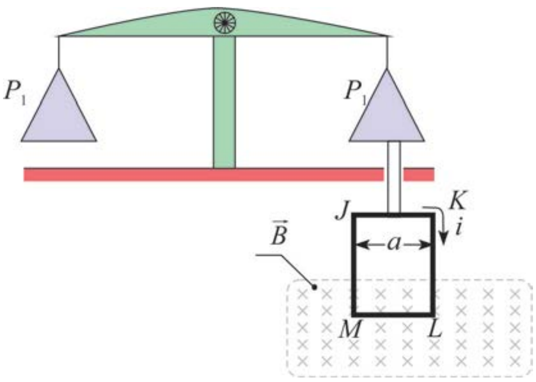
2ª FASE - FÍSICA

Questão 01

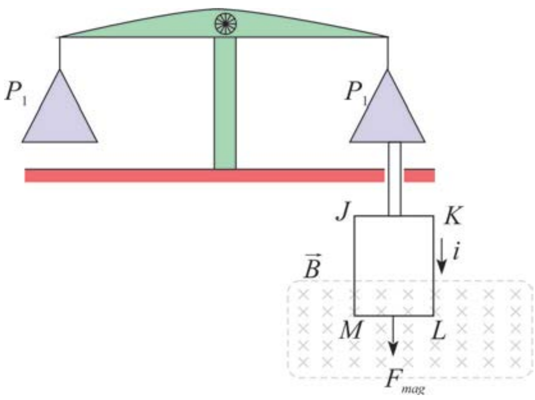


Há diversos meios de se medir a intensidade de um campo magnético. Usando uma balança de dois braços, com pratos P_1 e P_2, é possível fazer essa medição. A figura mostra o retângulo JKLM suspenso por um dos pratos de uma balança, o qual é constituído de um número n de espiras superpostas. Cada uma das espiras é percorrida por uma corrente i, no qual o sentido inicial é mostrado na figura. A parte inferior das espiras está inserida numa região de campo magnético $\vec{B}$. Se o sentido da corrente for invertido, verifica-se a necessidade de colocar uma carga extra, de massa m, no prato da balança em que as espiras estão suspensas, para restaurar o equilíbrio do sistema. Considerando g a aceleração da gravidade local, determine a intensidade do $\vec{B}$.

Dados:

- $g = 9{,}8\,\text{m/s}^2$;
- $n = 100$ espiras;
- $i = 0{,}01\ A$
- $a = 5{,}00$ cm; e
- $m = 10{,}0$ g.

Resolução:



Na situação inicial, para o equilíbrio da balança, temos:

(I) $P_1 = P_2 + F_{mag}$ ou seja, $P_1 > P_2$.

Como a contribuição da força magnética no equilíbrio da balança, ocorre apenas no trecho ML, temos:

$$F_{mag} = n \cdot B \cdot i\ a = 100 \cdot B \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}05$$

$$F_{mag} = 5 \cdot 10^{-2} B$$

Ao se inverter a corrente, precisaremos adicionar uma massa m no prato da direita para se obter o novo equilíbrio:

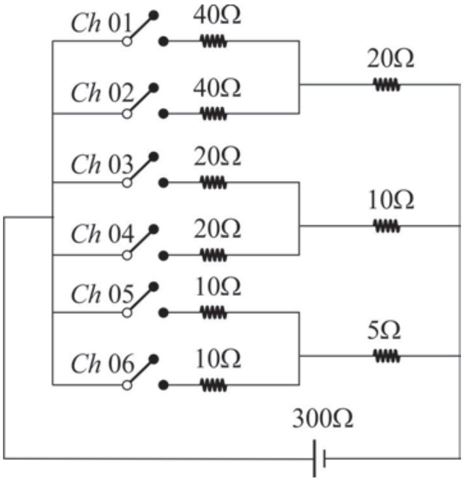
(II) $P_1 = P_2 + mg - F_{mag}$

De (I) e (II), temos:

$$P_1 - P_2 = F_{mag} = mg - F_{mag} \Rightarrow 2\ F_{mag} = mg$$

$$2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot B = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8 \quad \Rightarrow \quad \boxed{B = 0{,}98\ T}$$

Questão 02



Um circuito é composto por uma fonte de tensão constante que alimenta resistores por intermédio de seis chaves. As chaves estão inicialmente abertas e mudam de estado sequencialmente nas faixas de tempo, conforme tabela, até concluir um ciclo completo:

Sequência de mudança de estados das chaves para um ciclo	
faixa de tempo	**mudança**
01	Ch 01 fecha
02	Ch 01 abre – Ch 02 fecha
03	Ch 01 fecha
04	Ch 01 e Ch 02 abrem – Ch 03 fecha
05	Ch 03 abre e Ch 04 fecha
06	Ch 03 fecha
07	Ch 03 e Ch 04 abrem – Ch 05 fecha
08	Ch 05 abre e Ch 06 fecha;
09	Ch 05 fecha
10	Ch 01, Ch 02, Ch 03, Ch 04 fecham

<u>Observações:</u>

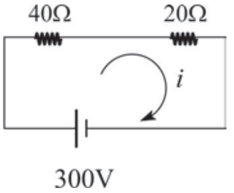
- As chaves são ideais;
- Todas as faixas possuem a mesma duração;
- O ciclo se repete 10 vezes por minuto;
- A mudança de estado das chaves acontece sempre, instantaneamente, no início de cada faixa de tempo;
- Todas as chaves são abertas instantaneamente no final da faixa de tempo 10.

Diante do exposto, pede-se

a) a energia fornecida pela fonte, em joules, em 10 minutos;
b) a curva de potência (Watt) em função do tempo (segundo), fornecida pela fonte durante um ciclo completo; e
c) uma alternativa de configuração do circuito que, com chaves permanentemente fechadas, implica em um consumo de energia desde $t = 0$ até $t = 10\,\text{min}$ igual ao consumo do item a).

Resolução:

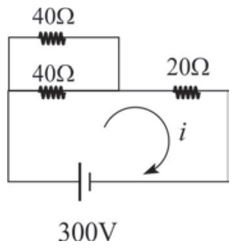
Faixa 01 (Ch 01 fecha)



$$i = \frac{300\ V}{(40+20)\Omega} = \frac{300\ V}{60\ \Omega} = 5A \therefore \qquad P_{01} = 300V \cdot 5A = 1500W$$

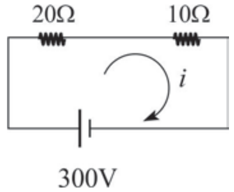
Faixa 02 é equivalente à Faixa 01 $\therefore$ $\qquad P_{02} = 1500W$

Faixa 03 (Ch 01 e 02 fechadas)



$$i = \frac{300\ V}{(20+20)\Omega} = \frac{300\ V}{40\ \Omega} = 7{,}5\ A \therefore \quad P_{03} = 300\ V\ \ 7{,}5\ A = 2250\ W$$

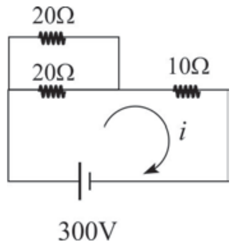
Faixa 04 (Ch 03 fecha)



$$i = \frac{300\ V}{(20+10)\Omega} = \frac{300\ V}{30\ \Omega} = 10\ A \therefore \quad P_{04} = 300\ V \cdot 10\ A = 3000\ W$$

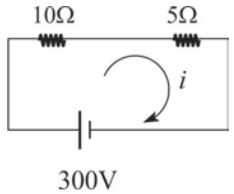
Faixa 05 é equivalente à Faixa 04 $\therefore \quad P_{05} = 3000\ W$

Faixa 06 (Ch 03 e 04 fechadas)



$$i = \frac{300\ V}{(10+10)\Omega} = \frac{300\ V}{20\ \Omega} = 15\ A \therefore \quad P_{06} = 300\ V \cdot 15\ A = 4500\ W$$

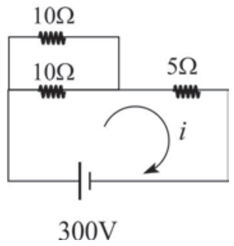
Faixa 07 (Ch 05 fecha)



$$i = \frac{300\ V}{(10+5)\Omega} = \frac{300\ V}{15\ \Omega} = 20\ A \therefore \quad P_{07} = 300\ V \cdot 20\ A = 6000\ W$$

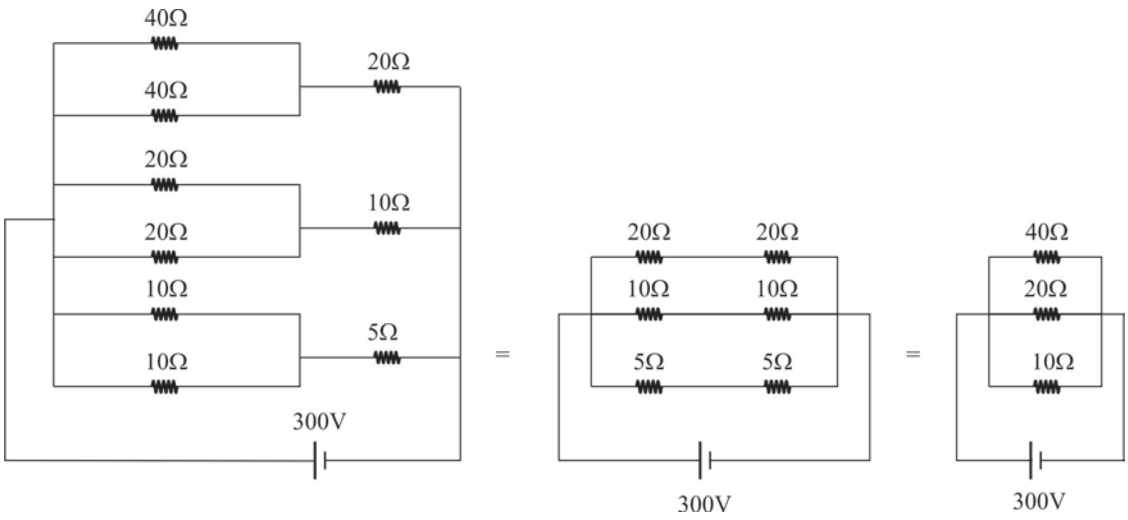
Faixa 08 é equivalente à Faixa 07 $\therefore \quad P_{08} = 6000\ W$

Faixa 09 (Ch 05 e 06 fechadas)

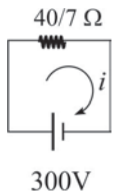


$$i = \frac{300\ V}{(5+5)\Omega} = \frac{300\ V}{10\ \Omega} = 30\ A \therefore \quad P_{09} = 300\ V \cdot 30\ A = 9000\ W$$

Faixa 10 (Ch 01, 02, 03, 04, 05 e 06 fechadas)



$$\frac{1}{R}=\frac{1}{40}+\frac{1}{20}+\frac{1}{10}=\frac{1}{40}+\frac{2}{40}+\frac{4}{40}=\frac{7}{40} \quad \therefore \quad R=\frac{40}{7}\Omega$$



$$i=\frac{300\ V}{\frac{40}{7}\Omega}=\frac{2100\ V}{40\ \Omega}=\frac{105}{2}\ A \therefore \quad P_{10}=300\ V\cdot\frac{105}{2}\ A=\frac{31500\ W}{2}=15750\ W$$

a) cada ciclo se repete 10 vezes por minuto

cada ciclo dura $\frac{60\,s}{10}=6\,s$

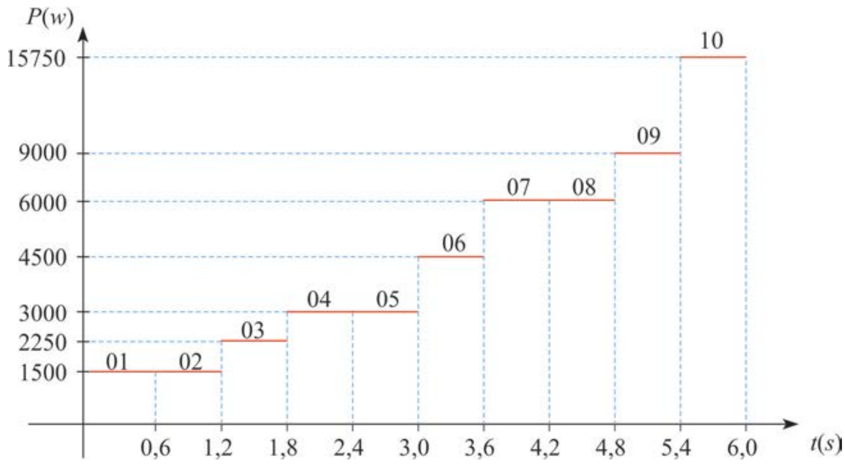
cada faixa dura $\frac{6\,s}{10}=0,6\,s$

Em10 minutos, são 100 ciclos e cada faixa se repete 100 vezes

A energia de cada faixa é a potência multiplicada por 0,6 s.

$$E=100\cdot 0,6(1500+1500+2250+3000+3000+4500+6000+9000+15750)$$
$$E=60\cdot 52500=3150000\ J$$

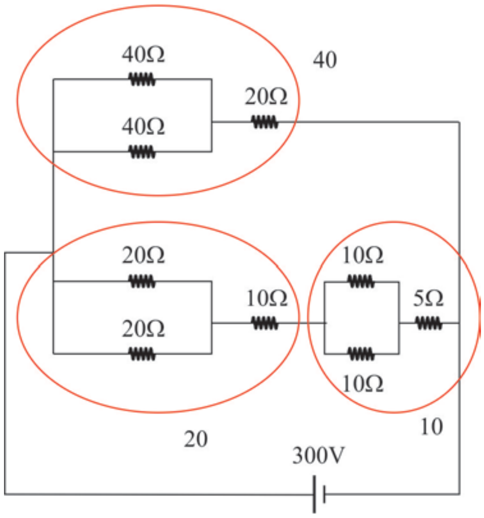
b)



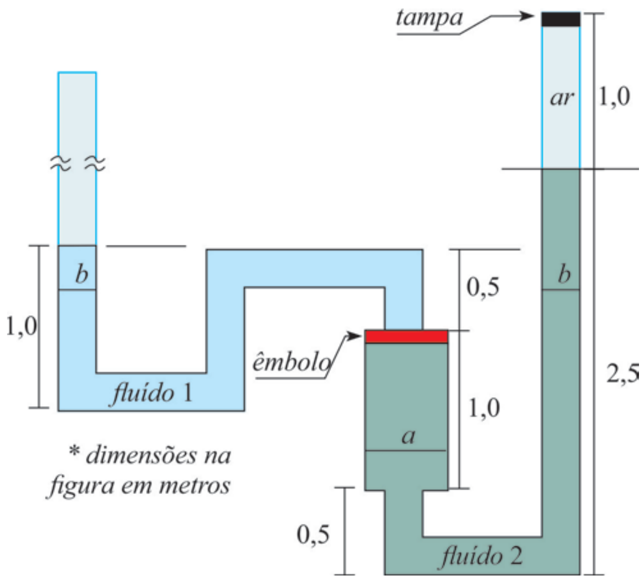
c) $P_{EQUIVALENTE}=\frac{E_{TOTAL}}{t}=\frac{3150000\ J}{10\cdot 60\ s}=5250\ W$

$$R_{EQUIVALENTE}=\frac{V^2}{P_{EQUIVALENTE}}=\frac{300\cdot 300}{5250}=\frac{300\cdot 30}{525}=\frac{300\cdot 6}{105}=\frac{60\cdot 6}{21}=$$
$$=\frac{20\cdot 6}{7}=\frac{120}{7}\Omega$$

$$\frac{120}{7}=\frac{1200}{70}=\frac{40\cdot 30}{40+30}=\frac{40(20+10)}{40+20+10}$$



Questão 03



Em um tubo com seção reta interna, de lado *b* contém dois fluidos incompressíveis sem equilíbrio, separados por um êmbolo, conforme a situação ilustrada da figura. A cavidade em que o êmbolo se desloca, sem atrito, apresenta seção reta interna quadrada de lado *a*. O êmbolo é formado por um material indeformável, com massa, espessura e volume desprezíveis, e encontra-se, inicialmente, na posição superior dentro da cavidade. Em certo instante, a segunda extremidade do tubo é perfeitamente vedada com uma tampa, mantendo o ar confinado com a mesma pressão atmosférica externa.

Dados:

- massa específica do fluido 1: 1000 kg/m^3;
- massa específica do fluido 2: 2000 kg/m^3;
- pressão atmosférica: $P_{atm}=10^5\,\text{N/m}^2$;
- aceleração da gravidade: $g=10\,\text{m/s}^2$
- $a=0,2\,\text{m}$; e
- $b=0,1\,\text{m}$.

Considerando que não ocorrerão mudanças de temperatura nos fluidos e no ar confinado, para que o êmbolo entre em equilíbrio 5,00 cm abaixo da posição inicial, quantos litros do fluido 1 deverão ser inseridos na extremidade aberta do tubo?

Resolução:

Como a área da seção de lado *a* é quatro vezes maior que a área de seção de lado *b*, sendo fluidos incompressíveis:

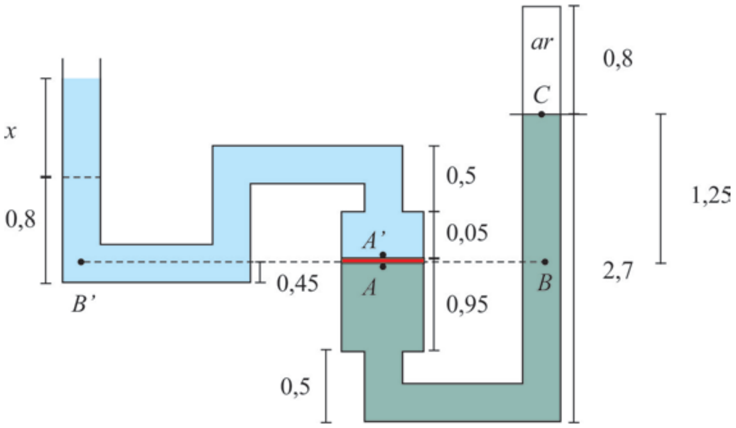
$V = \text{CONSTANTE} \Rightarrow A_1\cdot\Delta h_1 = A_2\cdot\Delta h_2$

$A_2 = 4A_1$ e $\Delta h_1 = 4\Delta h_2$

Logo, os níveis de fluido nas seções menores deslocar-se-ão uma altura 4 vezes maior:

$\Delta h = 4 \cdot 5 = 20$ cm

Observe a figura já com a representação da nova situação de equilíbrio:



A pressão no ponto C pode ser calculada por meio da expressão da transformação isotérmica do ar confinado:

$P_oV_o = PV \Rightarrow P_{atm} \cdot \cancel{b^2} \cdot 1{,}0 = P_c \cdot \cancel{b^2} \cdot 0{,}8$

$P_C = 1{,}25 \times 10^5 \text{ N/m}^2$

Pressão no ponto B (teorema de Stevin):

$P_B = P_C + \rho_2 g h_{BC} = 1{,}25 \times 10^5 + 2 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 1{,}25$

$P_B = 1{,}5 \times 10^5 \text{ N/m}^2$

$P_A = P_B = 1{,}5 \times 10^5 \text{ n/m}^2$ (A e B estão a uma mesma altura)

Do equilíbrio, temos $P_{A'} = P_A$

$P_B' = P_A'$ (A' e B' também estão a uma mesma altura)

A pressão em B' é devida à atmosfera mais a coluna de líquido:

$P_B' = P_{atm} + \rho_1\, g\,(0{,}8 + x - 0{,}45)$

$1{,}5 \times 10^5 = 1{,}0 \cdot 10^5 + 10^3 \cdot 10(0{,}35 + x)$

$x = 4{,}65$ m

Volume adicionado:

$V = b^2 \cdot x = (0{,}1)^2 \cdot 4{,}65 = 0{,}0465 \text{ m}^3$

$V = 46{,}5\ L$

Questão 04

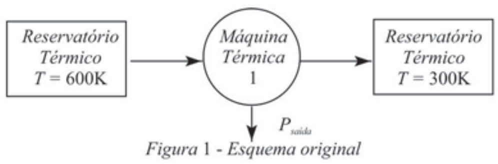


Figura 1 - Esquema original

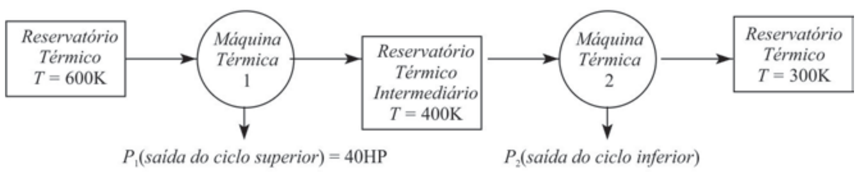


Figura 2 - Modificação proposta

Uma máquina térmica, operando em ciclo termodinâmico, entre dois reservatórios térmicos com temperaturas de 600 K e 300 K, fornece a potência necessária para o acionamento de motores em uma fábrica, conforme apresentado na figura 1. Devido a aspectos ambientais, ela deverá ser retirada de atividade, mas o corpo técnico realizou um estudo inicial e concluiu que ela poderia ser reaproveitada com a introdução de um reservatório térmico intermediário de 400 K, conforme a figura 2. Dentro dessa proposição, o grupo propõe que se trabalhe com dois ciclos termodinâmicos em série, sendo que o ciclo superior deverá produzir uma potência de 40 HP, enquanto que o ciclo inferior disponibilizará uma potência menor não especificada. O setor financeiro argumentou que a conversão proposta só seria economicamente viável se a potência associada ao ciclo inferior for no mínimo 10% do ciclo original, e se o consumo diário do novo combustível, que alimentará o motor térmico do ciclo superior, estiver limitado a 500 litros.

Dados:

- rendimento da máquina térmica no esquema original: 90% do máximo teoricamente admissível;
- taxa de transferência de calor do reservatório térmico para a máquina térmica no esquema original: 540 MJ/h;
- rendimentos das máquinas térmicas, superior e inferior, para a modificação proposta: 90% e 80% do máximo teoricamente admissível, respectivamente;
- tempo de operação diário das máquinas com a modificação proposta: 8 horas;
- massa específica e poder calorífico do novo combustível: 0,12 kg/L e 50 MJ/kg
- taxa de energia empregada para o acionamento da máquina térmica inferior: 60% da taxa rejeitada pela máquina térmica superior; e
- Considere 1 HP = 3/4 kW.

Observação:

- a taxa de calor recebida pela máquina térmica superior é proveniente da queima do novo combustível a ser empregado, e o poder calorífico é definido como a quantidade de energia liberada no processo de combustão por unidade de massa.

Baseado em uma análise termodinâmica, do problema e nos dados acima, verifique-se que as condições do setor financeiro são atendidas. Em sua análise, expresse todas as potências de HP.

Resolução:

Inicialmente. Determinemos o consumo do novo combustível.

$$\eta_1 = 0,90\eta_{carnot} = 0,90\left(1-\frac{400}{600}\right) = 0,30$$

$$P_1 = \eta_1\frac{Q_1}{\Delta t} \Rightarrow 40 = 0,30\cdot\frac{Q_1}{\Delta t} \Rightarrow \frac{Q_1}{\Delta t} = \frac{400}{3}HP$$

Para um tempo de 8h de funcionamento:

$$Q_1 = \frac{400}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{3}}{4}\cdot 10^3\cdot 8\cdot 3,6\cdot 10^3$$

$$Q_1 = 2880MJ$$

$$Q_1 = M\cdot C \Rightarrow 2880 = M\cdot 50 \Rightarrow M = 57,6kg$$

Volume: $\rho = \dfrac{M}{V} \Rightarrow V = \dfrac{57,6}{0,12} = 480L$

Logo, a condição de consumo máximo do combustível é atendida.
Determinemos, agora, as potências associadas ao ciclo original e inferior.

Ciclo original: $\begin{cases} T_Q = 600K \\ T_F = 300K \\ \eta = 90\%\eta_{carnot} \\ \dfrac{Q_Q}{\Delta t} = 540MJ/h \end{cases}$

$$P_{saída} = 0,90\left(1-\frac{300}{600}\right)\cdot 540 = 243MJ/h = 90HP$$

Ciclo superior: $\begin{cases} \dfrac{Q_1}{\Delta t} = \dfrac{400}{3}HP \\ P_1 = 40HP \end{cases}$

$$\frac{Q_1}{\Delta t} = P_1 + \frac{Q_F}{\Delta t} \Rightarrow \frac{Q_F}{\Delta t} = \frac{400}{3} - 40 = \frac{280}{3}HP$$

Apenas 60% da taxa rejeitada é aproveitada:

$$\frac{Q_2}{\Delta t} = 0,60\cdot\frac{280}{3} = 56HP$$

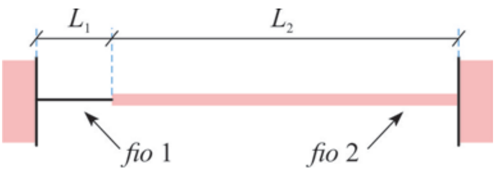
Ciclo inferior: $\begin{cases} T_Q = 400K \\ T_F = 300K \\ \eta_2 = 80\%\eta_{carnot} \\ \dfrac{Q_2}{\Delta t} = 56HP \end{cases}$

$$P_2 = \eta_2\frac{Q_2}{\Delta t} = 0,80\left(1-\frac{300}{400}\right)\cdot 56 = 11,2HP$$

Logo, $\dfrac{P_2}{P_{saída}} = \dfrac{11,2}{90} = 12,4\%$

Portanto, ambas as condições do setor financeiro serão atendidas.

Questão 05

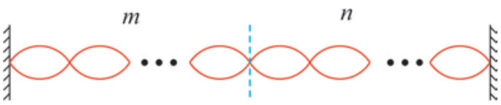


Um fio de comprimento L_1, e densidade linear μ_1, está ligado a outro fio com comprimento $L_2 = 14L_1$, e densidade $\mu_2 = \mu_1/64$. O conjunto está preso pelas suas extremidades a duas paredes fixas e submetido a uma tensão T. Uma onda estacionária se forma no conjunto com a menor frequência possível, com um nó na junção dos dois fios. Incluindo os nós das extremidades, determine o número de nós que serão observados ao longo do conjunto.

Resolução:

Ondas estacionárias em cordas

Vamos supor que há m ventres na corda da esquerda e n ventres na corda da direita.



A tensão e a frequência são iguais nas duas cordas.

$$L_1 \quad L_2 = 14\mu$$

$$\mu_1 \quad \mu_2 = \frac{\mu_1}{64}$$

Velocidade de propagação das ondas na corda da esquerda

$$v_1 = \sqrt{\frac{T}{\mu_1}} = f\lambda_1 \therefore \frac{T}{\mu_1} = f^2\lambda_1^2 \therefore \frac{T}{f^2} = \mu_1\lambda_1^2$$

Cada ventre é $\dfrac{\lambda_1}{2} \therefore L_1 = m\dfrac{\lambda_1}{2} \therefore \lambda_1 = \dfrac{2L_1}{m}$

$$\frac{T}{f^2} = \mu_1 \cdot \frac{4L_1^2}{m^2}$$

Analogamente, na corda da direita

$$\frac{T}{f^2} = \mu_2 \cdot \frac{4L_2^2}{n^2}$$

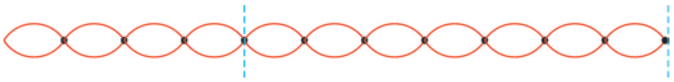
$$\frac{T}{f^2} = \mu_1 \cdot \frac{4L_1^2}{m^2} = \mu_2 \cdot \frac{4L_2^2}{n^2}$$

Substituindo $\mu_2 = \dfrac{\mu_1}{64}$ e $L_2 = 14L_1 \rightarrow \mu_1\dfrac{4L_1^2}{m^2} = \dfrac{\mu_1}{64} \cdot \dfrac{4 \cdot 14^2 L_1^2}{n^2}$

$$64n^2 = 14^2 m^2 \therefore 8n = 14m \therefore 4n = 7m$$

Como a frequência é mínima, λ_1 e λ_2 são máximos e m e n são mínimos.

$$m = 4 \text{ e } n = 7 \rightarrow N = \underbrace{4+1}_{esquerda} + \underbrace{7+1}_{direita} - \underbrace{1}_{junção} = 12$$



12 nós

Questão 06

Para determinar a temperatura de um gás ideal, ele foi inserido num tubo de comprimento L com uma extremidade aberta e a outra fechada. Na extremidade fechada, foi colocado um pequeno alto-falante, que emite uma frequência f_0 no estado fundamental.

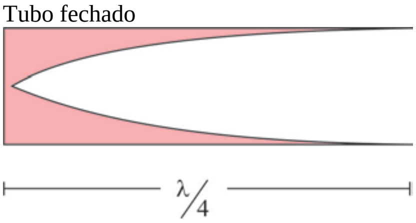
Dados:
- massa molar do gás: M;
- coeficiente de Poisson: γ;
- número pertencente ao conjunto dos números naturais: n; e
- constante universal dos gases perfeitos: R.

Diante do exposto, determine
a) a temperatura absoluta do gás, e

b) a razão entre a temperatura do gás original e de um novo gás, em que a massa molar $\overline{M}$ é maior que a massa molar M do gás original, mantendo a mesma razão entre a pressão e a massa especifica do gás anterior (considere que todo o gás do item a) foi retirado).

Resolução:

a) Tubo fechado



$$L=\frac{\lambda}{4}\rightarrow f_0=\frac{V}{4L}$$

Velocidade do som no gás:

$$V_s=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}\Rightarrow f_0\cdot 4L=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

$$T=\frac{16 f_0^2 L^2 M}{\gamma R}$$

b) Massa específica de um gás perfeito:

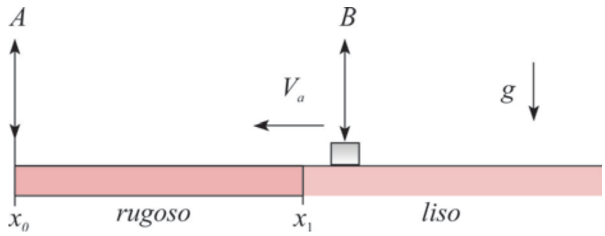
$$\rho=\frac{PM}{RT}\Rightarrow\frac{\rho}{P}=\frac{M}{RT}$$

Se for mantida a razão $\frac{\rho}{P}$, então¨

$$\frac{M}{T}=\frac{\overline{M}}{\overline{T}}\Rightarrow\frac{T}{\overline{T}}=\frac{M}{\overline{M}}$$

Logo, a razão pedida vale $\frac{M}{\overline{M}}$

Questão 07

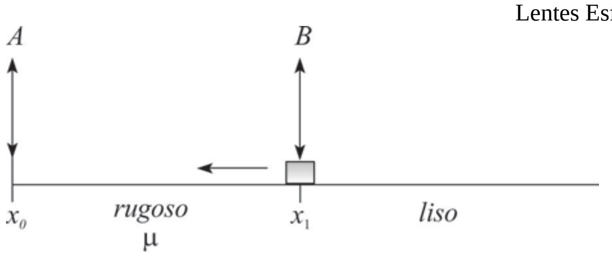


O sistema óptico mostrado na figura é constituído por duas lentes convergentes, A e B, com distâncias focais, respectivamente, de f e $2f$. A lente A é mantida fixa na posição x_0. A lente B está ligada rigidamente a um bloco que inicialmente se move da direita para a esquerda em velocidade constante v_0 sobre um piso liso. Quando o bloco atinge a posição x_1, o piso se torna rugoso. Sabe-se que a aceleração da gravidade no local é g e que o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o piso rugoso é μ. Determine o maior valor de v_0 para o qual o bloco entra em repouso sem que o sistema produza uma imagem virtual de um objeto muito distante situado à esquerda da lente A.

Observação: desconsidere as dimensões do bloco.

Resolução:

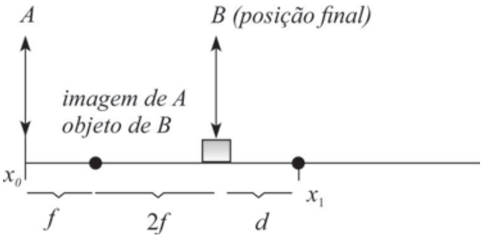
Lentes Esféricas + Dinâmica com Atrito

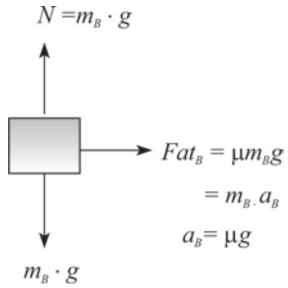


Como o objeto está a uma distância muito grande à esquerda de A, $p_A\rightarrow\infty$

$$\frac{1}{f_A}=\frac{1}{p_A}+\frac{1}{p'_A}\therefore\frac{1}{f}=\frac{1}{\infty}+\frac{1}{p'_A}\therefore p'_A=f$$ (imagem no foco imagem de A)

Essa imagem será o objeto para a lente *B*
Para que não se forme uma imagem final virtual, o objeto deve estar a uma distância igual ao maior que a distância focal de *B* (2*f*). Então a lente B só pode percorrer uma distância $d=x_1-x_0-3f$





Torricelli:

$$v_{final}^2=v_{inicial}^2+2\cdot a\cdot\Delta s$$
$$0=v_0^2+2(-\mu g)(x_1-x_0-3f)$$
$$v_0^2=2\mu g(x_1-x_0-3f)$$
$$v_0=\sqrt{2\mu g(x_1-x_0-3f)}$$

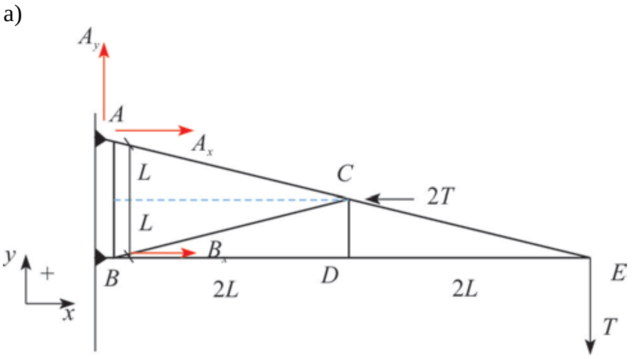
Questão 08

Uma estrutura rígida (treliça), formada por barras de aço, encontra-se suspensa pelos pinos *A* e *B*, conforme mostra na figura. Sabemos que o pino A impede o movimento horizontal. No ponto E é aplicada uma força *T* na direção vertical, e no ponto *C* é aplicada uma força 2*T* na direção horizontal. Desprezando o peso próprio da estrutura, calcule uma função de *T* nas

a) reações nos apoios *A* e *B*; e
b) forças que agem nas três barras que partem do ponto *D*.

Resolução:

a)



1. Momento resultante em relação ao ponto A:

$$\sum\overrightarrow{M_A}=\vec{0}$$
$$+2T\cdot\cancel{L}+T\cdot4\cancel{L}-B_x\cdot2\cancel{L}=0$$
$$2T+4T=2B_x$$
$$\boxed{B_x=3T}$$

2. Força resultante em x:

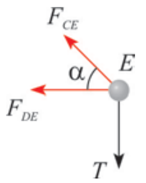
$$\sum\overrightarrow{F_x}=\vec{0}$$
$$+B_x-2T+A_x=0$$
$$3T-2T+A_x=0$$
$$\boxed{A_x=-T}$$

3. Força resultante em y:

$$\sum\overrightarrow{F_y}=\vec{0}$$
$$A_y-T=0$$
$$\boxed{A_y=T}$$

b) Pelo método dos nós temos:

Nó E:



$$tg\alpha = \frac{L}{2L} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} sen\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5} \\ \cos\alpha = 2\frac{\sqrt{5}}{5} \end{cases}$$

$$\sum \vec{F}_y^E = \vec{0} \Rightarrow F_{CE} \cdot sen\alpha - T = 0 \ \Rightarrow F_{CE} \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} - T = 0 \ \Rightarrow F_{CE} = \sqrt{5}T \ (\text{tração})$$

$$\sum \vec{F}_x^E = \vec{0} \Rightarrow -F_{CE} \cdot \cos\alpha - F_{DE} = 0 \ \Rightarrow -\sqrt{5}T \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} - F_{DE} = 0 \ \Rightarrow F_{DE} = -2T \ (\text{compressão})$$

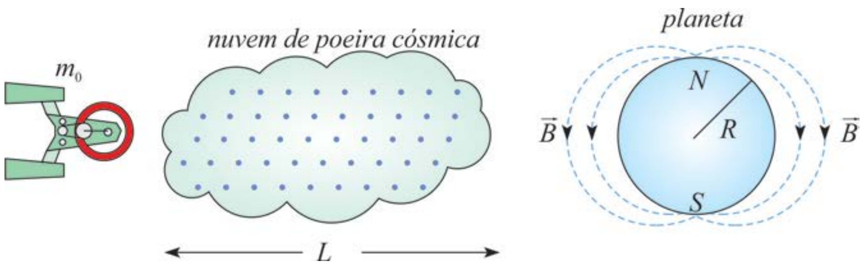
Nó D:

Como em D temos apenas uma força vertical, $F_{CD} = 0$.

Na horizontal, podemos estabelecer que $F_{BD} = F_{DE}$. Desta forma, teremos:

$$\begin{cases} F_{BD} = F_{DE} = -2T \quad (\text{compressão}) \\ F_{CD} = 0 \end{cases}$$

Questão 09



"Espaço: a fronteira final." Certa vez, esta conhecida nave interplanetária teve seu disco defletor destruído e entrou, logo em seguida, em movimento. Sabe-se que o disco defletor tem a funcionalidade de desviar qualquer partícula espacial que, mesmo pequena, em altas velocidades, poderia destruir a nave.

Considere uma outra nave espacial, de menor porte, que tenha sofrido o mesmo dano em seu disco defletor e seja obrigada a usar o escudo de força para se proteger. Seu escudo, ao invés de repelir, absorve a massa das partículas espaciais, como em choques perfeitamente inelásticos. O excesso de energia cinética, após cada choque, é dissipado pelo escudo, mas qualquer carga elétrica encontrada permanece no escudo, deixando-o carregado. A nave resolve se dirigir para o planeta ocupado mais próximo, para sofrer reparos. Por conta dos danos, só foi possível gerar uma velocidade inicial v_0 de 8% da velocidade da luz e seus motores foram desligados até o momento de entrar em órbita. Durante o percurso, a nave encontra uma nuvem de partículas eletricamente carregadas, realizando um trajeto retilíneo do comprimento L. Em média, uma partícula por quilometro é encontrada pela nave. Essa nuvem localiza-se em uma região distante de qualquer influência gravitacional. Sabe-se que a nave permanecerá em uma orbita equatorial ao redor do planeta, cujo campo magnético apresenta intensidade uniforme, no sentido do polo Norte (N) para o polo Sul (S).

Dados:

- Nave: massa inicial $m_0 = 300$ toneladas e carga inicial q_0 nula;
- Partículas: massa média $m = 100\ mg$ e carga elétrica média $q = 715\ \mu C$;
- Planeta: massa $M = 6,3 \cdot 10^{24}\ kg$, raio $R = 7000\ km$ e intensidade do campo magnético $B = 5 \cdot 10^{-5}\ T$;
- Constante de gravitação universal: $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 / kg^2$;
- Velocidade da luz: $C = 3 \cdot 10^8\ m/s$; e
- Comprimento da nuvem: $L = 7,5 \cdot 10^8\ km$.

Observação: despreze a intensidade da força de repulsão entre as cargas de mesmo sinal.

Diante do exposto, pede-se a:

a) velocidade final da nave logo após o último choque; e

b) energia máxima dissipada pelo escudo em um único choque; e

c) velocidade mínima da nave para manter uma órbita de altura $H = 35 \cdot 10^3\ km$ acima da superfície do planeta.

Resolução:

a) Número de partículas que se chocam com a nave:

$$N=\frac{L}{d}=\frac{7,5\cdot 10^{8}\,km}{1\,km}=7,5\cdot 10^{8}\,partículas.$$

Após os n sucessivos choques, temos:

$$Q_0=Q_f$$

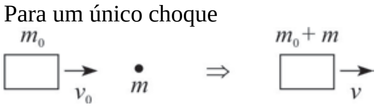
$$m_0\cdot v_0=\left(m_0+n\cdot m\right)\cdot v$$

$$300\cdot 10^{3}\cdot 0,08\cdot 3\cdot 10^{8}=\left(300\cdot 10^{3}+7,5\cdot 10^{8}\cdot 100\cdot 10^{3}\right)\cdot v$$

$$7,2\cdot 10^{12}=375\cdot 10^{3}\cdot v$$

$$v=1,92\cdot 10^{7}\ m/s\Rightarrow v=1,92\cdot 10^{4}\ km/s$$

b) Para um único choque



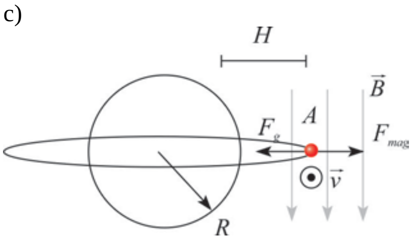
$$\Delta E=E_f-E_0=\frac{\left(m_0+m\right)}{2}\cdot\left(\frac{m_0 v_0^{\cancel{2}}}{m_0+m}\right)-\frac{m_0 v_0^2}{2}=\frac{1}{2}\left(\frac{m_0^2}{m_0+m}-m_0\right)v_0^2=\frac{1}{2}\left(\frac{m_0 m}{m_0+m}\right)v_0^2$$

Como $m_0\gg m:\Delta E=-\frac{1}{2}\frac{\cancel{m_0}\,m}{\cancel{m_0}}v_0^2=-\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_0^2$

$$\Delta E=-\frac{1}{2}\cdot 100\cdot 10^{-6}\cdot\left(0,08\cdot 3\cdot 10^{8}\right)^2$$

$$\Delta E=-2,88\cdot 10^{10}\,J$$

c)



A condição para a velocidade mínima se dá quando a força magnética é oposta a força gravitacional. Nesta situação a nave teria uma velocidade em *A*, saindo do plano do papel.

A carga da nave será dada por

$$Q=nq=7,5\cdot 10^{8}\cdot 715\cdot 10^{-6}$$

$$Q=5,36\cdot 10^{5}C$$

Força Centrípeta:

$$F_{cp}=F_g-F_{mag}=\frac{m_f\cdot v^2}{\left(R+H\right)}$$

$$\frac{GM_P\cdot m_f}{\left(R+H\right)^2}-Q\cdot v\cdot B=\frac{m_f\cdot v^2}{\left(R+H\right)}$$

$$\frac{m_f}{\left(R+H\right)}\cdot v^2+QB\cdot v-\frac{GM_P\cdot m_f}{\left(R+H\right)^2}=0$$

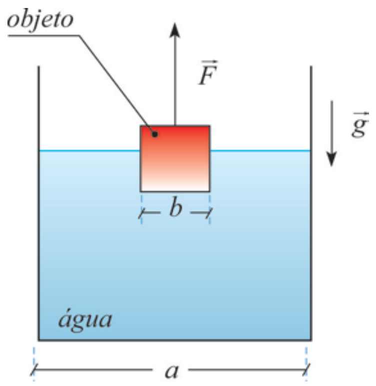
$$\frac{375\cdot 10^{3}}{\left(7\cdot 10^{6}+35\cdot 10^{6}\right)}\cdot v^2+5,36\cdot 10^{5}\cdot 5\cdot 10^{-5}\cdot v-\frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 6,3\cdot 10^{24}\cdot 375\cdot 10^{3}}{\left(7\cdot 10^{6}+35\cdot 10^{6}\right)^2}=0$$

$$8,92\cdot 10^{-3}v^2+26,80v-89330,35=0$$

Desenvolvendo a equação do 2° grau, encontramos:

$$v=\frac{-26,80\pm 62,49}{2\left(8,92\cdot 10^{-3}\right)}\ \Rightarrow\ v\simeq 2000\,m/s$$

Questão 10



Um recipiente, de formato cúbico de aresta *a*, armazena 100 l de água. Um objeto cúbico de aresta b é colocado no interior desse recipiente e fica com 75% de seu volume submerso, conforme mostrado na figura. No instante $t = 0$, aplica-se na direção vertical uma força $\vec{F}$, no centro da face superior do cubo, fazendo com que o objeto seja deslocado para cima.

<u>Dados:</u>

- massa específica da água: 1000 kg/m^3;
- aceleração da gravidade: g = 10 m/s^2;
- a = 0,5 m; e
- b = 0,2 m.

Desconsiderando o atrito entre o recipiente e a água, e sabendo que a intensidade da força $\vec{F}$ varia de forma que a altura da água no recipiente caia a uma taxa constante de 4 mm/s, determine:

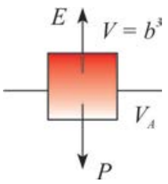
a) a massa específica do objeto, em kg/m^3;

b) o volume do objeto cúbico submerso, em t = 5 s; e

c) o modulo da força $\vec{F}$, no mesmo instante de tempo do item b).

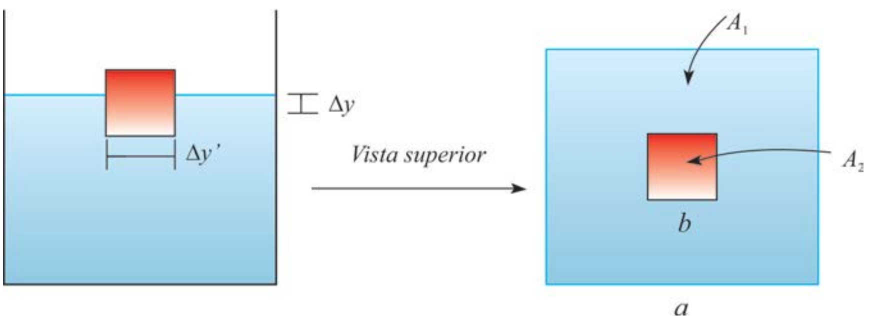
Resolução:

a) Para a situação inicial de equilíbrio, temos:



$$V_{sub} = 0,75V = 0,75b^3$$
$$P = E \Rightarrow mg = \rho_A \cdot V_{sub} \cdot g$$
$$\rho_0 \cdot V \cdot \cancel{g} = \rho_A \cdot V_{sub} \cdot \cancel{g}$$
$$\rho_0 \cdot \cancel{b^3} = \rho_A \cdot 0,75\cancel{b^3} \Rightarrow \rho_0 = 1000 \cdot 0,75 = 750\ kg/m^3$$

b) Como a altura do recipiente cai a uma taxa constante, temos:



$$\Delta y \cdot A_1 = \Delta y' \cdot A_2$$
$$\Delta y \cdot \left[0,5^2 - 0,2^2\right] = \Delta y' \cdot 0,2^2$$
$$\frac{\Delta y \cdot 0,21}{0,04} = \Delta y' \Rightarrow \Delta y' = \frac{21}{4} \cdot \Delta y$$

Para t=5 s, temos:

$\Delta y = v \cdot t = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 5 = 20\ mm$

$\Delta y' = \frac{21}{4} \cdot \Delta y = \frac{21}{4} \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 105 mm$

Volume inicialmente submerso:

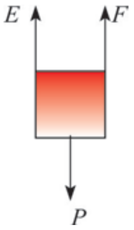
$V_0 = 0,75 \cdot b^3 = 0,75 \cdot 0,2^3 = 6 \cdot 10^{-3} m^3$

Volume submerso em t = 5 s:

$V_{sub} = V_0 - b^2 \left(\Delta y + \Delta y'\right) = 6 \cdot 10^{-3} - \left(0,2\right)^2 \left(20 + 105\right) \cdot 10^{-3}$

$V_{sub} = 6 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-3} = 1 \cdot 10^{-3}\ m^3$

c) Para esta situação temos:



$E + F = P$

$\rho_A \cdot V_{sub} \cdot g + F = \rho_0 \cdot V \cdot g$

$\cancel{1000} \cdot \cancel{10^{-3}} \cdot 10 + F = 750 \cdot \left(0,2\right)^3 \cdot 10$

$10 + F = 60$

$F = 50\ N$

Física
Anderson Marques
João Paulo Botelho
Rodolfo Teixeira

Colaboradores
Caíque Abraão
Murillo Margarida

Digitação e Diagramação
Igor Soares
Isabella Maciel
Pollyanna Chagas

Revisor
Gleydson Vieira

Desenhista
Rodrigo Ramos

Supervisão Editorial
Fernando Oliveira

A Resolução Comentada das provas do IME
*poderá ser obtida diretamente no site do **GRUPO OLIMPO**.*

As escolhas que você fez nesta prova, assim como outras escolhas na vida,
dependem de conhecimentos, competências e habilidades específicas.
Esteja preparado.

www.grupoolimpo.com.br