outros, tinha de inventar e fantasiar para obrigá-lo a se demorar em mim como se demorava agora na verbena — será que não percebia essa coisa tão simples?”
d) o conto narra o processo de amadurecimento traumático de uma adolescente, desencadeado pelo assédio de um primo mais velho, como atesta o trecho: “Tia Marita me enlaçou pela cintura enquanto se esforçava para lembrar o nome da recém-chegada, um nome de flor, como era mesmo?”
e) o conto narra a história de uma família de mulheres botânicas que viajam pelos sertões do Brasil e sofrem todo tipo de assédio: “'Aonde você vai com esse vestido de maria-mijona?’, perguntou minha mãe me dando a xícara de café com leite.”

Resolução:

A narrativa “Herbarium”, de Lygia Fagundes Telles, expressa as descobertas amorosas da protagonista para com o primo mais velho, o parente botânico. Dessa maneira, podemos marcar como correto o item C.

Alternativa C

Questão 30

Leia atentamente o trecho destacado do conto “Seminário dos ratos”, no qual o Chefe das Relações Públicas dirige-se ao Secretário do Bem-Estar Público e Privado. Em seguida, assinale a alternativa CORRETA.

> — *Bueno*, ontem à noite ele sofreu um pequeno acidente, Vossa Excelência sabe como anda o nosso trânsito! Teve que engessar um braço. Só pode chegar amanhã, já providenciei o jatinho — acrescentou o jovem com energia. — Na retaguarda fica toda uma equipe armada para a cobertura. Nosso Assessor vai pingando o noticiário por telefone, criando suspense até o encerramento, quando virão todos num jato especial, fotógrafos, canais de televisão, correspondentes estrangeiros, uma apoteose. *Fínis coronat opus*, o fim coroa a obra!

a) a passagem exprime a moral da história, qual seja: a política é impossível sem jatinhos.
b) a preocupação das personagens com as aparências e a comunicação com o público representa os seus ideais republicanos e democráticos.
c) a preocupação principal das personagens era promover uma comunicação transparente e honesta com o público.
d) a linguagem do Chefe das Relações Públicas evidencia que ele não se preocupa apenas com os objetivos, mas também com a dignidade dos meios para atingi-los.
e) a tradução do adágio latino, na última frase, indica a mentalidade utilitarista e a falta de princípios superiores das personagens em questão.

Resolução:

A citação latina expressa ao final do conto revela a típica mentalidade desprovida de princípios dos políticos representados pelo conto. Por isso, marcamos o item E como alternativa correta.

Alternativa E

Leia o texto destacado para responder às questões 31 e 32.

Stupidity permeates our perception and practice of politics. We frequently accuse politicians, bureaucrats, journalists, voters, “elites,” and “the masses” for their stupidities. In fact, it is not only “populist politicians,” “sensational journalism,” and “uneducated voters” who are accused of stupidity. Similar accusations can be, and in fact have been, made concerning those who criticize them as well. It seems that stupidity is ubiquitous, unable to be contained within or attributed to one specific political position, personal trait, or even ignorance and erroneous reasoning. Undertaking a theoretical investigation of stupidity, Nabut aka Otobe challenges the assumption that stupidity can be avoided. The author argues that the very ubiquity of stupidity implies its unavoidability - that we cannot contain it in such domains as error, ignorance, or “post-truth.” What we witness is rather that one's reasoning can be sound, evidence-based, and stupid. In revealing this unavoidability, he contends that stupidity is an ineluctable problem not only of politics, but also of thinking. We become stupid because we think: it is impossible to distinguish a priori stupid thought from upright, righteous thought. Moreover, the failure to address the unavoidability of stupidity leads political theory to the failure to acknowledge the productive moments that experiences of stupidity harbor within. Such productive moments constitute the potential of stupidity - that radical new ideas can emerge out of our seemingly banal and stupid thinking in our daily political activity.

Fonte: https://www.routledge.com/. Publicado em 12/10/2020. Acesso em 20/08/2021.

Questão 31

De acordo com o texto, não é correto afirmar que

a) em nossa prática política diária, novas ideias radicais podem surgir de um pensamento aparentemente banal e estúpido.
b) o fracasso em considerarmos que a estupidez é inevitável nos conduz a outro malogro.
c) a ubiquidade da estupidez implica em sua evitabilidade.
d) a estupidez não pode ser contida em domínios como ignorância, erro ou pós-verdade.
e) a estupidez é um problema do pensamento do qual não podemos escapar.

Resolução:

No segundo parágrafo do texto, segunda linha, o autor diz “...parece que a estupidez é onipresente, incapaz de ser contida”, ao passo que a alternativa C afirma exatamente o oposto, ou seja, não podemos aceitá-la como correta.

Alternativa C

Questão 32

O termo “moreover”, destacado em itálico no excerto do segundo parágrafo, “*Moreover*, the failure to address the unavoidability of stupidity leads political theory to the failure”, pode ser substituído, sem prejuízo de significado, por

a) furthermore.
b) although.
c) nevertheless.
d) unlikely.
e) even though.

Resolução:

Questão simples de *linking words* na qual o avaliador está procurando um sinônimo de *moreover* (além do mais), que é *furthermore*.

Alternativa A

Leia o texto destacado para responder às questões 33 e 34.

Jaap Wagelaar was my all-time favorite secondary school teacher. He gave me a 10/10 for my oral Dutch liierature exam, taught psychoanalysis during grammar class, astounded pupils with odd puppet show performances during lunch breaks and sadly ended his career with a burn-out. Few students and fellow teachers understood him. But since I trusted his judgment like nobody else’s, I once asked him why Piet Paaltjens and Gerard Reve, both canonized Dutch literary figures, albeit of very divergent genres, could occasionally be kind or ironic but were more often rather cynical, cold and heartless. The response he gave has stuck with me ever since: *cynical people are in fact the most emotional ones. Because of their sentimentality they are unable to handle injustice and feel forced to build up a self-protective screen against painful emotions called cynicism. Irony is mild' harmless and green. Sarcasm*

is biting and represents an orange traffic Iight. And the color of cynicism is deep red, with the shape of a grim scar that hides a hurt soul. They are all equally beautiful.
These words again carne to my mind when thinking back on the dozens of ironic, sarcastic and cynical memes about underperforming politicians and policy scandals disseminated over the past year. Who has not seen the image of Donald Trump walking through a desolate, scorched forest mumbling to himself: '*My work here is almost done*'? Who has not read the scathing reports of Flemish Ministers Bart Somers and Hilde Crevits escaping from a window aided by an unidentified third person after a meeting of the Council of Ministers to avoid critical journalists with the defense that they *urgently needed to go on Jiolidny and Windows are faster than doors*? Who has not come across the video announcement for a fictitious thriller called Angstra Zeneca with Dutch Health Minister Hugo de Jonge exclaiming '*ik heb er zo ´n kankerbende van gemaakt'* (I have made it all a cancerous mess) with a grimace stretching from ear to ear? And who has missed the most recent true story tragicomedy played by Charles Michel, male President of the European Council, and Ursula von der Leyen, female President of the European Commission, who had jointly been invited by Turkish President Recep Tayyip Erdogan to discuss the position of women in Turkey? Unfortunately, they were only offered one chair for two people, which was symbolically occupied by Michel who left Von der Leyen standing awkwardly for a while. She ended up settling for a place on the comfortable sofa reserved for second rank guests.
It was damned easy to get addicted to these countless videos, photos, images and written parodies. Oh, did we have fun with them! Some were ironic, some sarcastic and others cynical, but they jointly sketch a disconcerting image of the quality and reputation of key politicians in liberal Western democracies.

Fonte: https://www.eur.nl/en/news/. Publicado em 16/04/2021. Acesso em 29/08/21. Adaptado.

Questão 33

O termo "albeit", destacado em itálico no excerto do primeiro parágrafo, "both canonized Dutch literary figures *albeit* of very divergent genres", tem sentido equivalente a
a) meanwhile.
b) despite.
c) whereas.
d) indeed.
e) through.

Resolução:

Apesar de não ser comum o uso de *albeit*, o termo tem o mesmo valor da conjunção *although*, que não está presente entre as alternativas. Porém, sabemos que *despite* e *in spite of* são termos sinônimos.

Alternativa B

Questão 34

Em um encontro para discutir a posição da mulher, o anfitrião
a) convidou dois representantes homens.
b) não deu oportunidade de voz a uma representante mulher.
c) relegou a representante mulher a um assento secundário.
d) não cumprimentou a representante mulher.
e) ficou constrangido com a falha na organização do evento.

Resolução:

A resposta encontra-se no último parágrafo do texto, no qual se afirma que o presidente turco convidou duas autoridades europeias, um homem e uma mulher, para falarem sobre a posição da mulher na Turquia. Como só havia uma única cadeira para o entrevistado, o homem sentou-se nela, enquanto a mulher foi sentar-se em um sofá confortável, reservado para o convidado de segunda classe, menos importante.

Alternativa C

Leia o texto destacado para responder às questões 35 a 37.

In a new survey of North American Indian languages, Marianne Mithun gives an admirably clear statement of what is lost as each language ceases to be used. "Speakers of these languages and their descendants are acutely aware of what it can mean to lose a language," she begins - and this is perfectly true, although these speakers must have taken the decision themselves not to teach the language to their children. It happens all too often - people regret that their language and culture are being lost but at the same time decide not to saddle their own children with the chore of preserving them.
When a language disappears [Mithun continues] the most intimate aspects of culture can disappear as well: fundamental ways of organizing experience into concepts, of relating ideas to each other, of interacting to people. The more conscious genres of verbal art are usually lost as well: traditional ritual, oratory, myth, legends, and even humor. Speakers commonly remark that when they speak a different language, they say different things and even think different thoughts. These are very interesting assertions. They

slip by in a book on anthropological linguistics, where in a book on linguistic theory they would be highly contentious. Is it true that "fundamental ways of organizing experience into concepts [and] of relating ideas to each other" are specific to individual languages and are therefore likely to be lost when a language ceases to be used? Is it true that when speakers speak a different language, they "say different things and even think different thoughts"? Again, the extent to which thought depends on language is very controversial. These questions must be now faced, because only when we have reached an opinion on them will we be able to accept or reject Marianne Mithun's conclusion: The loss of a language represents a definitive separation of a people from its heritage. It also represents an irreparable loss for us all, the loss of opportunities to glimpse alternative ways of making sense of the human experience."

Fonte: Dalby, Andrew. ***Language in daiigvr***. New York: Columbia University Press, 2003, p. 252, 285. Adaptado.

Questão 35

De acordo com a linguista Marianne Mithun

a) os indivíduos falantes de línguas nativas e seus descendentes não têm absoluta clareza do que perder uma língua pode significar.
b) indivíduos nativos lamentam a perda de sua língua e cultura, mas não querem sobrecarregar seus filhos com a responsabilidade de preservá-las.
c) antes da extinção de uma língua, aspectos da cultura correspondente já haviam desaparecido.
d) teorias linguísticas afirmam que o desaparecimento de línguas nativas é altamente controverso.
e) a decisão de povos originários e seus descendentes ao abandonar suas línguas nativas tem motivação econômica.

Resolução:

Questão fácil. A resposta encontra-se no primeiro parágrafo, nas três últimas linhas, em que a autora diz: "as pessoas lamentam que sua língua e cultura sejam perdidas, mas, ao mesmo tempo, elas decidem não sobrecarregar seus próprios filhos com o peso de preservá-la".

Alternativa B

Questão 36

O termo "must", destacado em itálico no excerto do segundo parágrafo, "These questions *must* be now faced", pode ser substituído, sem alteração de significado, por

a) could.
b) might.
c) ought to.
d) used to.
e) had to.

Resolução:

A resposta deve ser o *ought to*, sinônimo de *should*, porque no texto o uso do *must* não pressupõe uma obrigação, mas uma necessidade ou um conselho. Das alternativas do gabarito, a correta é a aquela que traz o modal usado para conselhos, *ought to.*

Alternativa C

Questão 37

De acordo com o texto, é correto afirmar que com o desaparecimento de uma língua, aspectos dessa cultura também estão fadados ao desaparecimento, exceto

a) a interação entre indivíduos do grupo.
b) formas de expressar experiências vividas em conceitos.
c) estabelecimento de relações entre ideias.
d) suas práticas econômicas baseadas em escambo.
e) a tradição oral de seus mitos e lendas.

Resolução:

O enunciado pede para analisar o único aspecto não citado no texto como influenciado pelo desaparecimento de uma língua. Em momento algum, no texto, foram citadas práticas econômicas como um fator influenciado pelo uso de uma língua.

Alternativa D

Leia o texto destacado para responder às questões de 38 a 40.

Meritocracy has become a leading social ideal. Politicians across the ideological spectrum continually return to the theme that the rewards of life - money, power, jobs, university admission - should be distributed according to skill and effort. The most common metaphor is the ‘even playing field' upon which players can rise to the position that fits their merit. Conceptually and morally, meritocracy is presented as the opposite of Systems such as hereditary aristocracy, in which one’s social position is determined by the lottery of birth. Under meritocracy, wealth and advantage are merit’s rightful compensation, not the fortuitous windfall of external events. And most people don’t just think the world should be run meritocratically, they think it is meritocratic. However, although widely held, the belief that merit rather than luck determines success or failure in the world is demonstrably false. This is not least because merit itself is, in large part, the result of luck. Talent and the capacity for determined effort, sometimes called ‘grit’, depend a great deal on one's genetic endowments and upbringing.

Perhaps more disturbing, simply holding meritocracy as a value seems to promote discriminatory behaviour. The management scholar Emilio Castilla at the Massachusetts Institute of Technology and the sociologist Stephen Benard at Indiana University studied attempts to implement meritocratic practices, such as performance-based compensation in private companies. They found that, in companies that explicitly held meritocracy as a core value, managers assigned greater rewards to male employees over female employees with identical performance evaluations. This preference disappeared where meritocracy was not explicitly adopted as a value. This is surprising because impartiality is the core of meritocracy’s moral appeal. The ‘even playing field’ is intended to avoid unfair inequalities based on gender, race and the like. Yet Castilla and Benard found that, ironically, attempts to implement meritocracy leads to just the kinds of inequalities that it aims to eliminate. They suggest that this ‘paradox of meritocracy’ occurs because explicitly adopting meritocracy as a value convinces subjects of their own moral bona fides. Satisfied that they are just, they become less inclined to examine their own behaviour for signs of prejudice. As with any ideology, part of its draw is that it justifies the status quo, explaining why people belong where they happen to be in the social order. It is a well-established psychological principie that people prefer to believe that the world is just.

Fonte: https://bigthink.com/. Publicado em 23/03/2019. Acesso em 20/08/2021. Adaptado.

Questão 38

According to the first paragraph, one of the supporting arguments for meritocracy is:

a) since meritocracy resembles the species selection process, it has a biological nature.
b) effort and developed ability will be rewarded, so meritocracy is an unbiased ideological ideal.
c) meritocracy is based on the concept of self-made fortunate man.
d) skill and effort are determined by fortuitous opportunities that should be identifíed.
e) heredity should play a decisive part for a successful outcome.

Resolução:

A questão pede para escolhermos o item que, no primeiro parágrafo, apoia o uso difundido da meritocracia. A resposta encontra-se no primeiro parágrafo, linhas 3 e 4.

Alternativa B

Questão 39

According to the third and fourth paragraphs, researchers at the Massachusetts Institute of Technology and Indiana University found that meritocracy

a) should be adopted in organizations in a transparent way.
b) has the potential to be transformed into a fair assessment tool in companies.
c) could eliminate inequalities and prejudice against minorities if well conducted.
d) is surprising because it provides a social ‘even playing field’.
e) is self-contradictory since it reinforces the inequalities it is supposed to eradicate.

Resolução:

Nos parágrafos 3 e 4, é dito que, segundo os pesquisadores do MIT, a tentativa de utilizar um ideal de meritocracia para impedir a injustiça e o preconceito resulta em efeito contrário, visto que é justamente isso que ela cria. Essa crítica está muito clara no item E.

Alternativa E

Questão 40

De acordo com o quarto parágrafo, a meritocracia promove
a) o conformismo social.
b) a mobilidade social.
c) a justiça social.
d) a crença em um mundo melhor.
e) a inquietação psicológica.

Resolução:
No quarto parágrafo, os pesquisadores do MIT chegam à conclusão que, no final das contas, a única coisa que a meritocracia conserva é o *status quo*, ou seja, deixa tudo como era antes, isto é, promove o conformismo social.

Alternativa A

MATEMÁTICA

Convenções: Considerando o sistema de coordenadas cartesiano a menos que haja indicação contrária**.**

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$	: denota o conjunto dos números naturais.
$\mathbb{R}$	: denota o conjunto dos números reais.
$\mathbb{C}$	: denota o conjunto dos números complexos.
i	: denota a unidade imaginária, $i^2 = -1$.
$M_n(\mathbb{R})$	: denota o conjunto das matrizes $n \times n$ de entradas reais.
$\overline{AB}$	: denota o segmento de reto de extremidades nos pontos A e B.
$A\hat{O}B$	: denota o ângulo formado pelas semi-retas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$, com vértice no ponto O.
$m(\overline{AB})$	: denota o comprimento do segmento $\overline{AB}$.

Questão 41

Se $x = 9\log_{120} 2 + 3\log_{120} 3 + 2\log_{14400} 125$,
podemos afirmar que
a) $x = 2$.
b) $x = 3$.
c) $x = 4$.
d) $x = 5$.
e) $x = 6$.

Resolução:

Sabe-se que $9\log_{120} 2 = \log_{120} 2^9$, $3\log_{120} 3 = \log_{120} 3^3$ e $\log_{14400} 125 = \frac{1}{2}\log_{120} 5^3$. Com isso, considerando que $x = 9\log_{120} 2 + 3\log_{120} 3 + 2\log_{14400} 125$, tem-se que $x = \log_{120} 2^9 + \log_{120} 3^3 + 2 \cdot \frac{1}{2}\log_{120} 5^3$, ou ainda, $x = \log_{120}(2^9 \cdot 3^3 \cdot 5^3)$. Com isso, considerando que $2^9 \cdot 3^3 \cdot 5^3 = 120^3$, tem-se que $x = \log_{120} 120^3$, ou ainda, $x = 3 \cdot \log_{120} 120$. Assim, já que $\log_{120} 120 = 1$, conclui-se que $x = 3$.

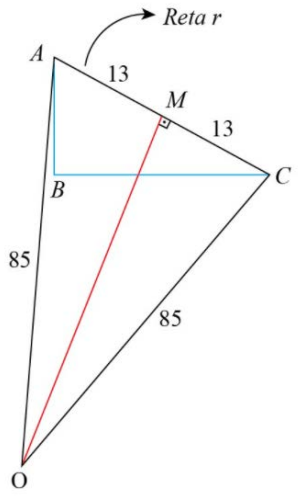
Alternativa B

Questão 42

Considere um triângulo de vértices A, B e C, retângulo em B. Seja r a reta determinada por A e C e seja O um ponto equidistante de A e C no mesmo lado que B com respeito a r. Sabendo que $m(\overline{AO}) = 85$, $m(\overline{AB}) = 10$ e $m(\overline{BC}) = 24$ temos que a distância de O a r é
a) 64.
b) 66.
c) 74.
d) 76.
e) 84.

Resolução:

Como O é equidistante de A e de C, então ele está na mediatriz de AC. Pelo Teorema de Pitágoras, obtemos que $AC^2 = 10^2 + 24^2$, ou seja, $AC = 26$. Seja M o ponto médio de AC, temos



A distância de O a r é a medida do segmento OM. Pelo Teorema de Pitágoras, temos $85^2 = 13^2 + OM^2 \Rightarrow \boxed{OM = 84}$.

Alternativa E

Questão 43

Seja $m \in \mathbb{R}$. Considere os sistemas lineares

$$S_1 \begin{cases} 4x - y = 2 \\ -16x + m^2 y + z = -10 \\ 12x - 3y + z = 8 \end{cases} \quad \text{e} \quad S_2 : \begin{cases} 10x + z = m^2 + m - 1 \\ -5y + 5z = 14 \\ 5my + (14 - 5m)z = 14m^2 - 56 \end{cases}$$

Assinale a alternativa correta:

a) Não existe $m \in \mathbb{R}$ tal que S_1 é equivalente a S_2.

b) Existe exatamente um $m > 0$ tal que S_1 é equivalente a S_2.

c) Existe exatamente um $m < 0$ tal que S_1 é equivalente a S_2.

d) Existem exatamente dois valores distintos de m tais que S_1 é equivalente a S_2.

e) Existem infinitos valores distintos para m tais que S_1 é equivalente a S_2.

Resolução:

As matrizes completas de S_1 e S_2 são, respectivamente,

$$A_1 = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & 2 \\ -16 & m^2 & 1 & -10 \\ 12 & -3 & 1 & 8 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 1 & m^2 + m - 1 \\ 0 & -5 & 5 & 14 \\ 0 & 5m & (14 - 5m) & 14m^2 - 56 \end{bmatrix}$$

Escalonando, temos

$$A_1 \sim \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & m^2 - 4 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & * \\ 0 & m^2 - 4 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

onde $* = 2 + \dfrac{4}{4 - m^2}$, se $m^2 \neq 4$.

$$A_2 \sim \begin{bmatrix} 10 & 0 & 1 & m^2 + m - 1 \\ 0 & -5 & 5 & 14 \\ 0 & 0 & 14 & 14(m^2 + m - 4) \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 10 & 0 & 1 & m^2 + m - 1 \\ 0 & -1 & 1 & 14/5 \\ 0 & 0 & 1 & m^2 + m - 4 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & m^2 + m - \dfrac{34}{5} \\ 0 & 0 & 1 & m^2 + m - 4 \end{bmatrix}$$

S_1 e S_2 são equivalentes se, e somente se

$(i)\ m^2 \neq 4$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{4-m^2}=\frac{3}{10} \Leftrightarrow m=-3$ ou $m=3$

$\frac{4}{4-m^2}=m^2+m-\frac{34}{5}$

$2=m^2+m-4 \Leftrightarrow m=-3$ ou $m=2$

Verificamos que $m=-3$ satisfaz a segunda equação. Logo, no caso em que $m^2 \neq 4$, temos, para $m=-3$, que S_1 e S_2 são equivalentes.

$(ii)\ m^2=4$

Nesse caso, S_1 é impossível, mas S_2 é possível. Logo, não teremos $S_1 \sim S_2$.

Alternativa C

Questão 44

Sejam $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ com $z_2 \neq 0$. Considere as afirmações:

I. Se $z_1+z_2 \in \mathbb{R}$ e $z_1-z_2 \in \mathbb{R}$ então $z_1 \in \mathbb{R}$ e $z_2 \in \mathbb{R}$.

II. Se $z_1 \cdot z_2 \in \mathbb{R}$ e $z_1/z_2 \in \mathbb{R}$ então $z_1 \in \mathbb{R}$ e $z_2 \in \mathbb{R}$.

III. Se $z_1+z_2 \in \mathbb{R}$ e $z_1 \cdot z_2 \in \mathbb{R}$ então $z_1 \in \mathbb{R}$ e $z_2 \in \mathbb{R}$.

É (são) sempre verdadeira(s):

a) apenas I.
b) I e II.
c) apenas I e III.
d) apenas II.
e) apenas III.

Resolução:

I. Sejam $z_1=a_1+b_1i$ e $z_2=a_2+b_2i$, com $i^2=-1$ e $a_1,b_1,a_2,b_2 \in \mathbb{R}$. Com isso, $z_1+z_2=(a_1+a_2)+(b_1+b_2)i$ e $z_1-z_2=(a_1-a_2)+(b_1-b_2)i$. Com $z_1+z_2 \in \mathbb{R}$ e $z_1-z_2 \in \mathbb{R}$, obtém-se $b_1+b_2=0$ e $b_1-b_2=0$, o que implica $b_1=0$ e $b_2=0$. Com $b_1=0$, $z_1 \in \mathbb{R}$; e com $b_2=0$, $z_2 \in \mathbb{R}$. Assim, conclui-se que a afirmação é verdadeira.

II Sejam $z_1=i$ e $z_2=-i$, com $i^2=-1$. Com isso, $z_1 \cdot z_2=1$ e $\frac{z_1}{z_2}=-1$. Desse modo, tem-se $z_1 \cdot z_2 \in \mathbb{R}$ e $\frac{z_1}{z_2} \in \mathbb{R}$ e não, necessariamente, $z_1 \in \mathbb{R}$ e $z_2 \in \mathbb{R}$. Assim, conclui-se que a afirmação é falsa.

III. Sejam $z_1=1+2i$ e $z_2=1-2i$, com $i^2=-1$. Com isso, $z_1+z_2=2$ e $z_1 \cdot z_2=5$. Desse modo, tem-se $z_1+z_2 \in \mathbb{R}$ e $z_1 \cdot z_2 \in \mathbb{R}$ e não, necessariamente, $z_1 \in \mathbb{R}$ e $z_2 \in \mathbb{R}$. Assim, conclui-se que a afirmação é falsa.

Alternativa A

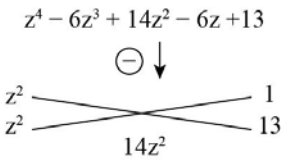
Questão 45

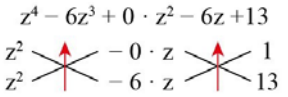
Considere o polinômio $p(z)=z^4-6z^3+14z^2-6z+13$ e note que $p(i)=0$. Considere no plano complexo o quadrilátero cujos vértices são as raízes de $p(z)$. Podemos afirmar a área desse quadrilátero é

a) 4.
b) 6.
c) 8.
d) 9.
e) 10.

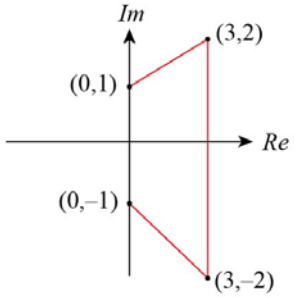
Resolução:

Para fatorar $P(z) = z^4 - 6z^3 + 14z^2 - 6z + 13$, podemos utilizar a "cruzadinha especial":





Então, $P(z) = (z^2+1)(z^2-6z+13)$. As raízes de $P(z)$ são, então, $\pm i$ e $3 \pm 2i$. Com isso, buscamos a área do quadrilátero formado pelos pontos $(0,1), (0,-1), (3,2), (3,-2)$,



que é um trapézio de área $\dfrac{(2+4)\cdot 3}{2} = 9$ *u.a.*

Alternativa D

Questão 46

Seja $n \geq 2$ e $A, B \in M_n(\mathbb{R})$. Considere as seguintes afirmações:

I. Se $AB \neq BA$ então ou A ou B não é inversível.
II. Se $AB = 0$ então $BA = 0$.
III. Se $A^T = -A^2$ e A é inversível então $\det(A) = -1$.

É (são) verdadeira(s):
a) apenas I.
b) apenas II.
c) apenas III.
d) apenas I e III.
e) nenhuma das afirmações.

Resolução:

I. Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$. Ambas as matrizes são inversíveis. No entanto,

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

Logo, $AB \neq BA$. Portanto, I é falsa.

II. Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

$$AB=\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&0\\0&0&0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-2&-1&0\\2&1&0\\0&0&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$$

$$BA=\begin{bmatrix}-2&-1&0\\2&1&0\\0&0&0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&0\\0&0&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-3&-3&-2\\3&3&2\\0&0&0\end{bmatrix}\neq 0.$$

Portanto, II é falsa.

III. Sabemos que $\det\left(A^T\right)=\det\left(A\right)$ e $\det\left(-A^2\right)=\left(-1\right)^n\cdot\left(\det\left(A\right)\right)^2$. Logo, $\det\left(A\right)=\left(-1\right)^n\cdot\left(\det\left(A\right)^2\right)\Rightarrow 1=\left(-1\right)^n\det\left(A\right)$. Se a ordem de A for par, $\det\left(A\right)=1$. Portanto, III é falsa.

Alternativa E

Questão 47

Sejam $x,\ r\in\mathbb{R}$ e suponha que $-\pi/2<x-r\leq x+r<r/2$.
Sobre tan(x - r), tan(x) e tan(x + r), nesta ordem, podemos afirmar que:

a) Nunca determina uma progressão aritmética.
b) Pode determinar uma progressão aritmética apenas se r = 0.
c) Pode determinar uma progressão aritmética apenas se r = 0 ou se $r=\sqrt{3}/3$.
d) Pode determinar uma progressão aritmética para infinitos valores distintos de r.
e) Determina uma progressão aritmética para todo x e r como no enunciado.

Resolução:

Com $x-r\leq x+r$, obtém-se $r\geq 0$. Com $-\frac{\pi}{2}<x-r$ e $x+r<\frac{\pi}{2}$, obtém-se $-\frac{\pi}{2}+r<x<\frac{\pi}{2}-r$. Contando que $r\geq 0$ e $-\frac{\pi}{2}+r<x<\frac{r}{2}-r$, obtém-se $-\frac{r}{2}<x<\frac{\pi}{2}$ e $0\leq r<\frac{\pi}{2}$. Considerando que $\mathrm{tg}(x-r)$, $\mathrm{tg}\,x$ e $\mathrm{tg}(x+r)$, nessa ordem, estejam em progressão aritmética, $\mathrm{tg}(x-r)+\mathrm{tg}(x+r)=2\,\mathrm{tg}\,x$ ou, ainda, $\frac{\mathrm{sen}\left(x-r\right)}{\cos\left(x-r\right)}+\frac{\mathrm{sen}\left(x+r\right)}{\cos\left(x+r\right)}=2\frac{\mathrm{sen}\ x}{\cos\ x}$. Disso, $\frac{\mathrm{sen}(x-r)\cos(x+r)+\mathrm{sen}(x+r)\cos(x-r)}{\cos(x-r)\cos(x+r)}=2\frac{\mathrm{sen}\,x}{\cos x}$ ou, ainda, $\frac{2\,\mathrm{sen}\,2x}{\cos 2x+\cos 2r}=2\frac{\mathrm{sen}\,x}{\cos x}$. Disso, $2\cos^2 x\,\mathrm{sen}\,x=\mathrm{sen}\,x(\cos 2x+\cos 2r)$, ou seja, $\mathrm{sen}\,x(2\cos^2 x-\cos 2x-\cos 2r)=0$. Disso, $\mathrm{sen}\,x=0$ ou $\cos 2r=1$. De $\mathrm{sen}\,x=0$, com $-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$, obtém-se $x=0$. De $\cos 2r=1$ e $0\leq r<\frac{\pi}{2}$, obtém-se $r=0$. Isso significa que, para $x=0$ e $r\in[0,\frac{\pi}{2}[$, tem-se uma progressão aritmética; e para $r=0$ e $x\in]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$ tem-se também uma progressão aritmética. Assim, conclui-se que $\mathrm{tg}(x-r)$, $\mathrm{tg}\,x$ e $\mathrm{tg}(x+r)$, nessa ordem, formam uma progressão aritmética para infinitos valores distintos de r, pois, com $x=0$, para todo r tal que $r\in[0,\frac{\pi}{2}[$, forma-se uma progressão aritmética.

Alternativa D

Questão 48

Seja $b\in\mathbb{R}$ tal que a equação

$$x^2-6bx-\left(1-b^2\right)\left(y^2-2by\right)+b^4+8b^2-1=0$$

determina uma hipérbole. Com respeito ao centro C desta hipérbole podemos afirmar:

a) $C\in\left\{\left(x,y\right)\in\mathbb{R}^2\,/\,x^2/9+y^2/12<1\right\}$.
b) $C\in\left\{\left(x,y\right)\in\mathbb{R}^2\,/\,x^2/4+y^2/2>1\right\}$.
c) $C\in\left\{\left(x,y\right)\in\mathbb{R}^2\,/\,x^2/9-y^2/2<1\right\}$.
d) $C\in\left\{\left(x,y\right)\in\mathbb{R}^2\,/\,3x^2-2y^2>1\right\}$.
e) Nenhuma das alternativas anteriores.

Resolução:

Seja $f(x,y)=x^2-6bx-(1-b^2)(y^2-2by)+b^4+8b^2-1$. Expandindo essa expressão, obtemos:

$$f(x,y)=x^2+(b^2-1)y^2-6bx+(2b-2b^3)y+b^4+8b^2-1$$

Como a figura é uma hipérbole, é verdade que $\Delta_{\text{cônica}}=B^2-4AC>0$, então $0^2-4\cdot 1\cdot(b^2-1)>0$ e, portanto, $b^2<1$.

Para encontrar o centro $C=(x_c,y_c)$ da cônica, basta resolvermos, simultaneamente, as equações $\frac{\partial f}{\partial x}=0$ e $\frac{\partial f}{\partial y}=0$. Assim, temos

$$\begin{cases} 2x-6b=0 \Rightarrow \boxed{x_c=3b} \\ 2(b^2-1)y+(2b-2b^3)=0 \Rightarrow y=\dfrac{2b^3-2b}{2(b^2-1)} \Rightarrow \boxed{y_c=b} \end{cases}$$

Então, o centro da cônica é $(x_c,y_c)=(3b,b)$.

Como $x_c^{\,2}=9b^2$ e $b^2<1$, então $\frac{x_c^{\,2}}{9}<1$. Além disso, como b é real, então $\frac{y_c^{\,2}}{2}=\frac{b^2}{2}>0$. Concluímos que é válida a inequação $\frac{x_c^{\,2}}{9}-\frac{y_c^{\,2}}{2}<1$ e, portanto, $C\in\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \,/\, x^2/9-y^2/2<1\}$.

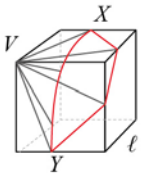
Alternativa C

Questão 49

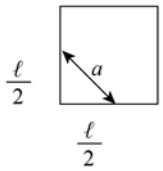
Seja P uma pirâmide regular cujo vértice V é um dos vértices de um cubo de lado l e cuja base é o hexágono formado pelos pontos médios das seis arestas do cubo que não contém V nem o vértice oposto a V. O raio da esfera que circunscreve P é

a) $l\sqrt{2}/12$.
b) $l\sqrt{3}/12$.
c) $5l\sqrt{2}/12$.
d) $5l\sqrt{3}/12$.
e) $l\sqrt{3}/6$.

Resolução:

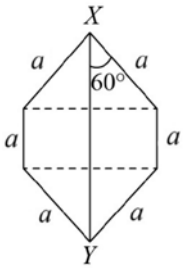


A aresta do hexágono da base vale:



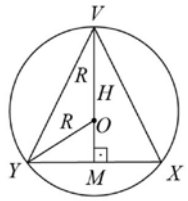
$$a=\frac{l\sqrt{2}}{2}$$

A altura da pirâmide é exatamente metade da diagonal do cubo, ou seja, $\frac{l\sqrt{3}}{2}$, pois o hexágono dista $\frac{l\sqrt{3}}{2}$ de V.



$$\overline{XY}=a+2a\cos 60°=2a=l\sqrt{2}$$

Projetando, temos



$$h=\frac{l\sqrt{3}}{2}$$

$$\overline{XY}=l\sqrt{2}$$

Fazendo Pitágoras em ΔYOM, em que $\overline{OM}^2 = R^2 - \frac{l^2}{2} \Rightarrow \overline{OM} = \sqrt{R^2 - \frac{l^2}{2}}$.

Mas $h = \frac{l\sqrt{3}}{2} = R + \overline{OM}$. Então,

$$\overline{OM} = \frac{l\sqrt{3} - 2R}{2} = \sqrt{\frac{2R^2 - l^2}{2}}$$

Ou $\left(l\sqrt{3} - 2R\right)^2 = 2\left(2R^2 - l^2\right) \Leftrightarrow 3l^2 - 4\sqrt{3}lR + 4R^2 = 4R^2 - 2l^2 \Leftrightarrow 5l^2 = 4\sqrt{3}lR$

$$\Leftrightarrow R = \frac{5l}{4\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}l}{12}$$

Alternativa D

Questão 50

Considere as seguintes afirmações:

I. Se α e β são planos paralelos distintos e *r* é uma reta tal que $r \cap \alpha \neq \varnothing$ então $r \cap \beta \neq \varnothing$.

II. Se *r* é uma reta e *P* e *Q* são pontos distintos, então existem infinitos planos equidistantes de *P* e *Q* que contêm *r*.

III. Dado quatro pontos no espaço, existe um único ponto equidistante a eles.

É (são) verdadeira(s):

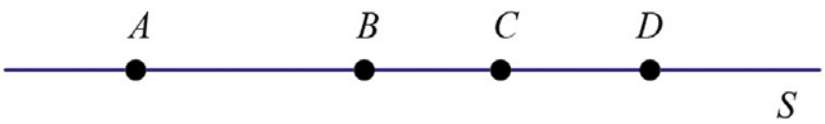
a) Nenhuma das afirmações.
b) apenas I.
c) apenas II.
d) apenas III.
e) I, II e III.

Resolução:

I. Seja r tal que $\mathrm{r} \subset \alpha$. Com isso, $\mathrm{r} \cap \alpha \neq \varnothing$. Ocorre que α e β são planos paralelos distintos. Disso, contando que $\mathrm{r} \subset \alpha$, não existe $P \in \mathrm{r}$ tal que $P \in \beta$, o que implica $\mathrm{r} \cap \beta = \varnothing$. Com isso, na hipótese em que $\mathrm{r} \subset \alpha$, tem-se que $\mathrm{r} \cap \beta = \varnothing$. Assim, a afirmação é falsa.

II. Seja P tal que $P \in \mathrm{r}$ e Q tal que $Q \notin \mathrm{r}$. Considerando que, desse modo, a distância de P até qualquer plano que contenha r é igual a zero, há apenas um plano que contém r e é equidistante de *P* e de *Q*. Trata-se do plano que é definido por r e por Q. Assim, na hipótese em que $P \in \mathrm{r}$ e $Q \notin \mathrm{r}$, não existem infinitos planos que são equidistantes de *P* e de *Q* que contêm r. Assim, a afirmação é falsa.

III. Sejam A, B, C e D pontos do espaço, dois a dois, distintos e colineares, como ilustra a figura.



No espaço, o lugar geométrico dos pontos que equidistam de *A* e de *B* é o plano perpendicular à reta s e que passa pelo ponto médio do segmento *AB*. As distâncias de qualquer ponto pertencente a este plano aos pontos *C* e *D* são superiores à distância que tal ponto tem até o ponto *A* e até o ponto *B*. Isso quer dizer que, nessa hipótese, não existe ponto do espaço que equidiste dos pontos *A*, *B*, *C* e *D*. Assim, a afirmação é falsa.

Alternativa A

Questão 51

Dizemos que a representação binária de um número $N \in \mathbb{N}$ da forma

$$N = g \cdot 2^0 + f \cdot 2^1 + e \cdot 2^2 + d \cdot 2^3 + c \cdot 2^4 + b \cdot 2^5 + a \cdot 2^6$$

é $(abcdefg)_2$, onde *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, $g \in \{0,1\}$ e omitem-se os algarismos 0 até o primeiro algarismo 1 da esquerda para a direita. Seja *k* um número inteiro tal que $1 \leq k \leq 100$. Qual a probabilidade de *k* e *k* + 1 terem representações binárias com um número distinto de algarismos?

a) 2%.

b) 4%.
c) 6%.
d) 8%.
e) 10%.

Resolução:

Temos que $1=(1)_2$ e, aplicando as divisões sucessivas, percebemos que $100=(1100100)_2$, pois $100=2^2+2^5+2^6$. Fazendo a contagem dos números, obtemos

$$\text{Representação binária com } \begin{cases} \text{1 algarismo: } (1)_2 \\ \text{2 algarismos: } (10)_2 \text{ e } (11)_2 \\ \text{3 algarismos: de } (100)_2 \text{ até } (111)_2 \\ \text{4 algarismos: de } (1000)_2 \text{ até } (1111)_2 \\ \text{5 algarismos: de } (10000)_2 \text{ até } (11111)_2 \\ \text{6 algarismos: de } (100000)_2 \text{ até } (111111)_2 \\ \text{7 algarismos: de } (1000000)_2 \text{ até } (1100100)_2 \end{cases}$$

Há 100 possibilidades para a escolha do número k. Dentre essas possibilidades, há 6 possibilidades em que $k+1$ tem mais algarismos que k. Isso ocorre quando escolhemos, para o valor de k, algum dos elementos do conjunto $\{(1)_2,(11)_2,(111)_2,(1111)_2,(11111)_2,(111111)_2\}$.

Então, a probabilidade pedida é $\frac{6}{100}=6\%$.

Alternativa C

Questão 52

Seja *A* o conjunto de todas as retas que passam por dois vértices distintos de um cubo *C*. Escolhendo aleatoriamente duas retas distintas de *A*, a probabilidade dessas retas se interceptarem em um vértice de *C* é:

a) 4/9.
b) 1/2.
c) 2/3.
d) 1/14.
e) 3/7.

Resolução:

O cubo *C* tem 8 vértices. Logo, $\#A=\binom{8}{2}=28$. O número de pares de retas é $\binom{28}{2}=14\times 27$. Para duas retas se interceptarem em um vértice de *C*, primeiramente escolhemos o vértice de 8 formas. Então, das 7 retas que passam pelo vértice escolhido, escolhemos 2, de $\binom{7}{2}=21$ formas.

Logo, $p=\frac{8\times 21}{14\times 27}=\frac{4}{9}$.

Alternativa A

Questão 53

Sejam α, β e θ ângulos internos de um triângulo. Se $\cos(\beta+\theta)\le\cos(\alpha+2\beta)$, podemos afirmar que:

a) O triângulo não é isóceles.
b) O triângulo não é retângulo.
c) O triângulo não é actuângulo.
d) O triângulo não é obtusângulo.
e) Não se pode garantir nenhum dos itens anteriores.

Resolução:

Considerando que $\cos(\beta+\theta) \le \cos(\alpha+2\beta)$, tem-se que $\cos(\beta+\theta)-\cos(\alpha+2\beta) \le 0$. Com isso, obtém-se $-2\text{sen}(\frac{\beta+\theta+\alpha+2\beta}{2})\text{sen}(\frac{\beta+\theta-\alpha-2\beta}{2}) \le 0$. Disso, já que $\alpha+\beta+\theta=180^o$, obtém-se $-2\text{sen}(90^o+\beta)\text{sen}(\theta-90^o) \le 0$, o que implica $\cos\beta\cos\theta \le 0$. Se $\cos\beta=0$ ou $\cos\theta=0$, então $\beta=90^o$ ou $\theta=90^o$, o que implica que o triângulo é retângulo. Se $\cos\beta \ne 0$ e $\cos\theta \ne 0$, então $\cos\beta<0$ e $\cos\theta>0$ ou $\cos\beta>0$ e $\cos\theta<0$, o que implica que β é um ângulo obtuso ou θ é um ângulo obtuso, fazendo com que o triângulo seja obtusângulo. Assim, conclui-se que o triângulo não é acutângulo.

Alternativa C

Questão 54

O número de soluções reais e distintas da equação $\cos^2(2x)=3-\cos^6(x)-5\cos^2(x)$ no intervalo $[0,2\pi[$ é

a) 2.
b) 3.
c) 4.
d) 5.
e) 6.

Resolução:

Como $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$, temos

$$\left(2\cos^2 x-1\right)^2 = 3-\cos^6 x - 5\cos^2 x$$

$$\Downarrow$$

$$\cos^6 x + 4\cos^4 x + \cos^2 x - 2 = 0$$

Seja $\cos^2 x = k$:

$k^3+4k^2+k-2=0$

Por inspeção, percebemos que -1 é a raiz.

	1	4	1	−2
−1	1	3	−2	0

Então, a equação buscada é $(k+1)\cdot(k^2+3k-2)=0$, que tem soluções $-1, \frac{-\sqrt{17}-3}{2}$ e $\frac{\sqrt{17}-3}{2}$.

Como $k=\cos^2 x \ge 0$, a única solução possível é $\cos^2 x = \frac{\sqrt{17}-3}{2}$. Portanto, $\cos x = \pm\sqrt{\frac{\sqrt{17}-3}{2}}$ e, como $x \in [0,2\pi[$, há 4 soluções reais e distintas no intervalo $[0,2\pi[$.

Alternativa C

Questão 55

Seja T um triângulo de vértices A, B e C com $m(\overline{AB})=2\sqrt{5}$ e $m(\overline{BC})=6$. Sabendo que $A\hat{B}C$ é agudo e T é inscritível em uma circunferência de raio R = 5, podemos afirmar que:

a) $m(\overline{AC})=\sqrt{5}/5$.

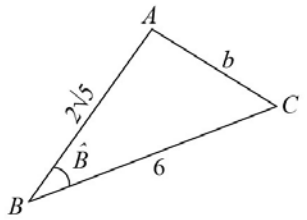
b) $m(\overline{AC})=2\sqrt{5}/5$.

c) $m(\overline{AC})=4\sqrt{5}/5$.

d) $m(\overline{AC})=8\sqrt{5}/5$.

e) $m(\overline{AC})=14\sqrt{5}/5$.

Resolução:



Seja $b = \overline{AC}$.

Pela Lei dos senos, temos $\dfrac{b}{sen\left(\hat{B}\right)} = 2R = 10$.

Ou seja, $sen\left(\hat{B}\right) = \dfrac{b}{10} \Leftrightarrow b = 10\ sen\left(\hat{B}\right)$.

Pela Lei dos cossenos, temos $b^2 = 36 + 20 - 24\sqrt{5}\ \cos\left(\hat{B}\right)$. Substituindo b por $10\ sen\left(\hat{B}\right)$:

$100\ sen^2\left(\hat{B}\right) = 56 - 24\sqrt{5}\ \cos\left(\hat{B}\right) \Leftrightarrow$

$100 - 100\cos^2\left(\hat{B}\right) = 56 - 24\sqrt{5}\cos\left(\hat{B}\right) \Leftrightarrow$

$25\ \cos^2\left(\hat{B}\right) - 6\sqrt{5}\ \cos\left(\hat{B}\right) - 11 = 0 \Leftrightarrow$

$\cos\left(\hat{B}\right) = \dfrac{11\sqrt{5}}{25}$ ou $\cos\left(\hat{B}\right)\dfrac{-\sqrt{5}}{5}$ (não pode, pois $\left(\hat{B}\right)$ é agudo).

Portanto, $\cos\left(\hat{B}\right) = \dfrac{11\sqrt{5}}{25} \Rightarrow sen\left(\hat{B}\right) = \dfrac{2}{5\sqrt{5}}$

Assim, $b = 10 \times \dfrac{2}{5\sqrt{5}} = \dfrac{4\sqrt{5}}{5}$.

Alternativa C

QUÍMICA

Constantes

Constante de Avogadro (N_A)	$= 6{,}02 \times 10^{23}\ mol^{-1}$
Constante de Faraday (F)	$= 9{,}65 \times 10^4\ C \cdot mol^{-1} = 9{,}65 \times 10^4\ A \cdot s \cdot mol^{-1} = 9{,}65 \times 10^4\ J \cdot V^{-1}\ mol^{-1}$
Carga elementar	$= 1{,}60 \times 10^{-19}\ C$
Constante dos gases (R)	$= 8{,}21 \times 10^{-2}\ atm \cdot L \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1} = 8{,}31\ J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1} = 1{,}98\ cal \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$
Constante de Planck (h)	$= 6{,}63 \times 10^{-34}\ J \cdot s$
Velocidade da luz no vácuo	$= 3{,}0 \times 10^8\ m \cdot s^{-1}$
Número de Euler (e)	$= 2{,}72$

Definições

Pressão: 1 atm = 760 mmHg = $1{,}01325 \times 10^5\ N \cdot m^{-2}$ = 1,01325 bar
Energia: 1 J = 1 N·m = $1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} = 6{,}24 \times 10^{18}$ eV
Condições normais de temperatura e pressão (CNTP): 0 ºC e 1 atm
Condições ambientes: 25 °C e 1 atm
Condições padrão: 1 bar; concentração das soluções = $1\ mol \cdot L^{-1}$ (rigorosamente: atividade unitária das espécies); sólido com estrutura cristalina mais estável nas condições de pressão e temperatura em questão.
(*s*) = sólido. (ℓ) = líquido. (*g*) = gás. (*aq*) = aquoso. (*conc*) = concentrado. (*ua*) = unidades arbitrárias.
(*u.m.a.*) = unidade de massa atômica. [*X*] = concentração da espécie química *X* em $mol \cdot L^{-1}$
In X = 2,3 log X
EPH = eletrodo padrão de hidrogênio

Massas Molares

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g mol^{-1})	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g mol^{-1})
H	1	1,01	*Cℓ*	17	35,45
B	5	10,81	*K*	19	39,10
C	6	12,01	*Ca*	20	40,08
N	7	14,01	*Mn*	25	54,94
O	8	16,00	*Br*	35	79,90
F	9	19,00	*Ag*	47	107,87
Na	11	22,99	*I*	53	126,90
Mg	12	24,30	*Hg*	80	200,59
P	15	30,97	*Pb*	82	207,19
S	16	32,06	*Pa*	91	231,04

Questão 56

Considere os seguintes pares de substâncias líquidas a 25 ºC:

I. Água e metanol.
II. Acetona e dissulfeto de carbono.
III. Acetona e clorofórmio.
IV. n-hexano e n-heptano.
V. Metanol e etanol.

Assinale a alternativa que apresenta os pares de substâncias que formam soluções consideradas ideais

a) Apenas I, II e III.
b) Apenas I e IV.
c) Apenas II, III e IV.
d) Apenas IV e V.
e) Todas.

Resolução:

Uma solução é considerada ideal quando o ΔH mistura = O e, assim, obedece à lei de Raoult (solução diluída).
Nessa perspectiva, a interação solvente-solvente tem a mesma energia da interação soluto-solvente. Portanto, as soluções ideais são:

n-hexano e n-heptano
metanol e etanol

Alternativa D

Questão 57

Sobre a energia reticular, assinale a alternativa ERRADA.

a) A energia reticular é a energia envolvida na formação do sólido cristalino quando o cristal sólido se forma a partir de íons separados no estado gasoso.
b) O ciclo de Born-Haber é um método usado para determinação do valor da energia reticular.
c) A energia reticular é função das cargas dos íons e da distância entre eles.
d) Um sólido que sofre mudança de estrutura cristalina mantém constante sua energia reticular.
e) A energia reticular representa a soma entre as forças de atração e repulsão eletrostática.

Resolução:

a) Correta.
A energia de rede é, por definição, a energia envolvida na formação do sólido a partir dos íons gasosos.
$C^+(g) + A^-(g) \rightarrow CA(s)$ $\Delta H_{rede} < 0$
b) Correta.
O ciclo de Born-Haber é um modelo usado para explicar a formação do retículo cristalino e, consequentemente, para estimar a entalpia reticular.
c) Correta.
A energia reticular depende das cargas dos íons e da distância entre eles.
d) Errada.
Uma mudança na estrutura cristalina muda a energia de rede.
e) Correta.
O ΔH_{rede} depende de forças atrativas e repulsivas entre os íons.

Alternativa D

Questão 58

O tempo de meia vida do ^{231}Pa é $3,25 \times 10^4$ anos. Assinale a alternativa que apresenta a massa restante (em dg) de uma amostra inicial de 376,15 dg, após $3,25 \times 10^5$ anos.

a) 0,19.
b) 0,37.
c) 1,88.
d) 3,76.
e) 7,52.

Resolução:

Se a variação de tempo é igual a $3,25 \cdot 10^5$ anos e o tempo de meia vida é de $3,25 \cdot 10^4$ anos, então se passaram 10 tempos de meia vida. Assim:

$$M = \frac{M_0}{2^n} = \frac{376,15}{2^{10}} = \frac{376,15}{1024} \cong 0,37 \text{ dg}$$

Alternativa B

Questão 59

Considere as seguintes afirmações sobre os aminoácidos:

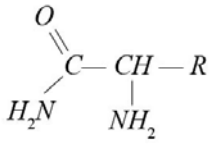
I. Os aminoácidos são pequenas moléculas com propriedades bioquímicas únicas determinadas por seus grupos funcionais.
II. Os aminoácidos em pH fisiológico (~7,4) apresentam os grupamentos amina protonados, enquanto os grupos carboxílicos assumem sua forma de base conjugada.
III. Os aminoácidos podem se polimerizar por meio de reações de adição para formar as ligações peptídicas (CO-NH).
IV. As variações no comprimento e sequência de aminoácidos de polipeptídios são características que contribuem para a diversidade na forma e nas funções biológicas das proteínas.
V. Todos os aminoácidos obtidos de polipeptídios são opticamente ativos, isto é, eles desviam o plano da luz polarizada.

Assinale a alternativa que apresenta as afirmações CORRETAS.

a) Apenas I, II e IV.
b) Apenas I, II, IV e V.
c) Apenas I, III e V.
d) Apenas I, III, IV e V.
e) Todas.

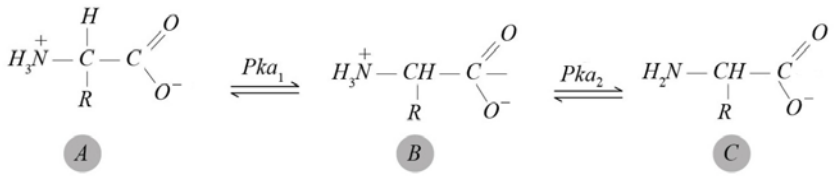
Resolução:

I. Correta.

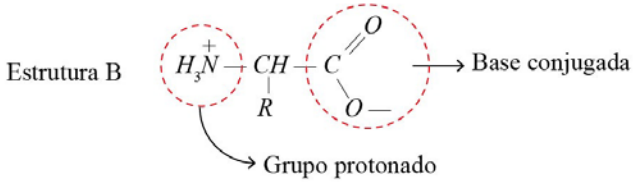


São moléculas caracterizadas pelos grupos Amino-carboxila.

II. Correta.
Para os α–aminoácidos (α-*aa*) ocorrem os seguintes equilíbrios:



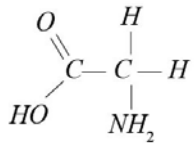
Para os α-*aa* o $pKa_2 > 7,4$. Sendo a estrutura B predominante.



III. Incorreta.
A reação de polimerização dos aminoácidos é de condensação.

IV. Correta.
Variações na quantidade e na sequência de aminoácido formarão diferentes proteínas, com alterações nas formas e nas funções biológicas.

V. Incorreta.
O Ac. Amino-etanoico (Glicina) não apresenta atividade óptica.



Alternativa A

Questão 60

A ebulioscopia pode ser um método útil para a identificação de solutos desconhecidos. Uma solução foi preparada dissolvendo-se 9 g de um soluto desconhecido em 100 g de água, cuja constante ebulioscópica (K_e) é igual a 0,5 °C·mol·kg^{-1}. Verificou-se que o ponto de ebulição normal da solução resultante é igual a 100,25 °C. Com base nesse resultado, assinale a alternativa que apresenta a possível identidade do soluto utilizado na preparação da solução.

a) Ureia.
b) Creatina.
c) Naftaleno.
d) Glicose.
e) Lactose.

Resolução:

Como ocorreu um aumento de 0,25 °C na temperatura de ebulição, temos

$$\Delta T = K_e \cdot \omega \cdot i$$

$$\Delta T = K_e \cdot \frac{m_1(g)}{MM_1(g.mol^{-1}) \cdot m_2(kg)} \cdot i$$

$$0,25 = 0,5 \cdot \frac{9}{MM_1 \cdot 0,1} \cdot 1 \therefore MM_1 = 180\, g.mol^{-1}$$

Analisando cada alternativa.

a) CH_4N_2O, então a massa molar é 60 g.mol^{-1}
b) $C_4H_9N_3O_2$, então a massa molar é 131 g.mol^{-1}
c) $C_{10}H_8$, então a massa molar é 128 g.mol^{-1}
d) $C_6H_{12}O_6$, então a massa molar é 180 g.mol^{-1}
e) $C_{12}H_{22}O_{11}$, então a massa molar é 342 g.mol^{-1}

Alternativa D

Questão 61

São feitas as seguintes afirmações a respeito do ciclo do oxigênio no meio ambiente:

I. A concentração de oxigênio na atmosfera está diminuindo significativamente no último século, devido à queima de combustíveis fósseis e à redução da vegetação terrestre e marinha.
II. Os maiores contribuintes para a produção de oxigênio e sua liberação na atmosfera terrestre são florestas densas, pastagens, ervas e arbustos.
III. O oxigênio está envolvido, em algum grau, em todos os outros ciclos biogeoquímicos.
IV. Águas doces frias são as maiores fontes de oxigênio livre na Terra.

Assinale a alternativa que apresentam as afirmações ERRADAS.

a) Apenas I, II e III.
b) Apenas I, II e IV.
c) Apenas I, III e IV.
d) Apenas II, III e IV.
e) Todas.

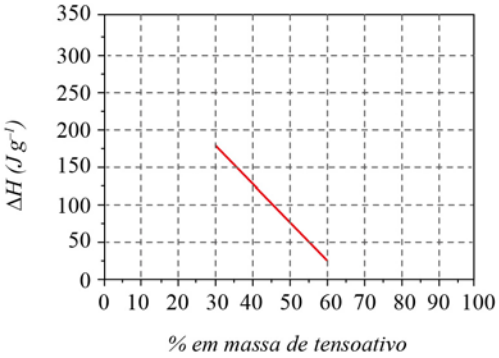
Resolução:

I. Errada. A concentração do gás oxigênio não diminuiu significativamente ao longo dos anos. Assim, sua concentração é praticamente constante, aproximadamente 20% da composição do ar.
II. Errada. Os maiores contribuintes para a produção de gás oxigênio são os Fitoplânctons.
III. Correta
IV. Errada. As maiores fontes de oxigênio são algas marinhas.

Alternativa B

Questão 62

Sistemas compostos por água e tensoativos em diferentes proporções, depois de homogeneizados, passam por um processo termodinâmico quando atingem temperaturas em torno de 0 ºC. A variação de entalpia (ΔH) desse processo foi determinada para cada mistura em função da composição do sistema, conforme apresentado no gráfico.



Considere que o ponto de fusão do tensoativo puro é menor que –20 ºC e o calor latente de fusão da água pura é 334 $J \cdot g^{-1}$. Sobre esses sistemas são feitas as seguintes afirmações:

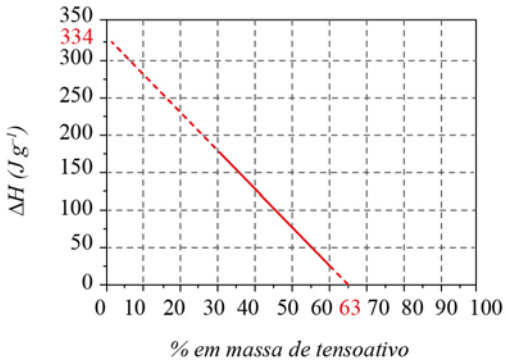
I. O ΔH refere-se à transição de fase do tensoativo.
II. O calor latente de fusão do tensoativo puro é –180 $J \cdot g^{-1}$.
III. Até 35% em massa de água pode se apresentar na forma associada à substância e não funde.
IV. O ΔH é proporcional à quantidade de água não associada ao tensoativo.

Com base no gráfico e nas informações do enunciado, assinale a opção que indica a(s) afirmação(ões) CORRETA(S).

a) Apenas I e II.
b) Apenas I, II e IV.
c) Apenas II.
d) Apenas III e IV.
e) Todas.

Resolução:

Vamos extrapolar o gráfico para cortar o eixo das abscissas e das ordenadas.



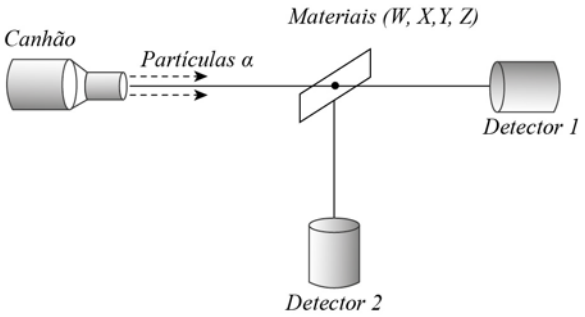
Quando há 0% em massa do tensoativo, o ΔH encontrado é próximo de 334 $J.g^{-1}$, ou seja, pode-se dizer que é o ΔH de fusão da água. Percebe-se que para um valor próximo a 65% de tensoativo, o ΔH fica nulo, ou seja, a água não funde. Assim, observemos as alternativas.

I. Incorreto. Refere-se à transição de fase da água.
II. Incorreto. O calor latente não pode ter valor negativo.
III. Correto. Como não há fusão da água (análise do gráfico) para 65% em massa do tensoativo, espera-se que a água possa estar associada ao tensoativo.
IV. Como o processo trata da fusão da água, tal processo não ocorre para quando o percentual em massa do tensoativo ultrapassa 65%, então o ΔH do processo irá depender da quantidade de água que não está associada ao tensoativo.

Alternativa D

Questão 63

Considere a seguinte configuração experimental, constituída de um canhão de partículas α, dois detectores de partículas α posicionados ortogonalmente entre si e uma folha fina de um determinado material (W, X, Y, Z).



Experimentos foram realizados, bombardeando cada material com uma quantidade de partículas α e registrando o número de partículas coletadas em cada detector, conforme a tabela abaixo.

Experimento	Partículas lançadas	Material	Partículas Coletadas	
			Detector 1	Detector 2
I	8000	W	7903	1
II	10	X	10	0
III	10	Y	10	0
IV	10	Z	10	0

A partir dessas informações, assinale a alternativa que apresenta a conclusão CORRETA sobre as observações feitas nos experimentos.

a) Com a espessura de uma folha fina, somente o material W é capaz de defletir partículas α.
b) Conclusões não podem ser tiradas sobre os experimentos II, III e IV, pois o experimento I mostrou que a taxa de partículas defletidas é muito baixa para um dos materiais.
c) A medição obtida no experimento I contém algum erro, visto que o número resultante da soma de partículas registrado nos detectores 1 e 2 não é igual ao de partículas lançadas pelo canhão.
d) Os experimentos confirmam que os materiais X, Y e Z são transparentes às partículas α.
e) Se todos os materiais fossem bombardeados por um mesmo número de partículas α, eles apresentariam exatamente o mesmo número de partículas nos detectores 1 e 2, contanto que todos tivessem a mesma espessura.

Resolução:

O detector 1 consegue medir o número de partículas que não sofrem desvios, já o detector 2 consegue medir o número de partículas que sofrem desvios de 90° para apenas um lado.

a) Incorreto. Nos experimentos II, III e IV, o número de partículas utilizado é muito baixo, não podendo concluir o exposto.
b) Correto. Como a taxa de partículas defletidas em I é muito pequena e o número amostral em II, III e IV é muito baixo, nada se pode inferir sobre os três últimos experimentos.
c) Incorreto. A diferença se dá pelo fato de que não há detectores em todas as direções.
d) Incorreto, como justificado no item A.
e) Incorreto. O material influencia na distância interatômicas existente e, consequentemente, no desvio das partículas alfa.

Alternativa B

Questão 64

Assinale a opção que apresenta a sequência que melhor descreve o ciclo de ações envolvidas no método científico (hipotético-dedutivo):

a) Observação → Hipótese → Experimento → Análise dos Resultados → Conclusões → Observação → ...
b) Introdução → Hipótese → Argumentação → Conclusões → Introdução → ...
c) Hipótese → Argumentação → Contra Argumentação → Consenso → Hipótese → ...
d) Observação → Hipótese → Argumentação → Contra Argumentação → Consenso → Observação → ...
e) Hipótese → Argumentação → Consenso → Experimento → Observação → Hipótese → ...

Resolução:

O método hipotético-dedutivo, da forma como proposto por Popper, pode ser resumido pelas seguintes etapas:

1) Problema (observação);
2) Formulação de hipóteses;

3) Dedução de possíveis consequências (previsões);
4) Tentativas de falsear as hipóteses (experimentação);
5) Corroboração ou revisão da hipótese proposta.

Conforme este método, busca-se evidências empíricas para falsear a hipótese e não para confirmá-la. Se a hipótese resiste às tentativas de falseamento, ela é corroborada, ganhando mais aceitação, mas nunca definitivamente "provada". Desse modo, a alternativa que melhor sintetiza este processo é a opção A.

Alternativa A

Questão 65

Considere a seguinte reação em fase gasosa, inicialmente conduzida a uma pressão de 200 atm e a uma temperatura de 400 °C. Considere que partindo de um sistema contendo apenas A e B, o equilíbrio é alcançado após 60 min de reação,

$$2\,A + B \rightleftarrows C + D + Q$$

em que A e B são reagentes, C e D os produtos e Q o calor liberado. Avalie as seguintes suposições sobre o efeito das modificações de um parâmetro da reação, mantendo os outros constantes.

I. Conduzir a reação a 600 °C gera uma fração maior de C e D.
II. Conduzir a reação a 600 °C faz com que o equilíbrio seja alcançado em menos de 60 min.
III. Conduzir a reação a uma pressão de 100 atm gera uma fração menor de C e D.
IV. Remover C e D do meio reacional após o equilíbrio e então retomar a reação permitem obter uma fração total maior de C e D.

Escolha a opção que lista a(s) afirmação(ões) CORRETA(S).

a) Apenas I
b) Apenas I e III
c) Apenas II e IV
d) Apenas II, III e IV
e) Todas

Resolução:

O enunciado diz que calor é liberado. Portanto, o processo é exotérmico. Assim, temos

I. Incorreto. Como o processo é exotérmico, o aumento de temperatura desloca o equilíbrio no sentido dos reagentes.
II. Correto. O aumento de temperatura gera um aumento das velocidades das reações, alcançando o equilíbrio mais rapidamente.
III. Correto. A diminuição da pressão desloca o equilíbrio no sentido em que se tem mais gases, ou seja, para os reagentes. Assim, haverá uma menor fração de C e D.
IV. Correto. Se C e D são retirados, logo o equilíbrio é deslocado para formar mais C e D, aumentando assim suas frações.

Alternativa D

Questão 66

São feitas as afirmações a respeito de reações de substituição de compostos aromáticos.

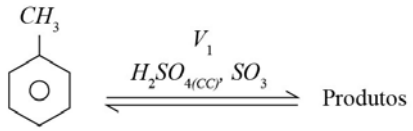
I. A reação do metil benzeno com o ácido sulfúrico fumegante é mais rápida comparada à reação do benzeno nas mesmas condições experimentais.
II. A reação de nitração do metil benzeno produz preferencialmente compostos orto- e para- substituídos.
III. A nitração do benzeno é mais rápida do que a nitração do nitrobenzeno, a qual requer uma maior concentração de ácido nítrico e uma temperatura maior.
IV. O único produto resultante da reação de nitração do l-hidroxi-4-metil-benzeno é o l-hidroxi-2-nitro-4-metil-benzeno.
V. A reação de nitração do ácido benzoico produz preferencialmente o composto meta-substituído.

Assinale a opção que contém as afirmações CORRETAS:

a) Apenas I e II.
b) Apenas II e III.
c) Apenas II e IV.
d) Apenas III, IV e V.
e) Todas.

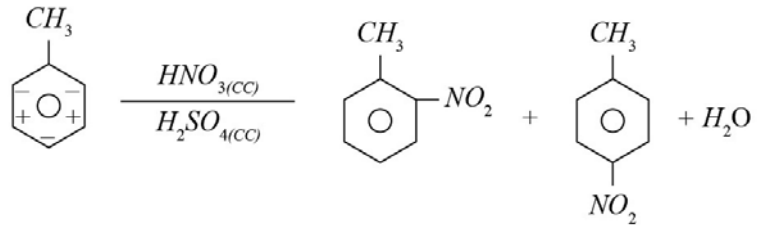
Resolução:

I. Correta.



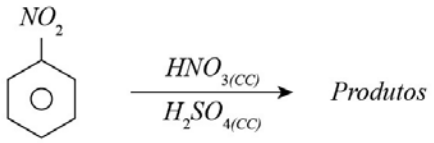
A presença do grupo ativante (CH_3) aumenta a velocidade da reação em relação à velocidade do Benzeno.

II. Correta.



O grupo metil (CH_3) é um grupo orto-para dirigente. Logo, o produto principal da reação é a mistura dos isômeros orto e para substituídos.

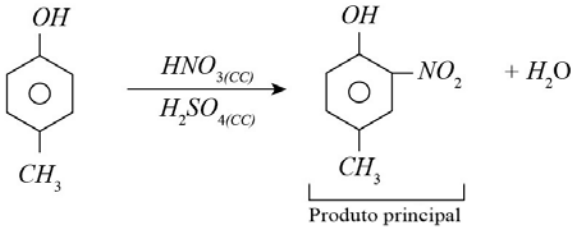
III. Correta.



O grupo nitro ($–NO_2$) é um desativante forte, portanto, diminui a velocidade da reação em relação ao Benzeno, sendo necessária uma temperatura mais elevada para aumentar a velocidade de reação.

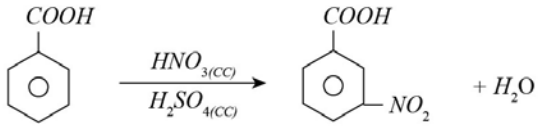
Observação: As reações ocorrem com ácidos concentrados.

IV. Incorreta.



Embora o produto principal seja o 1-Hidroxi-4-metil-2-nitrobenzeno, haverá formação de um produto secundário, o 1-hidroxi-4-metil-3-nitrobenzeno, e também de água. Sendo assim, o item está incorreto.

V. Correta.



O grupo carboxila (–COOH) é um grupo desativante meta-dirigente, o que favorece a reação na posição meta.

Sendo o item IV incorreto, não há alternativa dentre as disponibilizadas na questão. Portanto, sugerimos a anulação desta.

O item IV não faz referência apenas ao produto orgânico.

Dessa forma, sugerimos a anulação da questão.

Questão 67

Considere as seguintes afirmações sobre processos termodinâmicos, que podem ocorrer em uma ou mais etapas, em que ΔT se refere à variação de temperatura entre os estados inicial e final:

I. Um processo termodinâmico é definido pelo estado final e estado inicial do sistema.
II. ΔT é sempre nula em um processo isotérmico.
III. A troca de calor envolvida em um processo isotérmico deve ser nula ($q = 0$).
IV. Todo processo em que $\Delta T = 0$ é um processo isotérmico.
V. $\Delta T = 0$ para todo processo em sistema isolado.

Assinale a opção que contém as afirmações ERRADAS:

a) Apenas I, II e IV.
b) Apenas I, III, IV e V.
c) Apenas I, III e V.

d) Apenas II e IV.
e) III e V.

Resolução:

I. ERRADA
Existem processos termodinâmicos que não são funções de estado, como é o caso do calor e do trabalho.

II. CORRETA
Se $\Delta T = 0$, então o processo é isotérmico.

III. ERRADA
Num processo isotérmico, $\Delta U = 0$ e não o calor.

IV. ERRADA
Em um processo cujo $\Delta T = 0$, pode-se variar a temperatura no curso de uma transformação, sendo que no início e no fim a temperatura é a mesma.

V. ERRADA
Pode ocorrer de uma reação química transformar energia potencial em térmica e, assim, a transformação ter uma diferença de temperatura diferente de zero. Inclusive, numa transformação adiabática, em que q = 0, pode-se ter variação de temperatura.

Alternativa B

Questão 68

Em um reator mantido à temperatura constante, $PC\ell_5(g)$ encontra-se em equilíbrio com 1 atm de $C\ell_2(g)$ e 2 atm de $PC\ell_3(g)$. Sabendo-se que a constante de equilíbrio da reação de dissociação do $PC\ell_5(g)$ nessa temperatura é $k_p = 4$, assinale a alternativa que apresenta a nova pressão de equilíbrio do $PC\ell_5(g)$ (em atm) após adição de mais 2 atm desse gás ao reator.

a) 1.0.
b) 1,5.
c) 2,0.
d) 2,5.
e) 3,5.

Resolução:

	$PC\ell_5\,(g)$	$\rightleftharpoons$	$PC\ell_3\,(g)$	+	$C\ell_2\,(g)$	Kp = 4
Equilíbrio	X		2		1	

Com os dados, pode-se calcular a $P_{PC\ell_5}$.

$$Kp = \frac{P_{PC\ell_3} \cdot P_{C\ell_2}}{P_{PC\ell_5}} \therefore P_{PC\ell_5} = \frac{2 \cdot 1}{4}$$

$$\boxed{P_{PC\ell_5} = 0{,}5 \text{ atm}}$$

Pelo aumento da $P_{PC\ell_5}$ em 2 atm, um novo equilíbrio será estabelecido,

	$PC\ell_5\,(g)$	$\rightleftharpoons$	$PC\ell_3\,(g)$	+	$C\ell_2\,(g)$
Início	2,5		2		1
Equilíbrio	2,5 – X		2 + X		1 + X

$$4 = \frac{(2+X)(1+X)}{(2{,}5-X)} \therefore X^2 + 7X - 8 = 0$$

$$\Delta = (7)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (-8) = 81$$

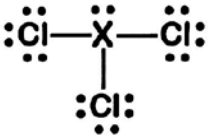
$$X = \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{2(1)} \begin{cases} \nearrow X_1 = -8 \ (não\ satisfaz) \\ \searrow X_2 = 1 \ (satisfaz) \end{cases}$$

$$P_{PC\ell_5} = 2{,}5 - X \therefore \boxed{P_{PC\ell_5} = 1{,}5 \text{ atm}}$$

Alternativa B

Questão 69

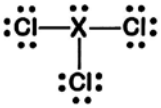
Considere a estrutura de Lewis de um tricloreto. São feitas as seguintes afirmações a respeito da estrutura geométrica da molécula e a possível identidade do átomo X:



I. A molécula adota uma estrutura trigonal plana, com ângulo de ligação Cℓ-X-Cℓ maior ou igual a 120°.
II. A molécula adota uma estrutura tetraédrica, com ângulo de ligação Cℓ-X-Cℓ maior que 109,5°.
III. O átomo "X" pode ser o nitrogênio, preservando a geometria molecular.
IV. O átomo "X" pode ser o boro, preservando a geometria molecular.

Assinale a opção que contém a(s) afirmação(ões) CORRETA(S):
A) Apenas I.
B) Apenas I e IV.
C) Apenas II e III.
D) Apenas II e IV.
E) Apenas III.

Resolução:



I. Incorreta. A molécula apresenta geometria piramidal.
II. Incorreta. Representa um arranjo tetraédrico com ângulos inferiores a 109,5º , sendo que quanto maior o raio do elemento X, menor o ângulo.
III. Correta. O elemento X apresenta $5e^-$ na camada de valência. Logo, pode ser o nitrogênio.
IV. Incorreta. O Boro apresenta apenas $3e^-$ na camada de valência, portanto, apresentaria um sexteto de elétrons.

Alternativa E

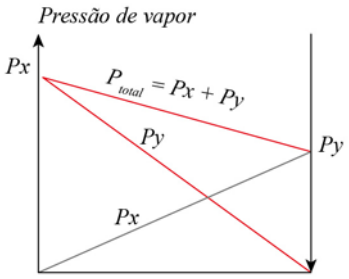
Questão 70

Considere as seguintes afirmações sobre equilíbrio de fases e propriedades coligativas.
I. A adição de um soluto não volátil a um solvente puro, em uma dada temperatura constante, sempre provoca uma diminuição na pressão de vapor.
II. A pressão de vapor de uma solução formada por dois líquidos voláteis é sempre menor que a pressão de vapor dos líquidos puros a uma mesma temperatura.
III. O valor absoluto do abaixamento no ponto de congelamento de uma solução é menor se o soluto dimeriza parcialmente no solvente, comparado ao sistema nas mesmas condições em que não há a dimerização do soluto.
IV. A pressão osmótica é a pressão exercida pelas moléculas de soluto numa membrana semipermeável.
V. Uma mistura formada por duas substâncias nunca solidifica inteiramente em uma única temperatura.

Assinale a opção que contém a(s) afirmação(ões) CORRETA(S):
a) Apenas I, III.
b) Apenas I, II e V.
c) Apenas II, III, IV e V.
d) Apenas III, IV e V.
e) Todas.

Resolução:

I. Correta.
Ao adicionar um soluto não volátil, ocorre redução na pressão de vapor.
II. Incorreta.
A pressão de vapor para uma solução ideal de dois componentes voláteis (X e Y) é definida por $P_{total} = P_X + P_Y$.



Logo, a Pressão Total pode ser superior à Pressão do Líquido menos volátil puro.

III. Correta.
Ao dimerizar, ocorre uma redução na concentração do soluto e, portanto, há diminuição do efeito coligativo.

IV. Incorreta.
A Pressão osmótica é a pressão exercida sobre uma solução hipertônica, separada de outra hipotônica, por uma membrana semi-permeável para evitar o fluxo de solvente pela membrana (osmose).

V. Incorreta.
Soluções Eutéticas podem solidificar à temperatura e pressão constante.

Alternativa A

Física
Anderson Marques
João Paulo Botelho
Rodolfo Martins

Português
Henrique Landim
Sinval Santana

Inglês
Marcelo Silva

Matemática
Kellem Corrêa
Marcelo Salviano
Mateus Bezerra

Química
Emanuel Carvalho
Heitor Cruz
Welson Felipe

Digitação e Diagramação
Cristiane Santos
Igor Soares
Márcia Santana
Pollyanna Chagas

Revisão
Pedro Verdejo

Ilustração
Jessica Loumine

Supervisão Editorial
Aline Alkmin
Caíque Abraão

Copyright©Olimpo2021

A Resolução Comentada das provas do ITA
poderá ser obtida diretamente no site do ***GRUPO OLIMPO****.*

As escolhas que você fez nesta prova, assim como outras escolhas na vida, dependem de conhecimentos, competências e habilidades específicas.
Esteja preparado.

www.grupoolimpo.com.br