2ª FASE – FÍSICA

Questão 01

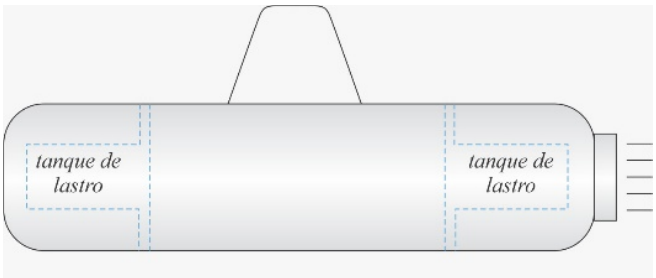


Figura 1

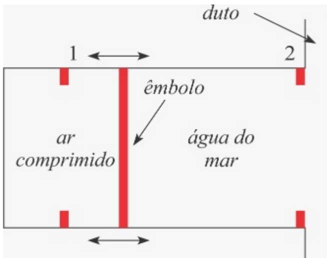


Figura 2

O submarino, mostrado na Figura 1, está com os tanques de lastro vazios de água e, nestas condições, possui massa específica $\mu_s = 0{,}92\,\text{g/cm}^2$, quando está sem tripulação e suprimentos. Na Figura 2, ilustra-se um dos dois tanques cilíndricos de lastro idênticos, que podem ser preenchidos com água do mar. Os êmbolos são acionados por motores elétricos, sendo movimentados entre os batentes, de modo a regular o volume de água do mar nesses tanques. Considere que o tanque de lastro esteja sem água com o êmbolo na posição 2 e com 59,5 m^3 de água do mar com o êmbolo na posição 1, quando estiver cheio.

Dados:
- massa específica da água do mar: $\mu_a = 1{,}03$ g/cm^2;
- volume do submarino: $V_s = 840\ m^3$; e
- aceleração da gravidade: $g = 10$ m/s^2.

Observação:
- os fluxos de água nos dutos dos tanques de lastro não interferem no movimento do submarino.

Admitindo que, em determinada missão, embarcaram tripulantes e suprimentos, perfazendo uma massa de 5 880 kg, determine:

a) a porcentagem do volume do submarino que ficará submersa após o embarque, supondo os tanques de lastro com os êmbolos na posição 2;

b) a massa total de água do mar, em kg, que deverá ser introduzida nos tanques de lastro para que ocorra a completa submersão do submarino;

c) os máximos módulos das acelerações verticais, em m/s^2, para emergir e para submergir o submarino, desconsiderando a força de resistência da água do mar e estando o submarino estabilizado em determinada profundidade.

Resolução:

a) Na condição dada, teremos o equilíbrio de forças

$$E = P_{Submarino} + P_{Tripulação}$$

$$\rho_{água} . V' \cdot g = \rho_{Sub} \cdot V_{Sub} \cdot g + m_{Trip} \cdot g$$

$$1{,}03 \cdot 10^3 \cdot V' = (0{,}92 \cdot 1000) \cdot 840 + 5880$$

$$1030 \cdot V' = 772\,800 + 5880$$

$$V' = 756\ m^3\ (\text{volume submerso})$$

Fração do volume $\Rightarrow \chi = \dfrac{V'}{V_{SUB}} = \dfrac{756}{840} = 0{,}9 \quad \Rightarrow \quad \chi = 90\%$

b) Para que o submarino fique completamente submerso, o volume do submarino deve ser igual a V'. Isso porque, ao entrar água nos tanques, seu volume efetivo diminui.

$$V_{SUB} = V' = 756\ m^3$$

Dessa forma, 84 m^3 nos tanques de lastro: $m = \rho_A \cdot V_L = 1{,}03 \cdot 10^3 \cdot 84 = 86\,520\ kg$

c) As máximas acelerações serão dadas quando:

$\rightarrow$ O tanque de lastro se expande até o volume máximo, entrando água (Submergindo);

$\rightarrow$ O tanque de lastro expulsa toda a água, deixando-o vazio (Emergindo).

Submergir:

$$P - E = ma$$

$$V_{sub} \cdot \rho_{sub} \cdot g - V_{sub} \cdot \rho_{água} = V_{sub} \cdot \rho_{sub} \cdot a$$

$$\rho_{sub} = \frac{772800 + 5880 + (2 \cdot 59,5 \cdot 1030)}{840} = 1073\, kg/m^3$$

$$a = \frac{\rho_{sub} - \rho_{água}}{\rho_{sub}} g = \left(\frac{1073 - 1030}{1073}\right) 10 = 0,4\, m/s^2$$

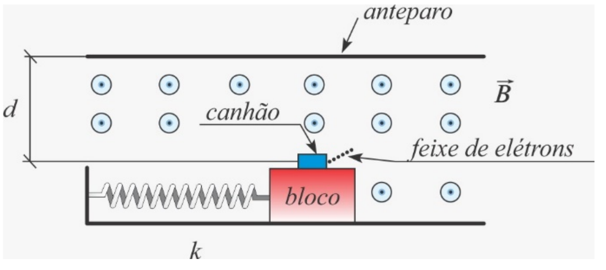
Emergir:

$$\Delta F = m \cdot a$$

$$V' \cdot \rho_A \cdot g = (m_S + m_T) \cdot a$$

$$84 \cdot 1,03 \cdot 10^3 \cdot 10 = 778\,680a \quad \Rightarrow \quad a = 1,11 \text{ m/s}^2$$

Questão 02



Na figura, encontra-se ilustrado um experimento, em que o canhão preso ao bloco efetua um movimento harmônico simples (MHS) na região sujeita ao campo magnético constante, disparando horizontalmente e continuamente um feixe de elétrons. Nele, observou-se que, nos momentos em que o bloco está com a maior energia cinética, ora os elétrons colidem ortogonalmente contra o anteparo, ora colidem frontalmente contra a traseira do canhão, após tangenciarem o anteparo.

Dados:

- velocidade relativa de disparo do feixe de elétrons em relação ao canhão: v;
- constante elástica da mola: k;
- massa do conjunto bloco + canhão: M;
- carga do elétron: $-e$;
- massa do elétron: m_e;
- distância entre o canhão e o anteparo: d.

Determine:

a) a amplitude de oscilação do bloco para que o experimento seja viável, em função de v, M e k;

b) o ângulo de impacto entre o anteparo e os elétrons disparados quando o bloco estiver com velocidade nula;

c) a densidade de fluxo magnético do campo $\vec{B}$, para que o experimento seja viável, em função de e, m_e, v e d;

d) os possíveis valores de d em relação a v, M e k impostos pelo tempo de viagem dos elétrons até o choque frontal com a traseira do canhão.

Resolução:

a) Para que o experimento seja viável, a velocidade máxima do canhão não pode ultrapassar a velocidade relativa do feixe de elétrons, pois os elétrons seriam desviados para baixo.

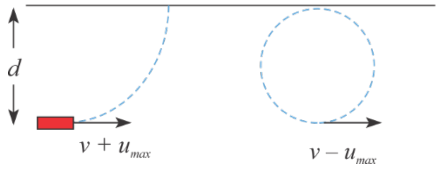
$$u_{max} < v$$

Pela conservação da energia no MHS:

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{Mu_{max}^{\ 2}}{2} \Rightarrow A = u_{max}\sqrt{\frac{M}{k}}$$

A condição para a amplitude, portanto, é $A < v\sqrt{\frac{k}{M}}$.

Podemos, ainda, calcular a velocidade máxima u_{max} do MHS para que o experimento ocorra conforme descrito. Observe as trajetórias abaixo.



Na situação de velocidade máxima, $r = d$.

$$d = \frac{m_e(v+u_{\max})}{eB} \Rightarrow \frac{m_e}{eB} = \frac{d}{v+u_{\max}}$$

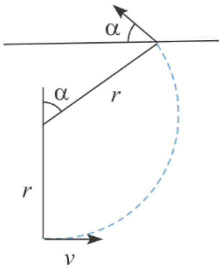
Para a velocidade mínima, $r = d/2$:

$$\frac{d}{2} = \frac{m_e(v-u_{\max})}{eB} \Rightarrow \frac{m_e}{eB} = \frac{d}{2(v-u_{\max})}$$

Das equações acima, encontramos $u_{\max} = \frac{v}{3}$. Logo, teremos $A = \frac{v}{3}\sqrt{\frac{M}{k}}$.

b) Quando o bloco estiver com velocidade nula, os elétrons serão disparados com velocidade v. Logo, o raio do movimento circular descrito será

$$r = \frac{m_e v}{eB}$$

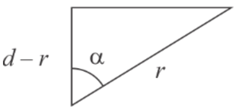


O módulo do campo magnético não foi fornecido, porém, podemos calcular o raio pela condição dos elétrons ejetados com velocidades máxima e mínima.

Substituindo a razão $\frac{m_e}{qB}$ encontrada no item anterior, encontramos o raio para a velocidade nula.

$$r = \frac{v}{v+u_{\max}} d = \frac{v}{v+v/3} d = \frac{3d}{4}$$

A partir da representação das trajetórias, chegamos ao seguinte triângulo:



$$\cos\alpha = \frac{d-r}{r} = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{1}{3}\right)$$

c) Para que o experimento ocorra como descrito, B deve ser dado pela relação obtida na resolução do item *a*:

$$\frac{m_e}{eB} = \frac{d}{v+u_{\max}} = \frac{3d}{4v}$$

$$B = \frac{4m_e v}{3ed}$$

d) Para que os elétrons colidam frontalmente com a traseira do canhão, o intervalo de tempo no qual eles executam um círculo de raio $d/2$ deve coincidir com o intervalo para que o sistema oscilatório passe pela posição central, o que leva a um múltiplo de metade do período:

$$t = \frac{2\pi m_e}{eB} = \frac{3\pi d}{2v}$$

Período do *MHS*:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$$

Logo, a condição é

$$t = N\frac{T}{2} \Rightarrow \frac{3\pi d}{2v} = N\frac{2\pi}{2}\sqrt{\frac{M}{k}}$$

$$d = \frac{2Nv}{3}\sqrt{\frac{M}{k}}, N = 1, 2, 3, \ldots$$

Questão 03

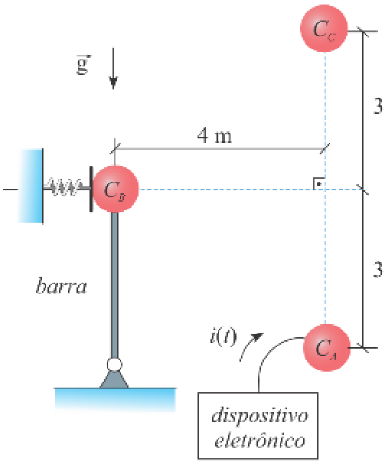


Figura 1

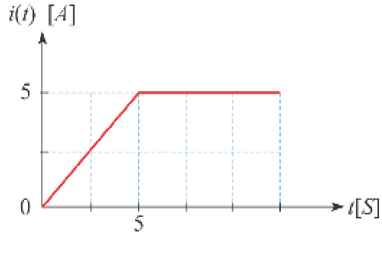


Figura 2

Considere um meio hipotético onde os corpos C_A, C_B e C_C, todos de massa m, estão fixados no espaço conforme mostra a Figura 1 e, inicialmente, carregados eletricamente com cargas $Q_A = +5C$; $Q_B = -5C$; e $Q_C = +30C$, respectivamente. O corpo C_B está na extremidade de uma barra feita com material isolante. Um dispositivo eletrônico controla a quantidade de cargas elétricas positivas em C_A, por meio de injeção de corrente no corpo.

Dados:
- aceleração da gravidade: $g = 10\ m/s^2$; e
- massa dos corpos: $m = 0{,}2\ kg$.

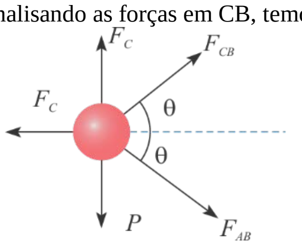
Considerações:
- o fluxo positivo de corrente do gráfico da Figura 2 indica que cargas positivas são injetadas em C_A; e
- a mola tem por objetivo manter a barra sempre na posição vertical.

Diante do exposto, determine:
a) a constante eletrostática do meio, sabendo que nas condições iniciais, a força de compressão na barra é 4 *N*.

Considere agora que o dispositivo eletrônico comece a operar, injetando corrente no corpo C_A (conforme gráfico da Figura 2) até que a tração na barra seja 0 (zero). Para as novas condições de funcionamento, determine:
b) o novo valor da carga Q_A; e
c) o tempo necessário para o sistema chegar a este novo ponto de operação.

Resolução:

a) Analisando as forças em CB, temos



$sen\theta = 0{,}6$

$\cos\theta = 0{,}8$

Em y, temos

$$F_{CB} \cdot sen\theta + F_C = F_{AB} \cdot sen\theta + P$$

$$\frac{k \cdot Q_C \cdot Q_B}{5^2} \cdot sen\theta + 4 = \frac{k \cdot Q_A \cdot Q_B}{5^2} \cdot sen\theta + m \cdot g$$

$$\frac{k \cdot 30 \cdot 5}{5^2} \cdot (0{,}6) + 4 = \frac{k \cdot 5 \cdot 5}{5^2} . (0{,}6) + 0{,}2 \cdot 10$$

$$k \cdot \frac{90}{25} + 4 = k \cdot \frac{3}{5} + 2 \quad \Rightarrow 3k = -2 \Rightarrow \quad k = -\frac{2}{3} N\, m^2 / C^2$$

Como o valor da constante eletrostática encontrado é negativo, isso indica que a força na barra é provavelmente de tração e não de compressão.

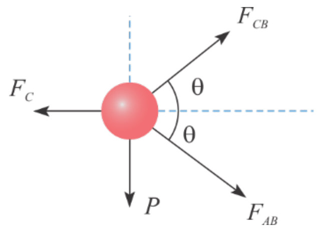
Considerando a força na barra de 4 *N* como tração, temos:

$$F_{CB} \cdot sen\theta = F_{AB} \cdot sen\theta + P + F_T$$

$$\frac{k \cdot 90}{25} = k \cdot \frac{3}{5} + 2 + 4$$

$$3k = 6 \quad \Rightarrow \quad k = 2\, Nm^2 / C^2$$

b) Na condição em que a tração na barra é zero, temos



$$F_{CB} \cdot sen\theta = F_{AB} \cdot sen\theta + P$$
$$k \cdot \frac{Q_C \cdot Q_B}{d^2} \cdot sen\theta = k \cdot \frac{Q_A Q_B}{d^2} \cdot sen\theta + mg$$
$$2 \cdot \frac{30 \cdot 5}{5^2} \cdot \frac{3}{5} = 2 \cdot \frac{Q_A \cdot 5}{5^2} \cdot \frac{3}{5} + 0,2 \cdot 10$$
$$\frac{36}{5} = Q_A \cdot \frac{6}{25} + 2 \quad \Rightarrow Q_A = \frac{65}{3} C$$

c) Tempo necessário:
Como a carga inicial de A é 5C, a carga total transferida é de:

$$Q = Q_A - Q_0 = \frac{65}{3} - 5 = \frac{50}{3}$$

Pelo gráfico, em t = 5 s a carga transferida é de $Q = \frac{5^2}{2} = 12,5 < \frac{50}{3} C$. Logo, o instante é superior a 5s.

$$Q = 12,5 + (t-5) \cdot 5 = \frac{50}{3} \quad \Rightarrow \quad (t-5) \cdot 5 = \frac{50}{3} - \frac{25}{2} = \frac{25}{6} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{35}{6} s$$

Questão 04

O interior de um refrigerador hospitalar para armazenagem de medicamentos deve ser continuamente mantido a uma temperatura de 2 °*C*. Este equipamento possui três portas envidraçadas para acesso aos fármacos, sendo por isso afetado pelo calor ambiente. Além disso, estima-se que os outros ganhos térmicos pelas demais superfícies são equivalentes a 20% daquele associado ao total das três portas.

A superintendência do hospital contratou uma empresa para elaborar o projeto de um sistema alternativo de fornecimento de energia elétrica, em caso de interrupção do serviço pela concessionária local. Após estudo, o técnico responsável pelo projeto afirmou que:

"*A potência de acionamento do refrigerador hospitalar é suprida com folga por um motor térmico operando em um ciclo termodinâmico que possui as seguintes características: o motor recebe energia de uma fonte, cuja temperatura é 327 °C, e rejeita energia para outras duas fontes. Uma dessas fontes se encontra à temperatura externa ao refrigerador e recebe 450 W, enquanto a outra deve estar a uma temperatura de 127 °C, recebendo 300 W.*"

Dados:

- condutividade térmica do vidro: $0,85 \ W.(m.°C)^{-1}$;
- espessura do vidro: 25 *mm*;
- temperatura do ambiente externo ao refrigerador: 27 °*C*;
- coeficiente de desempenho do refrigerador: $\frac{3}{11}$ do máximo admissível do ciclo de Carnot associado: e
- dimensões de cada porta de vidro: 2 m (altura) $\times$ 50 cm (largura).

A partir de uma análise termodinâmica da situação, explique, de forma justificada, se a afirmação do técnico é correta.

Resolução:

Cada uma das portas de vidro da geladeira possui uma área de $2 \times 0,5 = 1,0$ *m*². Como, ao todo, são 3 portas, a área total em que flui o calor é de 3,0 *m*².

A diferença de temperatura entre os ambientes do refrigerador vale 27 – 2 = 25 º*C*. Portanto, aplicando a equação de Fourier para o fluxo térmico, temos

$$\phi = \frac{kA\Delta T}{L} = \frac{0,85 \cdot 3,0 \cdot 25}{25 \cdot 10^{-3}} = 2,55 \cdot 10^3 \ W = 2,55 \ kW$$

Como os outros ganhos térmicos correspondem a 20% do que flui pelas portas, ao todo teremos um fluxo de calor igual a

$$Q = 1,2 \cdot 2,55 = 3,06 \ kW$$

O coeficiente de desempenho do refrigerador, como informado, vale $\frac{3}{11}$ do máximo teórico:

$$\beta = \frac{3}{11}\beta_{max} = \frac{3}{11}\frac{T_F}{T_Q - T_F} = \frac{3}{11}\frac{275}{300-275} = 3$$

Desse modo, a mínima potência necessária para operar o refrigerador vale

$$\beta = \frac{Q}{P} \Rightarrow 3 = \frac{3,06}{P} \Rightarrow P = 1,02 \ kW$$

O motor proposto opera entre uma fonte quente a 600 *K* e duas fontes frias, uma a 300 *K* e outra a 400 *K*. Desse modo, para saber se ele será suficiente para acionar o refrigerador, calculemos a potência máxima teórica, isto é, a soma das potências de duas máquinas de Carnot operando entre as temperaturas dadas.

Máquina 1 – Fonte quente a 600 *K* e fonte fria a 300 *K*. Rejeita 450 *W*:

$$\eta_{1,\max} = 1 - \frac{300}{600} = 0{,}50 = \frac{P_1}{P_1 + Q_1}$$

$$P_1 = Q_1 = 450 \ W$$

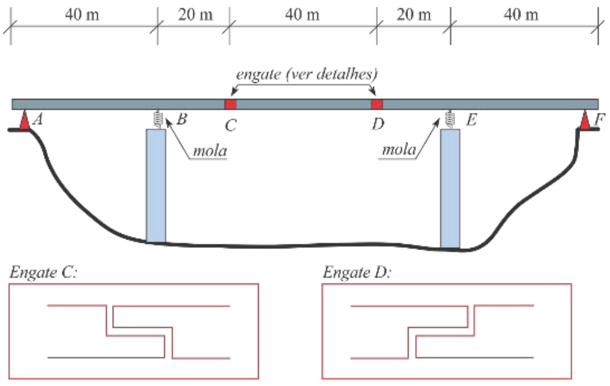
Máquina 2 – Fonte quente a 600 *K* e fonte fria a 400 *K*. Rejeita 300 *W*:

$$\eta_{2,\max} = 1 - \frac{400}{300} = \frac{1}{3} = \frac{P_2}{P_2 + Q_2}$$

$$P_2 = \frac{Q_2}{2} = 150 \ W$$

Logo, a máxima potência que pode ser obtida nessas condições vale 600 *W*. Sendo assim, a afirmação do técnico é incorreta, pois o refrigerador requer mais potência do que a máxima que pode ser obtida.

Questão 05

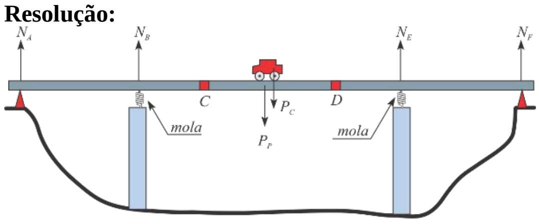


A ponte acima é escorada por quatro apoios verticais (*A*, *B*, *E* e *F*) e por dois engates (*C* e *D*), que permitem a transmissão de esforços verticais e horizontais. Um veículo de 100 *kN* atravessa essa ponte de peso linear constante de 10 *kN/m*. Se nos apoios *B* e *E* são instaladas molas elásticas com *k* = 9000 *kN/m*, calcule a máxima contração que surge nas molas, enquanto o veículo atravessa o trecho central *CD* da ponte.

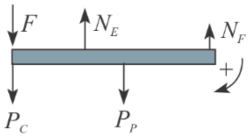
Observações:

- o veículo é um objeto pontual;
- desconsidere eventuais forças horizontais que surjam na ponte; e
- considere que as deformações das molas sejam muito menores do que o comprimento da ponte.

Resolução:



Quando o veículo passa por *D*, temos a máxima compressão em *E*.
Analisando o lado direito da estrutura, temos:



A força *F* representa a carga em D devido ao peso do trecho *CD*

$$F = 40 \cdot \frac{10k}{2} = 200 \ kN$$

$\vec{\tau}_R^{\,F} = 0$ (Torque resultante nulo em relação a F)

$$P'_P \cdot 30 + N_E \cdot 10 - (P_C + F) \cdot 60 = 0$$

$$-60 \cdot 10k \cdot 30 + N_E \cdot 40 - (100k + 200k) \cdot 60 = 0$$

$$-18000k + 40N_E - 18000k = 0$$

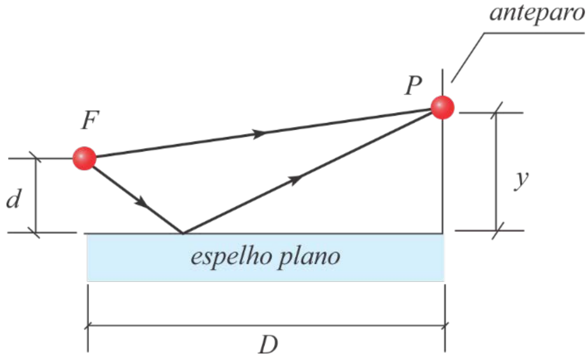
$$40N_E = 36000k \Rightarrow N_E = 900kN$$

$$\text{Logo}: \quad N_E = k \cdot x \quad \Rightarrow \quad 900 \cdot 10^3 = 9 \cdot 10^6 \cdot x$$

$$x = 0{,}1m \quad ou \quad x = 10 \ cm$$

Como a ponte é simétrica, o mesmo pode ser feito para o ponto A, obtendo-se a mesma deformação máxima em B, quando o automóvel passar por C.

Questão 06



No espelho de Lloyd, observa-se em um anteparo a interferência entre a luz que vai da fonte puntiforme F a um ponto P do anteparo e a luz que vai de F a P após ser refletida num espelho plano. A distância de F ao espelho é d e de F ao anteparo é D.

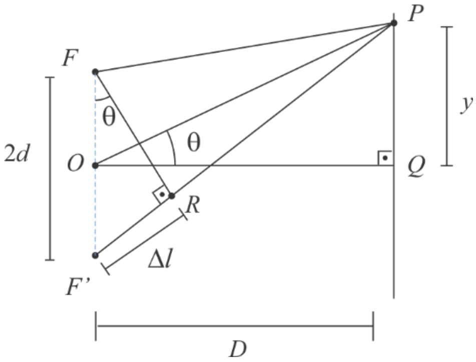
Dados:
- comprimento de onda da luz: λ; e
- $D \gg d$.

Consideração:
- $(1+u)^{\alpha} \approx 1+\alpha u$, se $|u| \ll 1$ (se necessário).

Diante do exposto, determine o menor valor de y, indicado na figura, para que no ponto P haja um máximo de interferência construtiva.

Resolução:

No experimento de Lloyd, a 2ª fonte é a imagem que o espelho forma da fonte original. Assim, ele é bastante parecido com o experimento de Young, mas há uma inversão de fase do raio refletido. Com isso, o máximo de interferência construtiva é obtido raciocinando-se com a condição da interferência destrutiva.



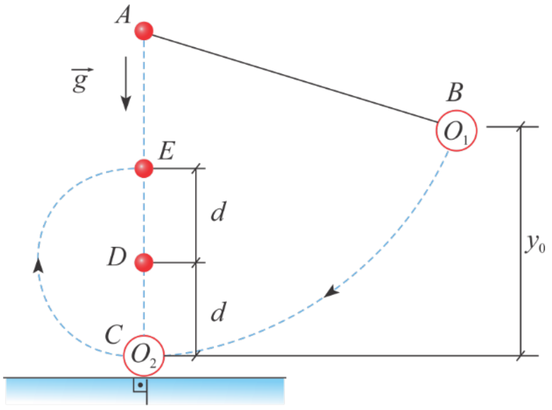
$$\Delta FF'R \rightarrow sen\theta = \frac{\Delta \ell}{2d} = \frac{\lambda/2}{2d} = \frac{\lambda}{4d}$$

$$\Delta OPQ \rightarrow tg\theta = \frac{y}{D}$$

Como $d \ll D$, o ângulo θ é muito pequeno e $sen\theta \sim tg\theta$

$$\frac{\lambda}{4d} \sim \frac{y}{D} \therefore y \sim \frac{\lambda D}{4d}$$

Questão 07



Um objeto O_1 preso por um fio ideal é solto do ponto *B*. Ao atingir o ponto *C*, ele se choca de forma totalmente inelástica, colando no objeto O_2, conforme ilustrado na figura.
Após o choque, o fio encontra o ponto *D*, que passa a ser o novo centro do movimento pendular do conjunto $O_1 + O_2$.

Dados:
- aceleração da gravidade: g;
- massa de $O_1 = m_1$; e
- massa de $O_2 = m_2$.

Observações:
- considere que os objetos são partículas; e
- desprezar os atritos e a resistência do ar.

Diante do exposto, determine
a) a distância y_0 mínima indicada na figura, em função de d, m_1 m_2 e g, de modo que o conjunto consiga atingir o ponto *E*;
b) a velocidade do conjunto $O_1 + O_2$ no ponto *E*, nas condições do item a; e
c) a tração do fio no ponto *C*, imediatamente após o choque, nas condições do item a.

Resolução:

a) A condição para que o corpo consiga atingir o ponto E com velocidade mínima é que a tração, nesse ponto, se anule.

Logo, $F_{cp} = P \Rightarrow \dfrac{mv_E^2}{d} = mg \Rightarrow v_E^2 = gd$.

Conservação da energia do conjunto $O_1 + O_2$ entre C e E:

$$\frac{Mv_E^2}{2} + 2Mgd = \frac{Mv_C^2}{2} \Rightarrow v_C^2 = v_E^2 + 4gd$$

$$v_C = \sqrt{5gd}$$

Conservação da quantidade de movimento na colisão em C:

$$m_1v_1 = (m_1 + m_2)v_C \Rightarrow v_1 = \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)\sqrt{5gd}$$

Conservação da energia de O_1 entre B e C:

$$m_1gy_0 = \frac{m_1v_1^2}{2} \Rightarrow y_0 = \frac{v_1^2}{2g}$$

$$y_0 = \frac{5d}{2}\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)^2$$

b) Conforme calculado no item anterior, $v_E = \sqrt{gd}$.

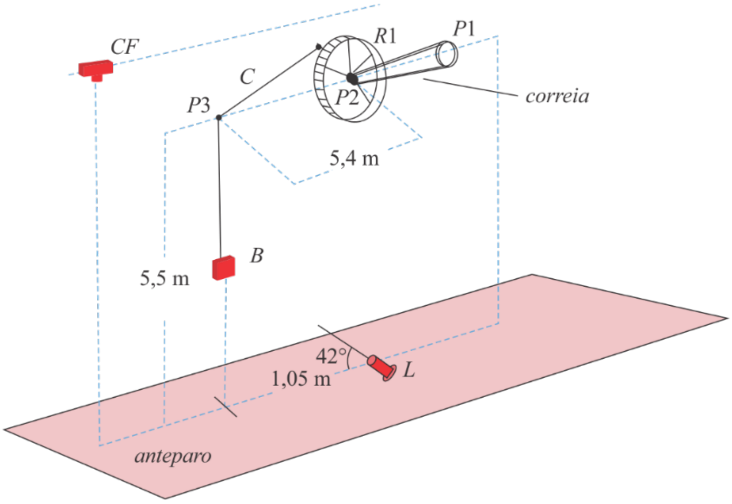
c) Imediatamente após o choque, o conjunto apresenta velocidade $v_C = \sqrt{5gd}$. A componente centrípeta, nesse ponto C, é dada pela soma vetorial da tração com o peso:

$$T - P = F_{cp}$$

$$T - (m_1 + m_2)g = \frac{m_1 + m_2}{d}5gd$$

$$T = 6(m_1 + m_2)g$$

Questão 08

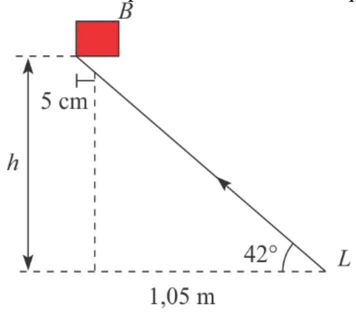


Seja o sistema composto por polias $P1$, $P2$ e $P3$, uma roda $R1$, uma corda inextensível C, um cubo B, um laser L e uma câmera fotográfica CF, dispostos conforme a figura acima. Nesse sistema, a face inferior do cubo B é reflexiva e pode ser considerada um espelho plano ideal. Tanto as polias quanto a roda estão fixadas em suas posições, de tal modo que podem girar livremente no plano que contém seus centros e a corda C. As polias $P1$ e $P2$ estão ligadas por uma correia, que corre sem deslizar, e a polia $P2$ e a roda $R1$ são concêntricas. A câmera fotográfica CF registra fotos do anteparo, a uma taxa de cinco fotos por segundo. Sabe-se que a velocidade angular da polia $P1$ só pode assumir valores inteiros de 1 até 10 rad/s, e que a primeira foto mostra um ponto luminoso.

<u>Dados</u>:
- raio de $P1$: 40 cm;
- raio de $P2$: 3,14 cm;
- raio de $P3$: desprezível;
- raio de $R1$: 90 cm;
- comprimento de C: 9 m;
- aresta do cubo B: 10 cm;
- tg(42°) = 0,90;
- π = 3,14; e
- π^2 = 10.

Determine quais valores de velocidade angular da polia P1, em rad/s, farão com que todas as fotos tiradas pela câmara sejam iguais.

Resolução:
Inicialmente, a fim de compreender de que modo se dá a reflexão do feixe na face inferior do cubo, consideremos a situação limite, na qual o feixe reflete próximo à aresta da esquerda, a fim de calcularmos a menor altura, medida da base do cubo, para que a reflexão aconteça.



$$\text{tg}\,42^\circ = \frac{h_1}{1{,}05+0{,}05} = 0{,}9 \Rightarrow h_1 = 0{,}99\,m$$

Do mesmo modo, para a maior altura, teremos que a reflexão se dá na outra aresta do cubo. Aplicando o mesmo raciocínio, calculamos

$$\text{tg}\,42^\circ = \frac{h_2}{1{,}05-0{,}05} = 0{,}9 \Rightarrow h_2 = 0{,}9\,m$$

Nas condições do problema, esse intervalo de alturas só será atingido quando o pino no qual se conecta a corda C passar próximo à posição mais à esquerda na roda. Seja d a distância do pino até a polia P3. Como a corda tem comprimento de 9,0 m, teremos, no primeiro caso:

$h_1 + 0{,}10 + BP3 = 5{,}5$

$BP3 = 4{,}41\,m$

$BP3 + d = 9{,}0$

$d = 4{,}59\,m$

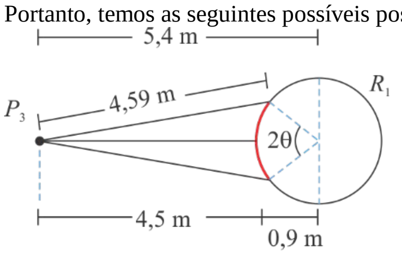
No segundo caso:

$h_2 + 0{,}10 + BP3 = 5{,}5$

$BP3 = 4{,}5m$

$d = 4{,}5m$

Portanto, temos as seguintes possíveis posições para o pino que conecta C a R1 nas quais se assegura a reflexão na face inferior do cubo:



Sendo assim, para que as sucessivas fotos sempre mostrem um ponto luminoso, a única forma é que a roda gire um número inteiro de voltas entre duas fotos consecutivas. Caso contrário, eventualmente o pino que a conecta à corda sairia da região que garante a reflexão no cubo.

Como a câmera tira 5 fotos por segundo, o intervalo entre fotos sucessivas é de 0,2s. Nesse mesmo intervalo, suponhamos que R1 complete *k* voltas:

$$\omega_{R1} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi k}{0{,}2} = 10\pi k\,(rad/s)$$

Dos acoplamentos entre P1 e P2 e entre P2 e R1:

$$v_{P1} = v_{P2} \Rightarrow \omega_{P1}R_{P1} = \omega_{P2}R_{P2}$$

$$\omega_{P2} = \frac{40}{3{,}14}\omega_{P1} = \frac{40}{\pi}\omega_{P1} = \omega_{R1}$$

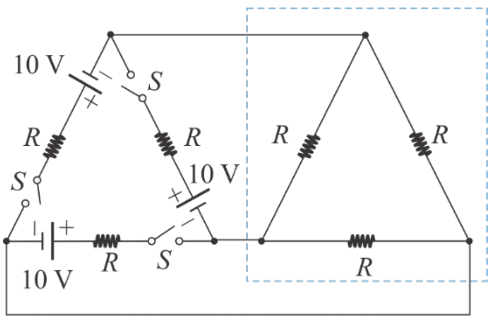
Finalmente, da relação entre as velocidades angulares:

$$10\pi k = \frac{40}{\pi}\omega_{P1}$$

$$k = \frac{4}{\pi^2}\omega_{P1} = \frac{2}{5}\omega_{P1}$$

Como *k* deve ser um número inteiro, a condição só será satisfeita para as velocidades angulares de 5 rad/s e 10 rad/s.

Questão 09



A figura acima apresenta um circuito composto por três baterias de 10 V, seis resistores idênticos *R* e três chaves *S*.

Ao fechar as três chaves simultaneamente, após 20 segundos, o circuito consome 20 kJ de energia. Considerando sempre a topologia do circuito original para cada pedido, determine:

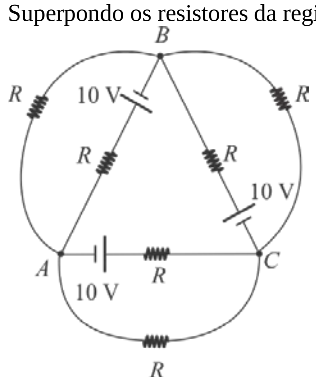
a) o valor da resistência de cada resistor *R*, em Ω;

b) a potência dissipada no circuito, em W, se 01 (uma) das baterias tiver seus terminais curto- circuitados; e

c) a potência dissipada no circuito, em W, se os três resistores da região tracejada do circuito tiverem seus terminais abertos.

Resolução:

a) Superpondo os resistores da região tracejada na malha da esquerda



Percorrendo a Malha interna ABC, temos:

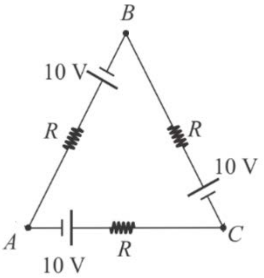
$$+10 - R\cdot i + 10 - R\cdot i + 10 - R\cdot i = 0$$

$$3Ri = 30 \quad \Rightarrow \quad i = \frac{10}{R}$$

Determinando a ddp entre dois nós quaisquer, temos:

$$U = +10 - R\cdot i = +10 - R\cdot\frac{10}{R} = 0$$

Desta forma, percebemos, portanto, que os resistores da região tracejada que se conectam nesses nós, não experimentam diferença de potencial. Removendo-os do Circuito, teremos:



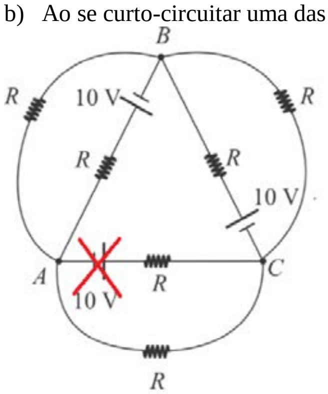
A potência será dada por:

$$Pot = \frac{E}{\Delta t} = \frac{20\cdot 10^3}{20} = 1000W$$

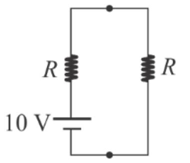
A resistência será, portanto:

$$Pot = \frac{U^2}{R_{eq}} = 1000W \quad \Rightarrow \quad \frac{30^2}{3R} = 1000 \quad \Rightarrow \quad R = 0,3\Omega$$

b) Ao se curto-circuitar uma das fontes, teremos a seguinte situação:



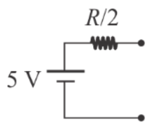
Considerando a célula:



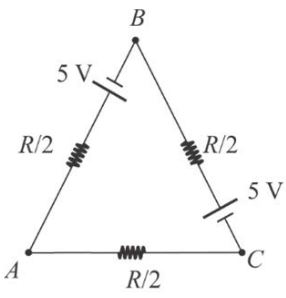
Podemos substituir por um equivalente Thévenin.

$$V_{Th} = \frac{10}{2} = 5\,V$$

$$R_{Th} = R/2$$



O circuito passa a ser representado da seguinte forma:



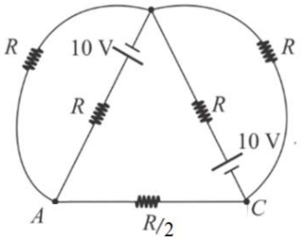
A corrente total nesse circuito equivalente será:

$$i = \frac{\varepsilon_{eq}}{R_{eq}} = \frac{10}{3R/2} = \frac{10}{3(0,3)/2} \quad \Rightarrow \quad i = \frac{200}{9}\ A$$

As diferenças de potencial entre B e C, e entre A e B serão as mesmas. Seu valor será:

$$U_{AB} = U_{BC} = 5 - \frac{R}{2}i = 5 - \frac{0,3}{2}\cdot\frac{200}{9} = \frac{5}{3}V$$

Pata o cálculo da Potência retomaremos ao circuito original com a fonte curto circuitada:

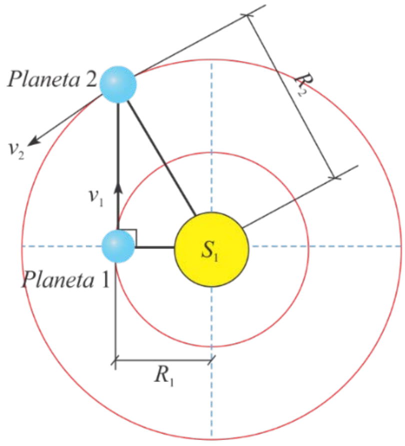


$$Pot = 2\frac{(U_{AB})^2}{R} + 2\frac{(10 - U_{AB})^2}{R} + \frac{(U_{AC})^2}{R/2}$$

$$Pot = 2\frac{(5/3)^2}{0,3} + 2\frac{(25/3)^2}{0,3} + \frac{(2\cdot 5/3)^2}{0,15} = 555,6\ W$$

c) Como os resistores da região tracejada, não ficam sujeitos a tensão e corrente, desconectá-los não causará nenhum efeito no circuito, mantendo desta forma a mesma potência inicialmente calculada de 1000 W

Questão 10



Figura

Cor	Comprimento da onda [nm]
Violeta	~340-450
Azul	~450-485
Ciano	~485-500
Verde	~500-565
Amarelo	~565-590
Laranja	~590-625
Vermelho	~625-740

Um sistema planetário hipotético é composto por uma estrela ($S1$) e dois planetas com órbitas elípticas de excentricidade tão pequenas que são aproximadas por circunferências no mesmo plano. Seus sentidos de translação são opostos, tal que o Planeta 1 ($P1$) orbita no sentido horário, enquanto o Planeta 2 ($P2$) no sentido anti-horário.

$P2$ possui partículas de óxido de ferro em suspensão na sua atmosfera. Essas partículas absorvem a luz de $S1$ e irradiam uma luz colorida, cujos fótons possuem energia E. O povo de $P1$ é bastante desenvolvido tecnologicamente e decide lançar uma espaçonave, tangencialmente à sua própria órbita, para visitar $P2$. Para isso, de forma que chegue ao ponto futuro de $P2$, mantém uma trajetória retilínea, conforme mostra a figura.

Dados:

- Planeta 1: distância orbital R_1; velocidade orbital escalar $v_1 = 60\sqrt{2}$ km/s;
- Planeta 2: distância orbital $R_2 = 2 \times R_1$;
- energia dos fótons: $E = 3{,}125 \times 10^{-19}$ J;
- espaçonave: gera uma aceleração, a partir de P_1, de $a_e = 180\sqrt{2}$ m/s², durante 6,4 horas. Depois disso, mantém velocidade constante até se aproximar de $P2$;
- velocidade da luz no vácuo: $c = 3 \times 10^5$ km/s; e
- constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J.s.

Diante do exposto, determine:

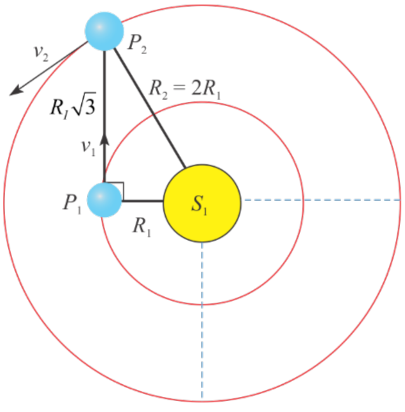
a) a velocidade orbital escalar de $P2$ (v_2), em km/s;

b) a cor da luz emitida por $P2$, observada de $P1$, quando ambos os planetas estiverem alinhados com $S1$ (use a tabela e desconsidere a possibilidade de eclipse); e

c) a cor da luz de $P2$, observada da espaçonave, quando estiver próxima de $P2$.

Resolução:

a)



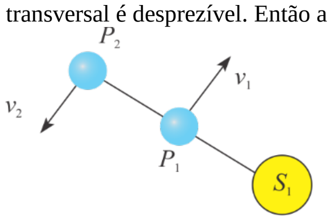
Em P1 e P2, a resultante centrípeta é a força gravitacional exercida por S1

$$F_{P1} = \frac{G \cdot M_{S1} \cdot M_{P1}}{R_1^2} = R_{CP,P1} = \frac{M_{P1} \cdot v_1^2}{R_1} \therefore v_1^2 = \frac{G \cdot M_{S1}}{R_1}$$

$$F_{P2} = \frac{G \cdot M_{S1} \cdot M_{P2}}{R_2^2} = R_{CP,P2} = \frac{M_{P2} \cdot v_2^2}{R_2} \therefore v_2^2 = \frac{G \cdot M_{S1}}{R_2}$$

$$v_2^2 R_2 = v_1^2 R_1 \therefore v_2 = v_1\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} = 60\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{R_1}{2R_1}} = \frac{60\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 60 \text{ km/s}$$

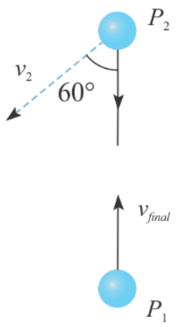
b) Quando P1, P2 e S1 estiverem alinhados, não há velocidade relativa de aproximação ou afastamento entre P1 e P2. O Efeito Doppler transversal é desprezível. Então a frequência observada é a própria frequência de emissão dos fótons, sem correção.

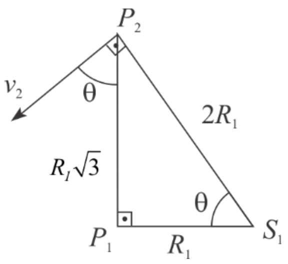


$$E = \frac{hc}{\lambda} \therefore \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{3,125 \cdot 10^{-19}} = 6,3648 \cdot 10^{-7} = 636,48\,\text{mm}$$

625 mm < 636,48 mm < 740 mm
P1 observa a cor vermelha

c)





$$v_2 \cos 60° = \frac{60 \text{ km/s}}{2} = 30 \text{ km/s} = 30\ 000 \text{ m/s} \qquad tg\theta = \sqrt{3} \therefore \theta = 60°$$

$$v_{final} = v_{inicial} + a \cdot t = v_1 + a_e \cdot t = 60\ 000\sqrt{2} + 180\sqrt{2} \cdot 6,4 \cdot 3\ 600$$

$$v_{final} = 60\ 000\sqrt{2} + 4\,147\ 200\sqrt{2} = 4\ 207\ 200\sqrt{2} \text{ m/s} \cong 5\ 949\ 873 \text{ m/s } (\sim 0,2c)$$

$$v_{relativa} = 4\ 207\ 200\sqrt{2} + 30\ 000 \simeq 5\ 949\ 879 + 30\ 000 = 5\ 979\ 879 \text{ m/s}$$

$$v_{relativa} \simeq 6 \cdot 10^{6} \text{ m/s } = 0,02c \therefore \beta = 0,02$$

Efeito Doppler para a luz, quando há aproximação entre objeto e fonte

$$f = f_0\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} = \frac{E}{h}\sqrt{\frac{1+0,02}{1-0,02}} = \frac{3,125 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}}\sqrt{\frac{1,02}{0,98}} =$$

$$\frac{3,125 \cdot 10^{15}}{6,63}\sqrt{1+\frac{0,04}{0,98}} \simeq \frac{3,125}{6,63} \cdot 10^{15}\left(1+\frac{0,02}{0,98}\right) = \frac{3,125 \cdot 10^{15}}{6,63 \cdot 0,98} \simeq$$

$$\simeq 0,481 \cdot 10^{15}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^{8}}{0,481 \cdot 10^{15}} = \frac{300 \cdot 10^{6}}{0,481 \cdot 10^{15}} \simeq 623,7 \cdot 10^{-9} = 623,7 \text{ mm}$$

590 mm < 623,7 mm < 625 mm
A espaçonave percebe a luz laranja.

Física
Anderson Marques
João Paulo Botelho
Rodolfo Martins

Colaborador
Caíque Abraão

Digitação e Diagramação
Igor Soares
Pollyanna Chagas

Ilustração
Rodrigo Ramos

Revisão
Pedro Verdejo

Supervisão Editorial
Aline Alkmin

*A Resolução Comentada das provas do IME
poderá ser obtida diretamente no site do **GRUPO OLIMPO**.*

***As escolhas que você fez nesta prova, assim como outras escolhas na vida,
dependem de conhecimentos, competências e habilidades específicas.
Esteja preparado.***

www.grupoolimpo.com.br