"A matemática é o alfabeto com que Deus escreveu o mundo"
Galileu Galilei

MATEMÁTICA

Questão 01

Determine a soma dos coeficientes de x^3 na expansão de $(1+x)^4\left(2-x^2\right)^5$.

a) -320
b) -288
c) -192
d) 128
e) 320

Resolução:

Analisando a expressão $(1+x)^4\cdot\left(2-x^2\right)^5$, temos que as possibilidades para x^3 são:

$$\underbrace{(1+x)^4}_{x}\cdot\underbrace{\left(2-x^2\right)^5}_{x^2} \qquad (1)$$

$$\underbrace{\qquad\quad}_{x^3}\ ou\ \underbrace{\qquad\quad}_{x^0} \qquad (2)$$

Cálculo dos coeficientes:

Em (1), temos: $-\binom{4}{1}\cdot 2^4\cdot\binom{5}{1}=-320$

Em (2), temos: $-\binom{4}{3}\cdot 2^5\cdot\binom{5}{0}=128$

Somando as duas parcelas, temos que o coeficiente de x^3 é *-192*.
Então a alternativa correta é a alternativa C.

Alternativa C

Questão 02

Considere que $a\neq 0,\ b\neq 0\ e\ (a+b)\neq 0.$ Sabendo-se que $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=3,$ determine o valor de $\frac{a^2+b^2}{2(a+b)^2}$.

a) 0,1
b) 0,3
c) 0,6
d) 0,8
e) 1,0

Resolução:

$$a\neq 0,\ b\neq 0,\ (a+b)\neq 0$$

$$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=3=\frac{a^2+b^2}{ab}\Rightarrow a^2+b^2=3ab$$

$$\frac{a^2+b^2}{2(a+b)^2}=\frac{3ab}{2\left(a^2+b^2+2ab\right)}=\frac{3ab}{2(3ab+2ab)}=\frac{3ab}{10ab}$$

$$=\frac{3}{10}=0,3$$

Alternativa B

Questão 03

Seja a função $f(x) = 2x^4 - 8x^3 + 4x - 7$. Considere uma reta qualquer que corta o gráfico dessa função em quatro pontos distintos: (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) e (x_4, y_4). O valor de $\dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{2}$ é:

a) 1
b) $3/2$
c) 2
d) $7/2$
e) 4

Resolução:

Seja $y = mx + h$ a reta que corta, em 4 pontos distintos, a função $f(x)$.
Dessa forma, x_1, x_2, x_3 e x_4 serão raízes da equação:

$$2x^4 - 8x^3 + 4x - 7 = mx + h$$
$$\Downarrow$$
$$2x^4 - 8x^3 + (4 - m)x - (7 + h) = 0$$

Utilizando as relações de Girard:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \frac{-(-8)}{2} = 4$$

Então $\dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{2} = 2$

Alternativa C

Questão 04

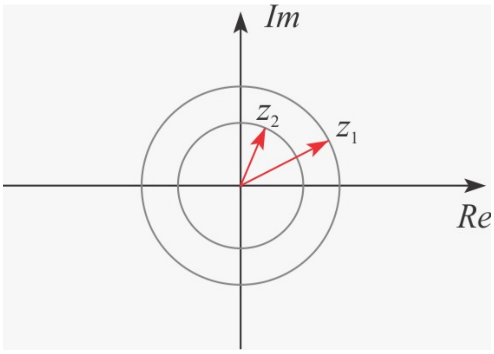
Sejam z_1 e z_2 dois números complexos tais que $|z_1| = 4, |z_2| = 3$ e $|z_1 + z_2| = 6$. O valor de $|z_1 - z_2|$ é:

a) $\sqrt{7}$
b) $\dfrac{\sqrt{3}}{?}$
c) 1
d) $\sqrt{14}$
e) $2\sqrt{3}$

Resolução:

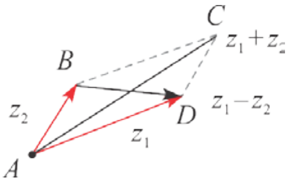
$|z_1| = 4, |z_2| = 3, |z_1 + z_2| = 6$

Plotando os complexos no plano de Argand-Gauss, temos:



z_1 está na circunferência centrada na origem e raio *4* e z_2 está na circunferência centrada na origem e raio *3*

Os complexos $(z_1 + z_2)$ e $(z_1 - z_2)$ estão nas diagonais do paralelogramo ABCD abaixo.



Seja θ o ângulo $A\hat{D}C$. Então $B\hat{A}D = \pi - \theta$.
Pela lei dos cossenos no $\Delta\ ADC$:

$$|z_1 + z_2|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 - 2\cdot|z_1||z_2|\cos\theta$$

$$\Leftrightarrow 6^2 = 4^2 + 3^2 - 2\cdot 4\cdot 3\cos\theta$$

$$\Leftrightarrow \boxed{24\cos\theta = -11} \quad (I)$$

Pela Leis dos Cossenos no $\Delta\ BAD$ e por (I):

$$|z_1 - z_2|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 - 2\cdot|z_1|\cdot|z_2|\cdot\cos(\pi-\theta)$$

$$= 4^2 + 3^2 + 2\cdot 4\cdot 3\cos\theta$$

$$= 25 - 11 = 14$$

Portanto, $|z_1 - z_2| = \sqrt{14}$

Alternativa D

Questão 05

Uma sequência é gerada pelo produto dos termos correspondentes de duas progressões aritméticas de números inteiros. Os três primeiros termos dessa sequência são 3053, 3840 e 4389. O sétimo termo da sequência é:

a) 3035
b) 4205
c) 4398
d) 4608
e) 5063

Resolução 01:
Sejam as PAs (a_1, a_2, a_3, ...) e (b_1, b_2, b_3, ...) de razões r e s, respectivamente.
Temos, $a_1b_1 = 3053,\ a_2b_2 = 3840$ e $a_3b_3 = 4389$, notemos que $3053 = 43\times 71$. Logo, $a_1, b_1 \in \{\pm1, \pm43, \pm71, \pm3053\}$, com a e b de mesmo sinal.

$$a_1 = a_2 - r,\ b_1 = b_2 - s$$

$$a_3 = a_2 + r,\ b_3 = b_2 + s$$

$$\begin{cases}(a_2 - r)(b_2 - s) = 3053\\ a_2b_2 = 3840\\ (a_2+r)(b_2+s) = 4389\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a_2b_2 - a_2s - b_2r + rs = 3053\\ a_2b_2 = 3840\\ a_2b_2 + a_2s + b_2r + rs = 4389\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}a_2s + b_2r - rs = 787\\ a_2s + b_2r + rs = 549\end{cases}$$

Logo, $rs = -119 = -(7\times 17)$ e $a_2s + b_2r = 668$

Tentamos os casos:

1 $r = 1$ e $s = -119$	5 $r = 17$ e $s = -7$
2 $r = -1$ e $s = 119$	6 $r = -17$ e $s = 7$
3 $r = 7$ e $s = -17$	7 $r = 119$ e $s = -1$
4 $r = -7$ e $s = 17$	8 $r = -119$ e $s = 1$

Como $a_1b_1 = 43\times 71$, temos que $(a_1 + r)(b_1 + s) = 3840$, lembrando que $a_1, b_1 \in \{\pm1, \pm43, \mp71, \pm3053\}$, $a_1b_1 > 0$. O caso 1, por exemplo, não serve, já que nenhum dos candidatos para a_1, somando $r = 1$, é divisor de 3840, exceto $a_1 = 1$, o que não serve, pois $b_1 = 3053$ e $(a_1 + r)(b_1 + s) = (1+1)(3053 - 119) \neq 3840$.

Fazendo o raciocínio análogo para os demais casos, vem:

2 impossível (bem como 7 e 8)
$r = 7$ e $s = -17$

3 $\left.\begin{matrix}a_1 = -71 \Rightarrow a_2 = -64\\ b_1 = -43 \Rightarrow b_2 = -60\end{matrix}\right\} a_2b_2 = 3840$

Neste caso, $a_3 = -57$ e $b_3 = -77$, com $a_3b_3 = 4389$.

Então, $a_7 = -71 + 6\cdot 7 = -29$ e $b_7 = -43 + 6(-17) = -145$

$\Rightarrow a_7b_7 = (-29)\cdot(-145) = \underline{4205}$

4 $r = -7$ e $s = 17$

$\left.\begin{matrix}a_1 = 71\\ b_1 = 43\end{matrix}\right>$ caso análogo ao 4, com $a_7b_7 = 4205$.

5 e 6 Análogos aos casos 3 e 4, gerando $a_2 = \pm 60$ e $b_2 \pm 64$

Logo, 4205.

Resolução 02:

Partindo de $rs = -119$ e $a_2 s + b_2 r = 668$ na solução anterior, vem:

$$a_7 b_7 = (a_2 + 5r)\cdot(b_2 + 5s) = a_2 b_2 + 5\cdot(a_2 s + b_2 r) + 25rs = 3840 + 5\cdot 668 - 25\cdot 119 = 4205$$

Alternativa B

Questão 06

Seja a matriz $M = \begin{bmatrix} 1 & z \\ -z & \bar{z} \end{bmatrix}$, onde z é o número complexo $z = \cos\left(\frac{4z}{?}\right) + i\ sen\left(\frac{4z}{3}\right)$, $\bar{z}$ o seu conjugado e os ângulos estão expressos em radianos. O determinante de M é:

a) $2\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\ sen\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$

b) $2\left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i\ sen\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right)$

c) $2\left(\cos\left(\frac{8\pi}{3}\right) - i\ sen\left(\frac{8\pi}{3}\right)\right)$

d) $\cos(\pi) + i\ sen(\pi)$

e) $\cos(2\pi) + i\ sen(2\pi)$

Resolução:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & z \\ -z & \bar{z} \end{bmatrix},\ z = \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i\ sen\left(\frac{4\pi}{3}\right)$$

$$\begin{cases} \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \\ sen\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\det M = \bar{z} + z^2 = \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) - i\ sen\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \cos^2\left(\frac{4\pi}{3}\right) + 2\ i\ \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)\cdot sen\left(\frac{4\pi}{3}\right) - sen^2\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i + \left(\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2}i - \frac{3}{4}\right) = -1 + \sqrt{3}i = 2\ cis\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

Alternativa A

Questão 07

Se A é a área da região R do plano cartesiano dada por

$$R = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2\ \middle|\ 2 \le x \le 10 \text{ e } 0 \le y \le ln\ (x)\right\},$$

Então é correto afirmar que:

a) $A \le ln\left(20^4\right)$

b) $ln\left(ln(9!)\right) \le ln(A) \le \left(2 + ln(9!)\right)$

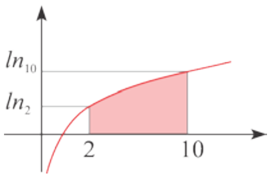
c) $A \ge ln(10!) - ln(2)$

d) $\frac{1}{9!} \le e^{-A} < 20^{-4}$

e) $ln(10) - ln(2) \le A \le 10\,ln(10) - 2\,ln(2) - 10$

Resolução 01:

A área pedida é:



Que pode ser calculada como $\int_2^{10} \ell\, n\, x\, dx$

Utilizando a integração por partes, encontramos $\int \ell nx\, dx = x\ell n\, x - x + c$

Então $A = \int_2^{10} \ell n\, x\, dx = 10\ \ell n10 - \ell n4 - 8 = \ell n\left(\frac{10^{10}}{4e^8}\right)$

Na alternativa b, vemos que, como $f(x) = \ell nx$ é crescente, precisamos apenas analisar se:

$\ell n(9!) \le \frac{10^{10}}{4 \cdot e^8} \le e^2 9!$

Para estimar $\ell n(9!)$, fazemos o seguinte procedimento:

$$\begin{array}{ll} 9 < e^3 & 5 < e^2 \\ 8 < e^3 & 4 < e^2 \\ 7 < e^2 & 3 < e^2 \\ 6 < e^2 & 2 < e \end{array} \xrightarrow{} \begin{array}{l} \text{Multiplicando:} \\ 9! < e^{17} \to \ell n\,(9!) < 17 \end{array}$$

E $17 < \frac{10^{10}}{4 \cdot e^8}$, além disso, para a segunda parte da inequação:

Como $9! = 362.880$, então $e^2 \cdot 9! > 10^6$.
Além disso,

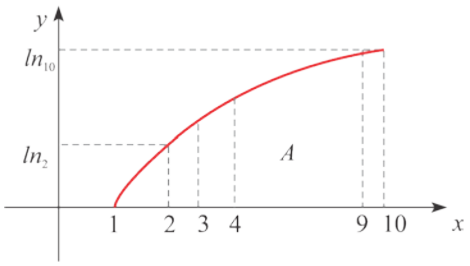
$$\left.\begin{array}{l} e^2 > 7{,}3 \\ e^4 > 53 \\ e^8 > 2809 \end{array}\right\} \to 4 \cdot e^8 > 4 \cdot 2809$$

$$\downarrow$$

$$\frac{1}{4 \cdot e^8} < 10^4$$

Ou seja, $\frac{10^{10}}{4 \cdot e^8} < 10^6$. Comprovando que a resposta é a alternativa B.

Resolução 02:



Seja a partição
$P = \{2,3,4,...,10\}$

Usando a ideia das somas de Riemann, temos, como $f(x) = \ell nx$ é côncava:

$$A > \frac{\ell n2 + \ell n3}{2} + \frac{\ell n3 + \ell n4}{2} + ... + \frac{\ell n9 + \ell n10}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\ell n2 + \ell n10 + 2\left(\ell n3 + \ell n4 + ...\ell n9\right)\right)$$

$$= \frac{\ell n2 + \ell n10}{2} + \ell n(3 \cdot 4 \cdot ... \cdot 9) \quad (*)$$

(A) $A \le \ell n\left(20^4\right)$ <u>Falso</u>, pois, de $(*)$, temos que $A > \ell n(3 \cdot 4 \cdot ... \cdot 9) = \ell n(181.440) > \ell n(160.000) = \ell n\left(20^4\right)$

(B) $\ell n\left(\ell n(9!)\right) \le \ell n(A) \le \left(2 + \ell n(9!)\right)$

(i) $\ell n\left(\ell n(9!)\right) \le \ell n(A) \Leftrightarrow A \ge \ell n(9!)$

De $(*)$, como $\ell n\, 10 > \ell n2$, temos:

$A > \ell n\, 2 + \ell n(3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 9) = \ell n(9!)$

$(ii)\, \ell n(A) \le (2 + \ell n(9!)) \Leftrightarrow$

$\ell n(A) \le \ell n(e^2 \cdot 9!)$

Olhando para a figura inicial, podemos estimar A superiormente pelas áreas dos retângulos (ao invés de inferiormente pelos trapézios).

Então, $A < \ell n\, 3 + \ell n\, 4 + \ldots + \ell n\, 10 = \ell n(3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 10)$

$= \ell n(5 \cdot 9!) < \ell n(e^2 \cdot 9!)$, pois $5 < e^2$

Logo, (B) é VERDADEIRA.

(C) $A \ge \ell n(10!) - \ell n(2) \Leftrightarrow A \ge \ell n(5 \cdot 9!)$, o que é falso pelo item anterior.

(D) $\frac{1}{9!} \le e^{-A} < 20^{-4} \Leftrightarrow 20^4 > e^A > 9! \Leftrightarrow \ell n(20^4) > A > \ell n(9!)$, o que é falso, já que no item (A) mostramos que não vale a primeira desigualdade.

(E) É falso, pois:

$$10\, \ell n(10) - 2\ell n(2) - 10 = \ell n\left(\frac{10^{10}}{2^2 \cdot e^{10}}\right) =$$

$$= \ell n\left(\frac{\left(10/e\right)^{10}}{4}\right) < \ell n\left(\frac{\left(10/2{,}5\right)^{10}}{4}\right) = \ell n(4^9)$$

$< \ell n(9!)$, mas vimos em (B) que $A > \ell n 9!$

Alternativa B

Questão 08

Seja $f : D \to \mathbb{R}$ uma função onde $D = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x \ne 0 \text{ e } x \ne 1\}$ e que satisfaz a equação $f\left(\frac{x-1}{x}\right) + f(x) - x = 2$. O valor de $f(2)$ é:

a) *5/4*
b) *1/4*
c) *1/2*
d) *1*
e) *7/2*

Resolução:

$$f\left(\frac{x-1}{x}\right) + f(x) - x = 2$$

• $x = 2 : f\left(\frac{1}{2}\right) + f(2) = 4 \quad (\text{I})$

• $x = 1/2 : f(-1) + f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \quad (\text{II})$

• $x = -1 : f(2) + f(-1) = 1 \quad (\text{III})$

Fazendo $(\text{III}) - (\text{II}) + (\text{I})$, temos:

$$f(2) + \cancel{f(-1)} - \cancel{f(-1)} - \cancel{f\left(\frac{1}{2}\right)} + \cancel{f\left(\frac{1}{2}\right)} + f(2) = 1 - \frac{5}{2} + 4$$

Logo, $f(2) = \frac{5}{4}$.

Alternativa A

Questão 09

Há um torneio de xadrez com 6 participantes. Cada participante joga com cada um dos outros uma única partida. Não ocorrem empates. Cada participantes tem 50% de chance de vencer cada partida. Os resultados são independentes. O vencedor em cada partida ganha um ponto e o perdedor zero. Deste modo, o total é acumulado para montar o ranking. No primeiro jogo do torneio José vence Maria. Se a probabilidade de José chegar à frente de Maria ao final do torneio é $\frac{p}{q}$, com p e q primos entre si, o valor de $p + q$ é:

a) 5
b) 19
c) 257
d) 419
e) 4097

Resolução 01:

O número total de jogos é $\binom{6}{2} = 15.$

José vence Maria no primeiro jogo do torneio. Cada um deles tem mais 4 jogos. Para José ficar na frente de Maria, precisamos que o número de pontos de José seja maior que ou igual à pontuação de Maria nesses 4 jogos, já que José acumula 1 ponto do primeiro jogo.

1º caso) Maria faz 0 ponto nos 4 jogos
José pode vencer 0, 1, 2, 3, ou 4 jogos, o que ocorre com probabilidade de 100%

2º caso) Maria faz 1 ponto nos 4 jogos
José tem que vencer, pelo menos, 1 jogo, o que ocorre com probabilidade $\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^4\right) = \boxed{\frac{15}{16}}$

3º caso) Maria faz 2 pontos nos 4 jogos
José tem que vencer, pelo menos, 2 jogos
José: VVPP (permutado) $\rightarrow$ 6 maneiras
VVVP (permutado) $\rightarrow$ 4 maneiras
VVVP $\rightarrow$ 1 maneira
11 maneiras

Probabilidade (3º caso – José) = $\boxed{\frac{11}{16}}$

4º caso) Maria faz 3 pontos nos 4 jogos
José: VVVP (permutado) $\rightarrow$ 4 maneiras
VVVV $\rightarrow$ 1 maneira
5 maneiras

Probabilidade (4º caso - José) = $\boxed{\frac{5}{16}}$

5º caso) Maria faz 4 pontos nos 4 jogos
José tem que vencer todos = $\boxed{\frac{1}{16}}$

As probabilidades para Maria em cada caso é, respectivamente, $\frac{1}{16}, \frac{4}{16}, \frac{6}{16}, \frac{4}{16}$ e $\frac{1}{16}$.

Então, a probabilidade de José ficar na frente de Maria no ranking é:

$$\frac{1}{16}\cdot\frac{16}{16}+\frac{4}{16}\cdot\frac{15}{16}+\frac{6}{16}\cdot\frac{11}{16}+\frac{4}{16}\cdot\frac{5}{16}\cdot+\frac{1}{16}\cdot\frac{1}{16}=$$

$$=\frac{1}{256}(16+60+66+20+1)=\frac{163}{256}$$

Como (163,256) = 1, temos p + q = 163 + 256 = 419.

Resolução 02:

José irá jogar mais 4 partidas e Maria também. Vamos comparar o saldo somente das 4 partidas.
Para José ficar à frente de Maria, basta que o saldo de pontos nas 4 partidas seja igual ou maior. Então, a probabilidade do saldo ser igual é:

$$P = P_{0,0} + P_{1+1} + P_{2,2} + P_{3,3} + P_{4,4}$$

Onde $P_{x,x}$ é a probabilidade de José e Maria fazerem x pontos.

Então:

$$P = \left[\binom{4}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\right]^2 + \left[\binom{4}{1}.\left(\frac{1}{2}\right)^4\right]^2 + \ldots + \left[\binom{4}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^4\right]^2$$

$$P = \left(\frac{1}{2}\right)^8 \underbrace{\left[\binom{4}{0}^2 + \binom{4}{1}^2 + \binom{4}{2}^2 + \binom{4}{3}^2 + \binom{4}{4}^2\right]}_{\text{Relação de Euler: } \binom{8}{4}}$$

$$P = \left(\frac{1}{2}\right)^8 \cdot \binom{8}{4} = \frac{35}{128}$$

Então, por simetria, a probabilidade do saldo de José ser maior é:

$$\frac{1-P}{2}=\frac{93}{256}$$

Então a probabilidade pedida é

$$\frac{35}{128}+\frac{93}{256}=\frac{163}{256}$$

Como $MDC[163,256]=1$, então $163+256=419$.

Alternativa D

Questão 10

Seja a equação

$$7^{4x}-10\cdot 7^{3x}+17\cdot 7^{2x}+40\cdot 7^{x}=12\cdot 7$$

Para cada uma das raízes reais não nulas dessa equação, constrói-se um segmento de reta cujo comprimento corresponde ao modulo do valor da raiz. A partir de todos os segmentos obtidos:

a) pode-se construir um triângulo escaleno.
b) pode-se construir um triângulo isósceles.
c) pode-se construir um quadrilátero.
d) pode-se construir um pentágono.
e) não é possível construir qualquer polígono.

Resolução:

$7^{4x}-10\cdot 7^{3x}+17\cdot 7^{2x}+40\cdot 7^{x}=12\cdot 7$. Seja $7^x=y$:

$y^4-10y^3+17y^2+40y-84=0$

Por inspeção, vemos que 2 e -2 são raízes. Utilizando Briot-Ruffini:

	1	–10	17	40	–84
2	1	–8	1	42	0
–2	1	–10	21	0	

Como $y^2-10y+21$ tem raízes 3 e 7, as raízes do polinômio original são -2, 2, 3 e 7.

$7^x=-2\rightarrow$ não existe x real.

$7^x=2\rightarrow x_1=\log_7 2$

$7^x=3\rightarrow x_2=\log_7 3$

$7^x=7\rightarrow x_3=1$

Como $1=\log_7 7>\log_7 2+\log_7 3=\log_7 6$

O triângulo a ser formado não satisfaz a desigualdade triangular, portanto a alternativa correta é a letra E.

Alternativa E

Questão 11

Considere o sistema de equações:

$$\begin{cases}\log(-2x+3y+k)=\log(3)+\log(z)\\ \log_x(1-y)=1\\ x+z=1\end{cases}$$

onde x, y e z são variáveis e k é uma constante numérica real. Esse sistema terá solução se:

a) $k<-2$
b) $-2<k<0$
c) $0<k<2$
d) $2<k<4$
e) $k>4$

Resolução:

Com $-2x+3y+k>0$, $z>0$, $1-y>0$, $x>0$, $x\neq 1$, tem-se que

$$\begin{cases} -2x+3y+k=3z \\ 1-y=x \\ x+z=1 \end{cases}$$

Resolvendo-se tal sistema, em termos de k, obtém-se $x=\frac{k}{2}$, $y=1-\frac{k}{2}$ e $z=1-\frac{k}{2}$.

Com $x>0$, $k>0$; com $x\neq 1$, $k\neq 2$; com $1-y>0$, $k>0$; com $z>0$, $k<2$; e com $-2x+3y+k>0$, $k<2$.

Para o sistema ter solução, $0<k<2$.

Alternativa C

Questão 12

No que diz respeito à posição relativa das circunferências representadas pelas equações

$$x^2+y^2-6x-8y = 11$$
$$x^2+y^2-8x+4y=-16$$

pode-se afirmar que elas são:

a) exteriores.
b) tangentes exteriores.
c) tangentes interiores.
d) concêntricas.
e) secantes.

Resolução:

Sendo O_1 centro e o r_1 o raio da circunferência $x^2+y^2-6x-8y=11$, $O_1=(3,4)$ e $r_1=6$. Sendo O_2 o centro e r_2 o raio da circunferência $x^2+y^2-8x+4y=-16$, $O_2=(4,-2)$ e $r_2=2$. Considerando que

$d(O_1,O_2)=\sqrt{(4-3)^2+(-2-4)^2}$,

ou ainda, $d(O_1,O_2)=\sqrt{37}$, temos que $r_1-r_2<d(O_1,O_2)<r_1+r_2$, o que significa que as circunferências são secantes.

Alternativa E.

Questão 13

Seja a equação $2sen^2(e^\theta)\ -4\sqrt{3}sen(e^\theta)cos(e^\theta)-cos(2e^\theta)=1$, $\theta\ \in\mathbb{R}^+$. O menor valor de θ que é raiz da equação é:

a) $\ln\left(\frac{\pi}{6}\right)$

b) $\ln\left(\frac{\pi}{3}\right)$

c) $\ln\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

d) $\ln\left(\frac{\pi}{12}\right)$

e) $\ln\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

Resolução:

Sendo $-\cos(2e^\theta)-1=2\cos^2(e^\theta)$, temos

$2sen^2(e^\theta)-4\sqrt{3}sen(e^\theta)\cos(e^\theta)-2\cos^2(e^\theta)=0$

Sendo $2sen(e^\theta)\cos(e^\theta)=sen(2e^\theta)$ e $2sen^2(e^\theta)-2\cos^2(e^\theta)=-2\cos(2e^\theta)$, obtemos

$-2\sqrt{3}sen(2e^\theta)-2\cos(2e^\theta)=0$, o que implica $tg\left(2e^{\theta}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, observando que $\cos\left(2e^{\theta}\right) \neq 0$. Disso,

$$2e^{\theta} = -\frac{\pi}{6} + k\pi,$$

com $k \in \mathbb{Z}$, ou ainda,

$$e^{\theta} = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2},$$

com $k \in \mathbb{Z}$, sabendo que $e^{\theta} > 0$, para se ter o menor valor de θ, $k = 1$. Com isso,

$$e^{\theta} = \frac{5\pi}{12},$$

o que implica $\theta = \ln\frac{5\pi}{12}$. Assim, o menor valor de θ, que é raiz, é $\ln\frac{5\pi}{12}$.

Alternativa E.

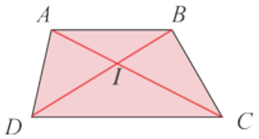
Questão 14

Considere um trapézio de bases *AB* e *CD*, com o ponto *I* sendo a interseção de suas diagonais. Se as áreas dos triângulos *AIB* e *CID* formados pelas diagonais são $9\ cm^2$ e $16\ cm^2$, respectivamente, a área do trapézio, em cm^2, é:

a) Não é possível determinar por terem sido fornecidos dados insuficientes.
b) 63
c) 50
d) 49
e) 45

Resolução:

Considere as figuras



Os triângulos AIB e CID são semelhantes. Considerando que suas áreas são $9\ cm^2$ e $16\ cm^2$, respectivamente, temos

$$\left(\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}}\right)^2 = \frac{9}{16},$$

Ou ainda, $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{3}{4}$, com a citada semelhança,

$$\frac{\overline{IB}}{\overline{DI}} = \frac{3}{4}$$

Com isso, sendo S_1 a área do triângulo ADI e S_2 a área do triângulo CIB, temos

$$\frac{S_1}{4} = \frac{9}{3} \text{ e } \frac{S_2}{3} = \frac{16}{4},$$

O que implica $S_1 = 12$ e $S_2 = 12$. Assim, a área do trapézio é 9 + 16 + 12 + 12 = 49.

Alternativa D.

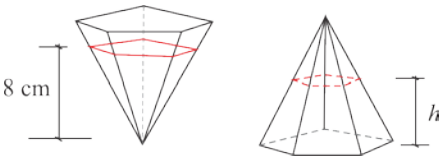
Questão 15

Um copo exótico de vidro, em uma festa, era uma pirâmide invertida de base pentagonal regular do 9 *cm* de altura. Essa copo continha uma bebida que ocupava 8 cm de altura Um dos convidados fechou a base pentagonal do copo e o virou do cabeça pata baixo. A nova altura *h* da bebida, em *cm*, em relação à base pentagonal satisfaz:

a) $2,9 \leq h \leq 3,0$
b) $3,8 \leq h \leq 4,0$
c) $4,8 \leq h \leq 4,9$
d) $5,8 \leq h \leq 6,0$
e) $6,1 \leq h \leq 6,2$

Resolução:

Considere as figuras



Seja V_c o volume do corpo e V_b o volume de bebida. Da primeira situação, tem-se que

$$\frac{V_b}{V_c} = \left(\frac{8}{9}\right)^3.$$

Da segunda situação,

$$\frac{V_c - V_b}{V_c} = \left(\frac{9-h}{9}\right)^3,$$

ou ainda, $1 - \left(\frac{8}{9}\right)^3 = \left(\frac{9-h}{9}\right)^3$. Disso, conclui-se que

$h = 9 - \sqrt[3]{217},$

o que implica $2,9 \leq h \leq 3,0.$

Alternativa A.

FÍSICA

Questão 16

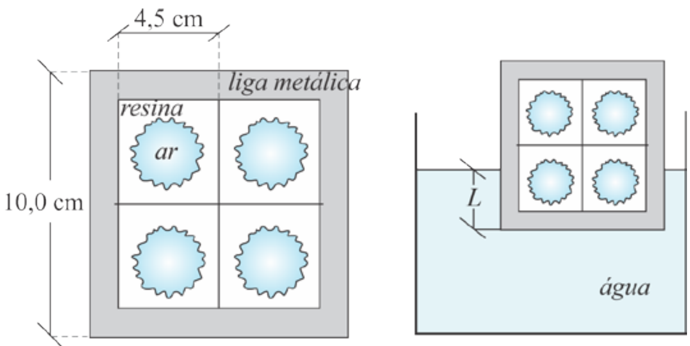


Figura 1 Figura 2

Durante a fabricação de cubos de resina com arestas de $4,5\ cm$, formaram-se cavidades com $50\ cm^3$ de ar no interior de cada um deles. Um artesão agrupa oito cubos, gerando um cubo maior. Em seguida, envolve essa peça com uma camada de liga metálica, formando um cubo metálico com arestas de $10,0\ cm$, conforme mostra o corte da Figura 1.

Dados: massa específica da

- água: $1,0\ \text{g}/cm^3$;
- resina: $0,8\ \text{g}/cm^3$; e
- liga metálica: $2,0\ \text{g}/cm^3$..

Se esse cubo metálico for colocado na água e estiver em equilíbrio, conforme mostra a Figura 2, o valor do comprimento *L*, em *cm*, que este ficará submerso será, aproximadamente:

a) 7,3
b) 7,7
c) 8,1
d) 8,4
e) 8,7

Resolução:

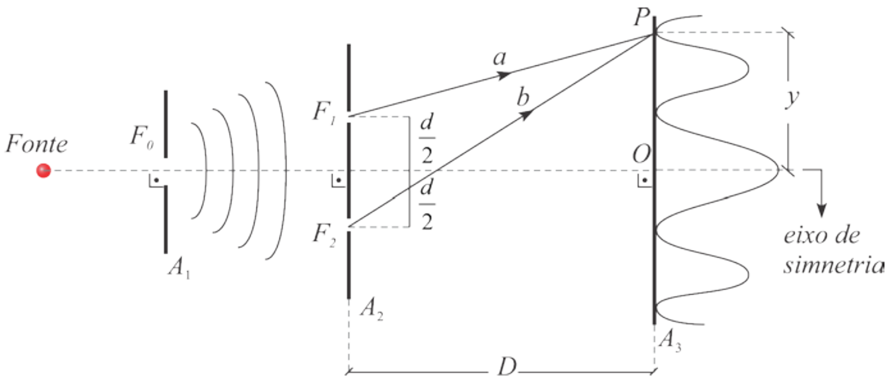
$$m_{\text{Resina}} = d_{\text{Resina}} \cdot 8 \cdot (V_{Cubo} - V_{Ar})$$
$$m_{\text{Resina}} = 0{,}8 \cdot 8 \cdot (4{,}5^3 - 50)$$
$$m_{\text{Resina}} = 263{,}2g$$

$$m_{\text{Liga}} = d_{\text{Liga}} \cdot (V_{maior} - V_{menor})$$
$$m_{\text{Liga}} = 2 \cdot (10^3 - 9^3)$$
$$m_{\text{Liga}} = 542g$$

$$E = P$$
$$d_{água} \cdot V_{imerso} \cdot \cancel{g} = (m_{\text{Resina}} + m_{\text{Liga}}) \cdot \cancel{g}$$
$$1 \cdot (10^2) \cdot L = (263{,}2 + 542)$$
$$L = 8{,}052$$
$$L = 8{,}1\ cm$$

Alternativa C.

Questão 17



Na experiência de Thomas Young, também conhecida como experiência da fenda dupla, uma luz é difratada por uma fenda F_0 no anteparo A_1. Em seguida, o feixe de ondas difratado é novamente difratado por outras duas fendas, F_1 e F_2 no anteparo A_2, formando no anteparo A_3 um padrão de interferência constituído por franjas claras (interferência construtiva), alternadas por franjas escuras (interferência destrutiva), conforme mostra a figura. A distância *y* que separa as franjas (claras ou escuras) do ponto central *O*, vistas sobre o anteparo A_3, pode ser definida em função da distância *D* entre os anteparos A_2 e A_3, e da distância *d* entre as fendas F_1 e F_2. Essa distância é dada pela equação:

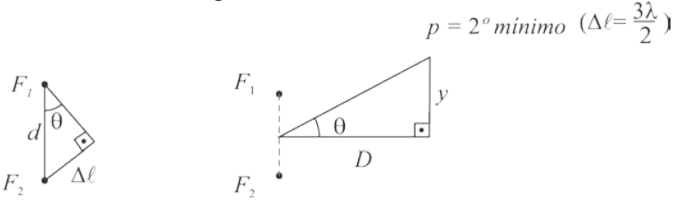
$$y = \frac{n}{2d} D v^x f^z,$$

em que: *n* é o número de ordem da interferência; e *f* é a frequência da luz que se propaga com velocidade *v* nos percursos ópticos *a* e *b*. Para que a equação seja dimensionalmente correta e para que os raios que partem de F_1 e F_2 atinjam o ponto *P*, os valores de *n*, *x* e *z* são, respectivamente:

a) 1,1 e -1
b) 1,1 e 1
c) 2,-1 e -1
d) 3,1 e 1
e) 3,1 e -1

Resolução:

Interferência de Young



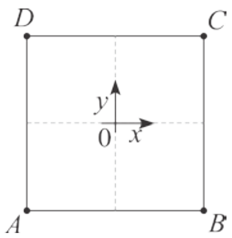
$sen\theta = \frac{\Delta l}{d} = \frac{3\lambda}{2d} \therefore tg\theta \frac{y}{D}$

θ é pequeno $\Rightarrow sen\theta \sim tg\theta \therefore \frac{3\lambda}{2d} = \frac{y}{D} \therefore y = \frac{3}{2}\frac{D}{d}\lambda$

$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow y = \frac{3}{2}\frac{D}{d} v f^{-1} \therefore \boxed{n=3}\ \boxed{x=1}\ \boxed{z=-1}$

Alternativa E.

Questão 18



Quatro partículas, denominadas *A*, *B*, *C* e *D*, partem simultaneamente dos vértices de um quadrado de lado unitário. Todas as partículas apresentam velocidades escalares iguais durante suas trajetórias. A partícula *A* persegue a partícula *B*, de tal forma que o seu vetor velocidade está sempre na direção e sentido de *A* para *B*. O mesmo ocorre entre as partículas *B* e *C*, *C* e *D* e, finalmente, entre *D* e *A*. Tomando o centro do quadrado como origem do sistema de coordenadas, a tangente do ângulo entre vetor unitário do sentido positivo do eixo *x* e o vetor que une o ponto *A* ao ponto *B*, quando *A* se encontra em um ponto arbitrário (*x*,*y*) da sua trajetória, é dada por:

a) $\frac{x-y}{2x-2y+1}$

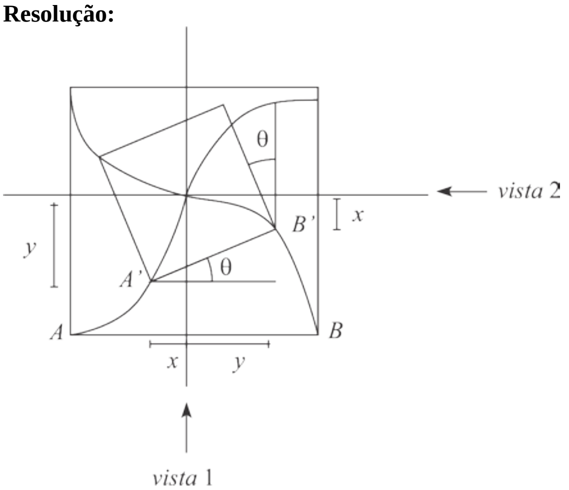
b) $-\frac{1+x+y}{x+y}$

c) $-\frac{x-y}{x+y}$

d) $\frac{x}{y}-\frac{y}{x}$

e) $\frac{1+x+y}{1-x+2y}$

Resolução:

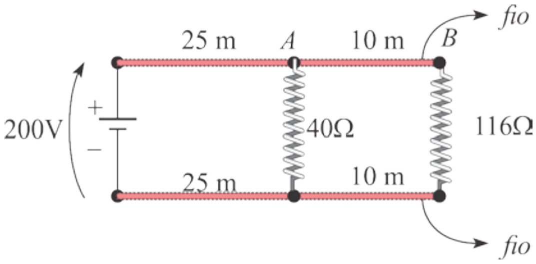


Por simetria, a vista 1 é igual à vista 2

$$tg\theta = \frac{y-x}{y+x} = -\frac{x-y}{x+y}$$

Alternativa C.

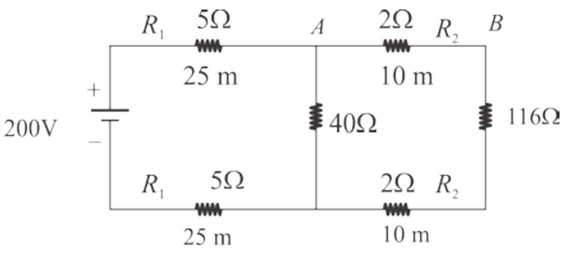
Questão 19



O circuito mostrado acima, emprega um fio de $2\ mm^2$ de seção transversal e resistividade de $0,4\ \Omega mm^2/m$. A diferença de potencial (*ddp*) entre os pontos *A* e *B*, em volts, é:

a) 2,0
b) 2,5
c) 3,0
d) 3,5
e) 4,5

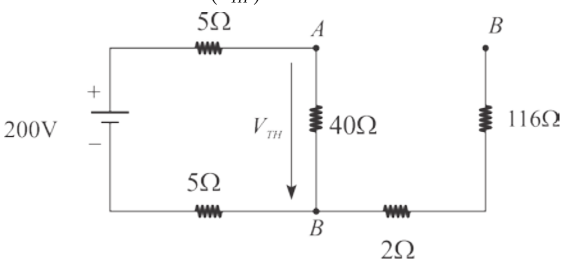
Resolução:



$$R_1 = \frac{\rho \cdot L_1}{A} = \frac{0,4 \cdot 25}{2} = 5\Omega \text{ e } R_2 = \frac{\rho \cdot L_2}{A} = \frac{0,4 \cdot 10}{2} = 2\Omega$$

Vamos determinar o circuito equivalente de Thévenin:

Tensão de Thévenin (V_{TH}):



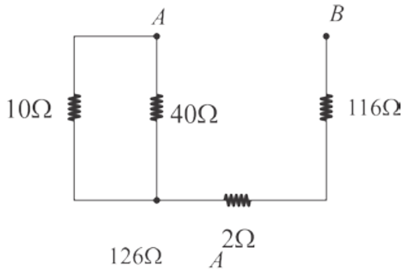
$$V_{TH} = \frac{40}{50} \cdot 200$$

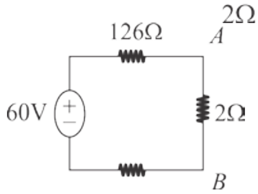
$$V_{TH} = 160V$$

Resistência de Thévenin (R_{TH}):

$$R_{TH} = \frac{10 \cdot 40}{10+40} + 2 + 116$$

$$R_{TH} = 126\Omega$$





$$V_{AB} = \frac{2}{126+2} \cdot 160$$
$$V_{AB} = 2{,}5V$$

Alternativa B

Questão 20

Analise as afirmativas abaixo, referentes ao funcionamento de duas máquinas de Carnot, em que uma é ciclo motor e a outra, ciclo de refrigeração.

1: Levando em conta as temperaturas dos reservatórios térmicos e supondo que 80% da potência disponibilizada do ciclo motor seja empregada para o acionamento do ciclo de refrigeração, a quantidade de calor removida da fonte fria nesse ciclo será 120 *kJ/min*.

2: Considerando apenas o ciclo motor, se a temperatura da fonte fria for duplicada e, simultaneamente, a temperatura da fonte quente for quadruplicada, o motor térmico violará a Segunda Lei da Termodinâmica.

3: Se a temperatura da fonte quente do ciclo motor for modificada para 500 *K*, a quantidade máxima de calor removido da fonte fria do ciclo de refrigeração terá o mesmo valor numérico do apresentado na Afirmativa 1.

Dados:

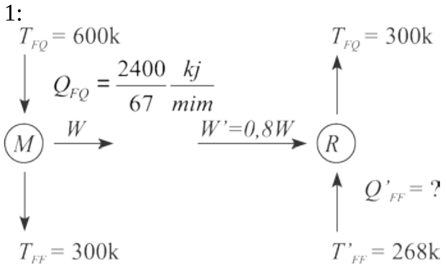
- temperaturas, respectivamente, da fonte quente e da fonte fria do ciclo motor: 600 *K* e 300 *K*;
- temperaturas, respectivamente, da fonte quente e da fonte fria do ciclo de refrigeração: 300 *K* e 268; e
- calor adicionado à máquina térmica do ciclo motor: $\frac{2400}{67}$ *kJ/min*.

Considerando que a operação do refrigerador térmico é efetuada pela potência disponibilizada pelo motor térmico, está(ão) correta(s) a(s) afirmativa(s)

a) 1, apenas.
b) 2, apenas.
c) 3, apenas.
d) 1 e 3, apenas.
e) 1,2 e 3.

Resolução:

1:



$$\eta_{motor} = 1 - \frac{T_{FF}}{T_{FQ}} = 1 - \frac{300}{600} = \frac{1}{2}$$

$$\omega = \frac{1200}{67} kJ/\min$$

$$e_{refr} = \frac{T'_{FF}}{T'_{FQ} - T'_{FF}} = \frac{268}{300-268} = \frac{268}{32} = \frac{134}{16} = \frac{67}{8}$$

$$e_{refr} = \frac{Q'_{FF}}{\omega'} \therefore Q'_{FF} = e_{refr} \cdot \omega' = \frac{67}{8} \cdot 0{,}8 \cdot \frac{1200}{67} = 120 kJ/\min$$

Certa.

2:

$$T_{FQ2} = 4 \cdot T_{FQ} = 4 \cdot 600 = 2400K$$

$$T_{FF2} = 2 \cdot T_{FF} = 2 \cdot 300 = 600K$$

$$\eta_{motor2} = 1 - \frac{T_{FF2}}{T_{FQ2}} = 1 - \frac{600}{2400} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} < 1 \Rightarrow \text{Errada.}$$

3:

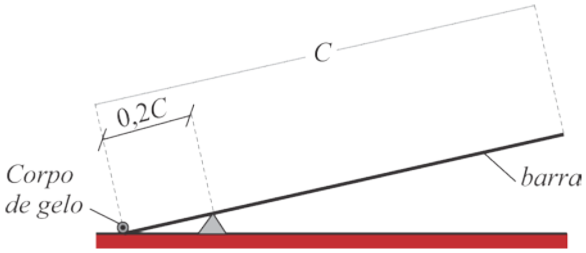
$$T_{FQ3} = 500K \therefore \eta_{motor3} = 1 - \frac{T_{FF}}{T_{FQ3}} = 1 - \frac{300}{500} = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

$$Q'_{FF3} = e_{refr} \cdot \omega_3 = e_{refr} \cdot \eta_{motor3} \cdot Q'_{FQ} = \frac{\cancel{67}}{\cancel{8}} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{\cancel{2400}^{300}}{\cancel{67}} kJ/\min$$

$$Q'_{FF3} = 120 kJ/\min \Rightarrow \text{Certa.}$$

Alternativa D.

Questão 21



Um corpo de gelo está disposto na extremidade de uma gangorra que possui uma barra de comprimento C, cuja massa é uniformemente distribuída. Inicialmente, o sistema está em repouso, conforme mostra a figura acima. Em $t = 0$, o gelo é aquecido por um resistor de resistência R, percorrido por uma corrente elétrica contínua i.

Dados:

- calor latente de fusão do gelo $= L_f$;
- massa da barra da gangorra: m; e
- massa inicial do bloco de gelo: $4m$.

Considerando que a água proveniente do gelo não se acumula na gangorra e que todo o calor proveniente do aquecimento da resistência é empregado para aquecer o gelo, o instante de tempo t em que a barra iniciará seu movimento será:

a) $\dfrac{mL_f}{2Ri^2}$

b) $\dfrac{3mL_f}{Ri^2}$

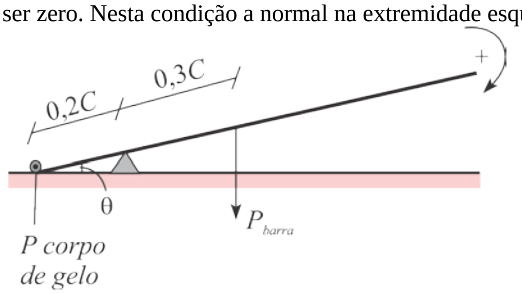
c) $\dfrac{5mL_f}{2Ri^2}$

d) $\dfrac{11mL_f}{2Ri^2}$

e) $\dfrac{2mL_f}{Ri^2}$

Resolução:

Para a iminência do movimento, o somatório dos movimentos das forças peso da barra e do corpo de gelo, em relação ao apoio (gangorra), deve ser zero. Nesta condição a normal na extremidade esquerda da barra é nula.



$\vec{\tau}_r = \vec{0}$

$\vec{\tau}_{P_{corpo\ gelo}} + \vec{\tau}_{P_{barra}} = \vec{0}$

$-m_{gelo\ (final)} \cdot \cancel{g} \cdot 0{,}2\cancel{C} \cdot \cancel{\cos\theta} + m_{barra} \cdot \cancel{g} \cdot 0{,}3\cancel{C} \cdot \cancel{\cos\theta} = 0$

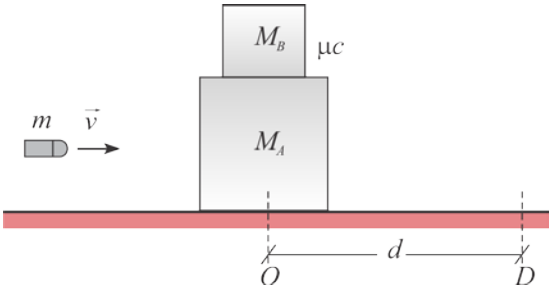
$m_{gelo\ (final)} = \dfrac{3}{2} \cdot m_{barra} = \dfrac{3}{2} \cdot m$

Como a massa inicial do corpo de gelo é $4m$, conclui-se que $2{,}5m$ de gelo derrete por conta da energia dissipada pelo resistor.

$$\begin{cases} E = Pot \cdot t = R \cdot i^2 \cdot t & \Rightarrow \quad Ri^2 \cdot t = 2{,}5m \cdot L_t \\ E = Q = 2{,}5m \cdot L_f & \qquad \boxed{t = \dfrac{5}{2}\dfrac{mL_f}{Ri^2}} \end{cases}$$

Alternativa C

Questão 22



Um projétil de massa *m* é disparado com velocidade *v* contra dois blocos *A* e *B*, de massas $M_A = 800m$ e $M_B = 199m$, que estão inicialmente em repouso, um sobre o outro, conforme mostra a figura. O projétil atinge o bloco *A*, fazendo o conjunto se movimentar de uma distância *d*, da posição *O* até a posição *D*. Considerando *g* a aceleração da gravidade local, o coeficiente de atrito estático mínimo μ_e entre os blocos, de modo que o bloco *B* não deslize sobre o bloco *A*, é:

a) $\dfrac{v^2}{2 \cdot 10^6 gd}$

b) $\dfrac{v}{2 \cdot 10^6 gd}$

c) $\dfrac{v^2}{10^6 gd}$

d) $\dfrac{v}{3 \cdot 10^6 gd}$

e) $\dfrac{v^2}{3 \cdot 10^6 gd}$

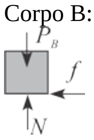
Resolução:

A fim de que não haja deslizamento entre os blocos, a força de atrito máxima $f = \mu_e M_B g$ não pode ser excedida. Como não foi dada a duração da colisão, iremos assumir que não há deslizamento entre os blocos durante a colisão e o bloco *B* percorre a distância *d* sujeito ao atrito máximo.

Conservação do momento:

$$mv = 1000mv' \Rightarrow v' = \frac{v}{10^3} \qquad (1)$$

Corpo B:



$$F_{R_B} = M_B a \Rightarrow f = M_B a$$

$$\mu_e M_B g = M_B a$$

$$a = \mu_e g$$

$N = P_B = M_B g$

Aplicando a equação de Torricelli ao bloco *B*:

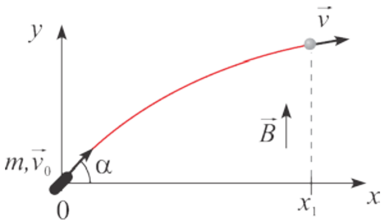
$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S$$

$$0 = \left(\frac{v}{10^3}\right)^2 - 2 \cdot \mu_e \cdot g \cdot d$$

$$\mu_e = \frac{v^2}{2 \cdot 10^6 gd}$$

Alternativa A

Questão 23



Uma partícula de massa m e carga q positiva é lançada obliquamente com velocidade v_0 e ângulo α com a horizontal, conforme a figura. Em certo instante t_1, antes de alcançar a altura máxima de sua trajetória, quando está a uma distância horizontal x_1 do ponto de lançamento, a partícula é submetida a um campo magnético de intensidade B, na direção vertical. Considerando g a aceleração da gravidade local, a menor intensidade B do campo magnético para que a partícula atinja o solo na posição (x_1, 0) é:

a) $$\frac{2\pi m}{q\left(\frac{2v_0 sen(\alpha)}{g} - t_1\right)}$$

b) $$\frac{\pi m}{q\left(\frac{2v_0 sen(\alpha)}{g} - t_1\right)}$$

c) $$\frac{2\pi m}{q\left(\frac{v_0 sen(\alpha)}{g} - t_1\right)}$$

d) $$\frac{4\pi m}{q\left(\frac{2v_0 sen(\alpha)}{g} - t_1\right)}$$

e) $$\frac{\pi m}{q\left(\frac{v_0 sen(\alpha)}{2g} - t_1\right)}$$

Resolução:

Seja z o eixo que intercepta xy e orientado saindo do plano do papel. Ao ser submetida a um campo magnético, a partícula descreverá um *MCU* no plano xz e um *MRUV* na direção y. O período do *MCU* vale:

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \quad (1)$$

Para atingir $(x_1, 0)$ com a menor intensidade B, a partícula deverá descrever uma volta completa no plano xz enquanto cai na direção y:

$$t_q = T \quad (2)$$

Calculemos o tempo de queda t_q:

$$t_{voo} = t_1 + t_q = \frac{2v_0 sen\alpha}{g}$$

$$t_q = \frac{2v_0 sen\alpha}{g} - t_1 \qquad (3)$$

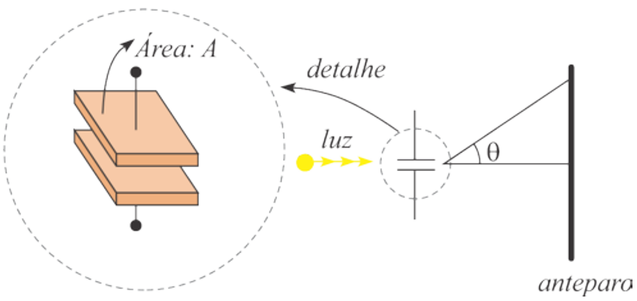
Substituindo (1) e (3) em (2):

$$\frac{2\pi m}{qB} = \frac{2v_0 sen\alpha}{g} - t_1$$

$$B = \frac{2\pi m}{q\left(\frac{2v_0 sen\alpha}{g} - t_1\right)}$$

Alternativa A

Questão 24



Na figura, ilustra-se um anteparo e um capacitor de placas paralelas cujo dielétrico é o ar. A luz de um laser incide no capacitor, paralelamente às placas. A figura de difração resultante é observada em um anteparo distante.

Dados:

- permissividade elétrica do ar: ε_0;
- área das placas: *A*; e
- comprimento de onda da luz do laser: λ.

Se O primeiro mínimo da figura de difração é verificado para um ângulo θ, a capacitância do capacitor é:

a) $\frac{\varepsilon_0 A sen\theta}{2\lambda}$

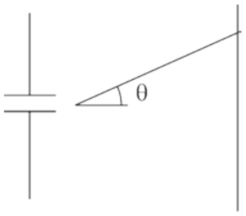
b) $\frac{\varepsilon_0 A sen\theta}{\lambda}$

c) $\frac{\varepsilon_0 A \cos\theta}{2\lambda}$

d) $\frac{\varepsilon_0 A \cos\theta}{\lambda}$

e) $\frac{\varepsilon_0 A sen 2\theta}{2\lambda}$

Resolução:



Para a difração em fenda única (Fraunhofer) temos:

$sen\theta = \frac{m\lambda}{a}$ (mínimos)

Para o 1° mínimo $\Rightarrow m = 1,$ logo:

$$a = \frac{\lambda}{sen\theta}$$

Para o capacitor, temos:

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \Rightarrow C = \frac{\varepsilon_0 A}{a} \Rightarrow C = \frac{\varepsilon_0 A sen\theta}{\lambda}$$

Alternativa B

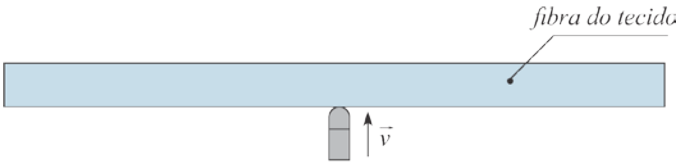


Figura 1 - Vista superior imediatamente antes do impacto.

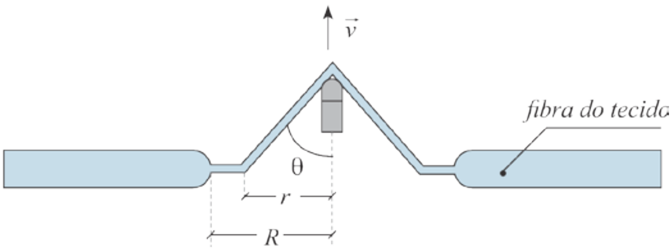


Figura 2 - Vista superior após o impacto.

Um projétil atinge um colete balístico sem perfurá-lo. A ação da fibra do tecido balístico no projétil está representada na figura acima. A deformação da fibra é transmitida pela propagação de pulsos longitudinais e transversais que se afastam radialmente do ponto de impacto, em que o projétil produz uma deformação em forma de cone no tecido. O pulso longitudinal, que se propaga ao longo da fibra, faz com que ela se deforme, afinando na direção radial. O pulso transversal, que se propaga com velocidade menor que a velocidade longitudinal, está associado à depressão. À medida que o projétil penetra no tecido, o raio r da depressão aumenta fazendo com que o material do colete se mova na mesma direção do projétil, mantendo o ângulo θ. Sabe-se que a velocidade do projétil logo após atingir o colete é dada pela função horária $v(t) = 250 - 5 \cdot 10^6 t\,(m/s)$

Dados:

- velocidade do projétil antes do impacto: 250 *m/s*;
- velocidade do pulso longitudinal na fibra: 2000 *m/s*; e
- ângulo $\theta = 60°$.

No instante em que a velocidade do projétil for nula, os raios aproximados das regiões deformadas pelo pulso transversal (r) e pelo longitudinal (R), são, respectivamente:

a) 0,1 e 0,01
b) 0,01 e 0,01
c) 0,01 e 0,1
d) 0,1 e 0,001
e) 0,001 e 0,1

Resolução:

Tempo para zerar a velocidade do projetil:

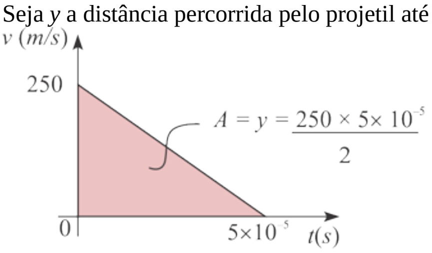
$$v(t) = 0 \Rightarrow 250 - 5 \cdot 10^6 t = 0 \Rightarrow t = 5 \cdot 10^{-5} s$$

Raio da região deformada pelo pulso longitudinal:

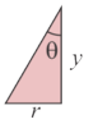
$$R = v_{pulso} \cdot t = 2000 \cdot 5 \cdot 10^{-5} s$$

$$R = 0{,}1 m$$

Seja y a distância percorrida pelo projetil até parar



$$y = 625 \times 10^{-5} \text{ m}$$



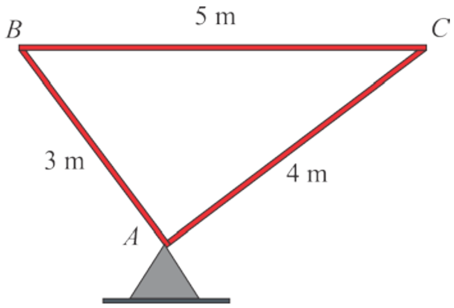
$$r = y tg\theta \rightarrow r = 625 \times 10^{-5} \cdot \sqrt{3}$$

$$r \cong 0{,}01 \text{ m}$$

Assumindo que as alternativas tenham medidas dadas em metros, a resposta é a alternativa C.

Alternativa C.

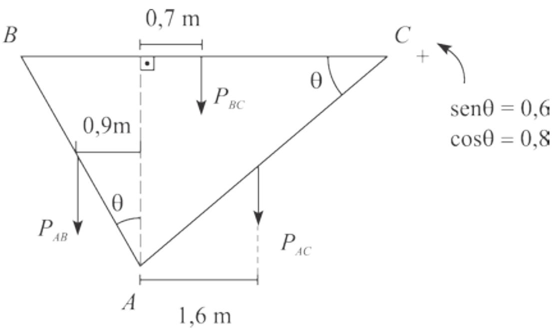
Questão 26



Três barras rígidas de aço *AB, BC* e *CA* são montadas de modo a formar um triângulo pitagórico, conforme apresentado na figura. O sistema está apoiado em um pino no ponto *A* e o lado *BC* encontra-se alinhado com a direção horizontal. A densidade linear de massa das barras é μ e a aceleração da gravidade é *g*. A força horizontal aplicada para manter o sistema em equilíbrio deverá ter:

	Módulo	Ponto de Aplicação	Sentido
a)	$6\ \mu g$	B	→
b)	$3\ \mu g$	B	←
c)	$3\ \mu g$	B	→
d)	$3\ \mu g$	C	→
e)	$6\ \mu g$	C	←

Resolução:



A partir de θ. Determinamos os braços de P_{AB}, P_{BC} e P_{AC} em relação a *A*. Considerando positivo o movimento que produz rotação no sentido anti-horário, temos:

$\sum M_A = P_{AB} \cdot 0,9 - P_{BC} \cdot 0,7 - P_{AC} \cdot 1,6$

Os pesos dependem dos comprimento:

$P_{AB} = m_{AB} g = \mu \cdot 3 \cdot g$

$P_{BC} = 5\mu g$

$P_{AC} = 4\mu g$

Logo,

$\sum M_A = 3\mu g \cdot 0,9 - 5\mu g \cdot 0,7 - 4\mu g \cdot 1,6 = -7,2\mu g$

Uma força aplicada em *B* ou *C* para a esquerda e de módulo $3\mu g$ irá produzir um torque positivo de $7,2\mu g$ e manter o sistema em equilíbrio.

Alternativa B

Questão 27

Um físico precisa fundir 50 *kg* de um determinado material. Pensando em não desperdiçar energia, ele pega um bloco extra de 1 kg desse material como amostra, inicialmente na temperatura de 20 °*C*, e realiza duas etapas sucessivas de aquecimento, fornecendo 16 *kcal* em cada uma delas.

Suas anotações são mostradas na tabela a seguir:

Etapas de Aquecimento (16 *kcal*)	Após o sistema entrar em equilíbrio térmico	
	Massa final do bloco	Temperatura final do sistema
1ª Etapa	1 *kg*	60 °*C*
2ª Etapa	0,92 *kg*	90 °*C*

Considerando a temperatura inicial do material em 20 °*C* e que sua temperatura de fusão é constante, a quantidade mínima de energia, em kcal, necessária para fundir os 50 *kg* de material, é:

a) 800
b) 1400
c) 1600
d) 2500
e) 3900

Resolução:

Etapa 1: Calor utilizado para elevar a temperatura do bloco de 20° a 60°C (Calor sensível).

$$Q = m \cdot c\ \Delta\theta$$
$$16 \cdot 10^3 = 1000 \cdot c \cdot (60 - 20)$$
$$16 = 40c \Rightarrow c = 0,4\ cal / g°C$$

Etapa 2: Calor utilizado para elevar a temperatura do bloco de 60° a 20°C e fundir $0,08kg$ de sua massa (calor sensível + calor latente)

$$Q = m \cdot c\ \Delta\theta$$
$$Q = 1000 \cdot 0,4 \cdot (90 - 60)$$
$$Q = 12000cal \Rightarrow Q = 12\ kcal$$

Como foram fornecidos na etapa $12\ kcal$, conclui-se que $4\ kcal$ foram utilizados como calor latente:

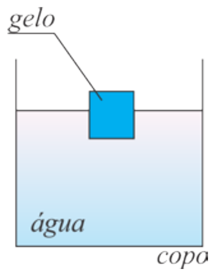
$$Q = m \cdot L$$
$$4000 = 80 \cdot L$$
$$L = 50\ cal / g$$

Para a massa de $50kg$, temos:

$$Q = Q_S + Q_L = m \cdot c \cdot \Delta\theta + m \cdot L$$
$$Q = 50 \cdot 10^3 \cdot 0,4 \cdot (90 - 20) + 50 \cdot 10^3 \cdot 50$$
$$Q = 3900\ \text{k}cal$$

Alternativa E.

Questão 28



Considere as afirmativas abaixo:

1) Um copo contém água e gelo flutuante, ambos a 0 °*C*. Quando o gelo se funde completamente, permanecendo o sistema a 0 °*C*, o nível da água no copo:
   I. aumenta.
   II. permanece constante
   III. diminui.

2) Um copo contém água e gelo flutuante, ambos a 0 °*C*. O copo está no piso de um elevador que se encontra inicialmente em repouso Se o elevador passa a subir com aceleração constante, o nível da água no copo:
   IV. aumenta
   V. permaneço constante.

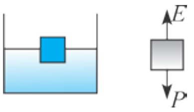
Considerando que a configuração do copo é a mesma em ambas as afirmativas, as sentenças que respondem corretamente essas afirmativas são:

a) I e IV
b) II e IV
c) III e V
d) I e V
e) II e V

Resolução:

1) Seja V o volume total do bloco de gelo, V_{sub}, o volume submerso, d_g a densidade do gelo, d_a, a densidade da água e g a aceleração da gravidade.

Inicialmente, tem-se:



$$E = P \Rightarrow d_a V_{sub} \cancel{g} = d_g V \cancel{g}$$

$$V_{sub} = \frac{d_g}{d_a} V$$

Após o gelo derreter, toda a massa do cubo de gelo estará na fase líquida:

$$m = d_g V = d_a V_{liq} \Rightarrow V_{liq} = \frac{d_g}{d_a} V$$

Como $V_{liq} = V_{sub}$, o nível de água no copo permanece constante.

2) Ao acelerar, a gravidade aparente passa a ser $g' = g + a$, de modo que

$$E = P \Rightarrow d_a V_{sub} \cancel{(g+a)} = d_g V \cancel{(g+a)}$$

$$V_{sub} = \frac{d_g}{d_a} V$$

Logo, o nível não se altera.

Alternativa E

Questão 29

Considere um planeta hipotético X com massa $4M_T$, ondo M_T, é a massa da Terra. Considerando os planetas esféricos, se a velocidade do escape do planeta X for o dobro da velocidade de escape da Terra, a razão entre a densidade do planeta X e a densidade da Terra é, aproximadamente:

a) 0,25
b) 0,64
c) 1,00
d) 2,00
e) 4,00

Resolução: e

- Velocidade de escape:

$$Em_i = Em_{act}$$

$$\frac{-GM\cancel{m}}{R} + \frac{\cancel{m} \cdot v^2}{2} = O$$

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

- Planeta X:

$$v_x^2 \cdot R_x = 2 \cdot G \cdot M_x$$

$$\cancel{4} \cdot v_T^2 \cdot R_x = 2 \cdot G \cdot \cancel{4} \cdot M_T$$

- Planeta Terra:

$$v_T^{\,2} \cdot R_T = 2 \cdot G \cdot M_T$$

Assim

$$2G = \frac{\cancel{v_T^2} \cdot R_x}{\cancel{M_T}} = \frac{\cancel{v_T^2} \cdot R_T}{\cancel{M_T}}$$

$$R_x = R_T$$

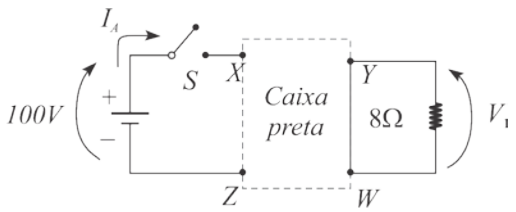
Portanto

$$\rho_x = \frac{M_x}{\frac{4}{3}\pi \cdot R_x^{\,3}} \; e \; \rho_T = \frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi R_T^{\,3}}$$

$$\frac{\rho_x}{\rho_T} = \frac{\overbrace{M_x}^{4}}{M_T} \cdot \overbrace{\left(\frac{R_T}{R_x}\right)^3}^{1}$$

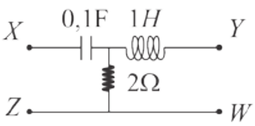
$$\boxed{\frac{\rho_x}{\rho_T} = 4}$$

Questão 30

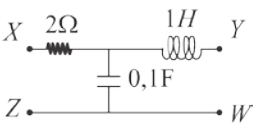


A caixa preta acima possui a associação de um indutor, um capacitor e um resistor. Inicialmente, a chave S está aberta e não há energia armazenada nos componentes. Em $t = 0$ a chave S é fechada. Em $t \to \infty$, a corrente I_A=10 A e a tensão V_1 = 80 V. Sabendo que a energia total armazenada nos campos magnético e eletrostático do circuito ó 370 J, a alternativa correta quo apresenta a topologia e os valores dos componentes na caixa preta é:

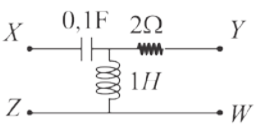
a)



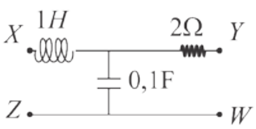
d)



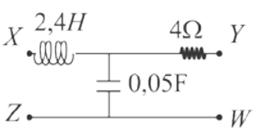
b)



e)

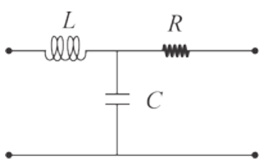


c)

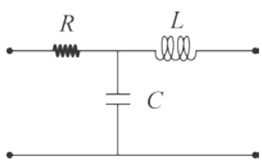


Resolução: d

Para o regime permanente sabemos que o capacitor se comporta como um circuito aberto e o indutor como um circuito fechado. Desta forma, a configuração do circuito interno à caixa preta que proporcionará corrente para a resistência de 8Ω, deve ser:

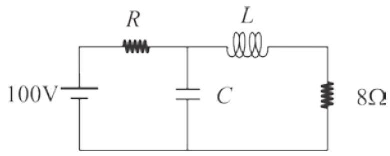


ou



Para a condição do problema, a 1ª configuração fica invalidada, pois nesta situação teríamos o curto do indutor e a tensão sobre a resistência de 8Ω seria a mesma da fonte (100 V). A única situação possível dentre as alternativas, seria a letra D.

De toda forma, identificando os valores dos elementos, temos:



Como I = 10 A $\rightarrow$ U = Req. I $\rightarrow$ U = (R+8).10 = 100
R = 2 Ω

Como a tensão no capacitor é 80 V, temos a seguinte energia armazenada:

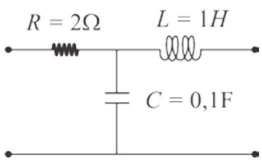
$$E = \frac{LI^2}{2} + \frac{CU^2}{2}$$

$$E = \frac{L \cdot 10^2}{2} + \frac{C \cdot 80^2}{2} = 370$$

$$50L + 3200C = 370$$

Valores de L e C que satisfazem a condição, são:
L = 1 H e C = 0,1 F

O que fornece o seguinte circuito:



QUÍMICA

Questão 31

Considere

Substância	Energia Livre de Gibbs padrão de Formação ($KJ.mol^{-1}$). a 25 °C
Benzeno (líquido)	+124
Benzeno (gasoso)	+129

Dados:

- R=0,08 atm.L/K.mol=8,3 J/K.mol=62,3 mmHg.L/K.mol

A pressão de vapor do benzeno em atm, a temperatura de 298 K, é aproximadamente:

a) $e^{-4,77}$
b) $e^{-2,02}$
c) $e^{-0,21}$
d) $e^{-209,7}$
e) $e^{-12,4}$

Resolução: b

1. Chamando o Benzeno –(Ben)
2. Equação de vaporização

   $$\overbrace{+124}^{Ben(e)} \rightarrow \overbrace{+129}^{Ben(g)} \qquad \Delta G°$$

3. Cálculo de $\Delta G°$ da vaporização

   $\Delta G° = G°_f(p) - G°(R)$
   = (+129) – (+124)
   = 5 KJ
4. Cálculo da pressão de vapor

   $\Delta G = -RT \ln P_v$
   $5000 = -(8,3).(298). \ln P_v$
   $\ln P_v = -2,02$
   $P_v = e^{-2,02}$

Questão 32

Seja a reação $A(g) \rightleftharpoons 2B(g)$, a 298 K e 1 atm, com $\Delta G_r^0 = 0$, sendo A e B gases ideais. Considere as seguintes alternativas:

I. No equilíbrio, o valor da pressão parcial de A é igual ao quadrado do valor da pressão parcial de B, para qualquer temperatura.
II. Um aumento na pressão parcial de A, a partir da situação do equilíbrio, causará o deslocamento da reação para a direita.
III. Se a reação direta for exotérmica, um aumento da temperatura da reação, favorecerá a formação de produto.

Está(ão) correta(s) a(s) afirmativa(s):

a) I, apenas.
b) I e II, apenas.
c) II, apenas.
d) I e III, apenas.
e) II e III, apenas.

Resolução:

Cálculo da constante Kp
$\Delta G = -RT \ln Kp$
$O = -RT \ln Kp$
$\ln Kp = 0$
$\boxed{Kp = 1}$

Fórmula de Kp

$$\boxed{Kp = \frac{(P_B)^2}{(P_A)}}$$

$$1 = \frac{(P_B)^2}{(P_A)} \therefore \boxed{P_A = (P_B)^2}$$

I. Errado.
Ao mudar a temperatura ΔG muda, e obtém-se uma nova constante que não será provavelmente igual a 1,0.

II. Certo.
O aumento da pressão parcial de A desloca o equilíbrio para a direita.

III. Errada. $A \underset{endo}{\overset{exo}{\rightleftharpoons}} B$
O aumento de temperatura favorece o sentido endotérmico da reação que é para esquerda.

Questão 33

Uma solução de $Ba(OH)_2$ foi adicionada a 300 cm^3 de uma solução 0,5 M de HNO_3. Houve a precipitação de um sal, mas o meio permaneceu ácido. Conseguiu-se a neutralização por meio da adição de 200 cm^3 de uma solução 0,25 M de KOH, que foi totalmente consumido.

Dados:

- Massa Molar Ba = 137 g/mol;
- Massa Molar O = 16 g/mol;
- Massa Molar H = 1 g/mol;
- Massa Molar K = 39 g/mol; e
- Massa Molar N = 14 g/mol.

Assim, pode-se afirmar que a massa, em gramas, de $Ba(OH)_2$ presente na solução adicionada era aproximadamente:

a) 2,5
b) 4,3
c) 6,1
d) 8,6
e) 9,4

Resolução: d

Quantidade total HNO_3:

$$300 \text{ mL} \cdot 0{,}5 \frac{mol}{L} = 150 \text{ mmol. } HNO_3.$$

Quantidade de HNO_3. Neutralizado com *KOH*.

$KOH = 200 \text{ mL} \cdot 0{,}25 \dfrac{mol}{L} = 50 \text{ mmol}.$

$HNO_3 + 1KOH \rightarrow$
$N_A = N_B$
$N_A = 50$ mmol.
Quantidade HNO_3 que reagem com $Ba(OH)_2$
$NHNO_3$ que reage $Ba(OH)_2 = N_{TOTAL}\ HNO_3 - NHNO_3$ neutralizado *KOH*.
$NHNO_3$ que reage $Ba(OH)_2$ = 150 mmol – 50 mmol.
$NHNO_3$ que reage $Ba(OH)_2$ = 100 mmol.

$2\ HNO_3 + Ba(OH)_2 \longrightarrow$ $Ba(OH)_2$ $\left\{ \begin{array}{l} Ba = 137 \cdot 1 = 13 \\ OH = 17 \cdot 2 = \dfrac{34}{171} \end{array} \right.$

2 ______ 1

N'A ______ N'B

$$\frac{N'_A}{2} = N_B$$

$$\frac{100\ mmol}{2} = \frac{M_B}{M_{BSSE}}$$

$$M_B = 50\ \cancel{mmol} \cdot \frac{171}{\cancel{mol}} g.$$

$M_B = 8550$ mg.
$M_B \cong 8{,}6$ g

Questão 34

Considere a representação esquemática dos nuclídeos abaixo:

$${}^{A}_{Z}D \quad {}^{A_1}_{Z_1}E \quad {}_{Z_2}G^{A} \quad {}^{A_2}_{Z}J \quad {}_{Z_3}L^{A_3}$$

Sabe-se que:
$A - Z = N$
$A_1 - Z_1 = N_1$
$A - Z_2 = N_2$
$A_2 - Z = N_1$
$A_3 - Z_3 = N$

É possível afirmar que
a) D e G são isótonos.
b) L e D são isótopos.
c) G e L são isótopos.
d) E e J são isótonos.
e) D e G são isótopos.

Resolução: d

$$\begin{array}{c}A\\Z\\\hline N\end{array} D \qquad \begin{array}{c}A_1\\Z_1\\\hline N_1\end{array} E \qquad \begin{array}{c}{}^{A}_{Z_2}G\\\hline N_2\end{array} \qquad \begin{array}{c}{}^{A_2}_{Z}J\\\hline N_1\end{array} \qquad \begin{array}{c}{}^{A_3}_{Z_3}\\\hline N\end{array} L$$

Isótopos $\rightarrow {}^{A}_{Z}D\ e\ {}^{A_2}_{Z}J$

Isóbaros $\rightarrow {}^{A}_{Z}D\ e\ {}^{A}_{Z_2}G$

Isótonos $\rightarrow \begin{array}{c}{}^{A}_{Z}D\\\hline N\end{array}\ e\ \begin{array}{c}{}^{A_3}_{Z_3}G\\\hline N\end{array}$

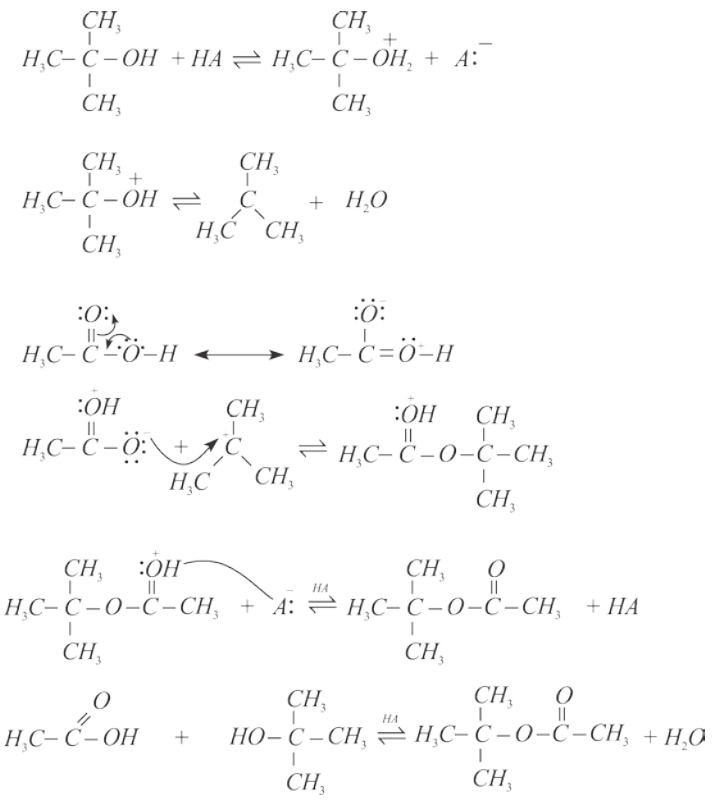
$\begin{array}{c}{}^{A_1}_{Z_1}E\\\hline N_1\end{array}\ e\ \begin{array}{c}{}^{A_3}_{Z_3}J\\\hline N\end{array}$

Questão 35

Um professor de química propôs, como primeira etapa do mecanismo de esterificação do terc-butanol com o ácido acético, a formação de um carbocátion terciário no álcool. Suponha a viabilidade dessa proposta. O átomo do ácido acético mais propenso a realizar o ataque nucleofílico ao carbocátion formado seria o

a) oxigênio do grupo hidroxila, pois seria o átomo mais eletronegativo por estar ligado a um átomo de hidrogênio.
b) oxigênio de carbonila, pois facilmente assume uma carga negativa formal por ressonância.
c) carbono do grupo ácido, pois facilmente assume a forma de carbânion por deslocamento de carga eletrônica.
d) carbono do grupo metila, pois é o menos impedido espacialmente entre os dois carbonos.
e) hidrogênio do grupo hidroxila, pois consegue se dissociar e formar um hidreto, um dos compostos mais eletronegativos existentes.

Resolução: b



Questão 36

Sabe-se que dois compostos A e B reagem em solução de acordo com a estequiometria $A + B \rightarrow C + D$, que segue uma cinética de primeira ordem tanto em relação a A quanto a B, com velocidade especifica de reação $k = 10^{-3}$ L mol^{-1} s^{-1}. Em um recipiente, são adicionados 2 mols de cada um dos reagentes e um solvente adequado até completar 1 L de solução. Considerando que A é totalmente solúvel e B tem uma solubilidade igual a 0.1 mol L^{-1}, obtenha a taxa do reação (v em mol L^{-1} s^{-1}) em função da conversão de A, dada por $X = (2 - n_A)/2$ (onde n_A é o número de mols de A em um dado instante).

a) $\begin{cases} v = 0,002(1-X), 0 \le X \le 0,95;\ e \\ v = 0,004(1-X)^2,\ 0,95 \le X \le 1. \end{cases}$

b) $\begin{cases} v = 0,0002(1-X), 0 \le X \le 0,05;\ e \\ v = 0,002(1-X)^2,\ 0,05 \le X \le 1. \end{cases}$

c) $v = 0,004\ (1 - X)^2$ durante todo o processo, pois a reação se dá em solução.

d) $\begin{cases} v = 0,0004(1-X)^2,\ 0 \le X \le 0,05;\ e \\ v = 0,004(1-X)^2,\ 0,05 \le X \le 1. \end{cases}$

e) $\begin{cases} v = 0,0002(1-X),\ 0 \le X \le 0,95;\ e \\ v = 0,004(1-X)^2,\ 0,95 \le X \le 1. \end{cases}$

Resolução: e

Reação $\therefore A + B \rightarrow C + D$

$V_{(reação)} = K[A] \cdot [B],\ K = 10^{-3}$

Temos que $\therefore X = \dfrac{2 - NA}{2} \therefore N_A = 2(1 - X)$

Até que a concentração de A atinja 0,1 mol/L, a concentração de B será igual a sua solubilidade molar (0,1 mol/L), pois a proporção é de 1:1, logo teremos:

$$\begin{array}{l} N_A = 0 \therefore X = 1mol \\ N_A = 0{,}1mol \therefore X = 0{,}95\,mol \\ N_A = 2mol \therefore X = 0 \end{array} \left\} \begin{array}{ll} 0{,}1 \leq N_A \leq 2 & \\ 0 \leq X \leq 0{,}95 & (1) \\ 0 \leq N_A \leq 0{,}1 & \\ 0{,}95 \leq X \leq 1 & (2) \end{array} \right.$$

Trabalhando a Lei da velocidade

1. $V = K[A]\cdot[B] = 10^{-3}\cdot 2(1-X)\cdot 0{,}1$

   $\boxed{V = 2\cdot 10^{-4}(1-X)}$

2. $V = K[A]\cdot[B]$

   $V = 10^{-3}\cdot 2(1-X)\cdot 2(1-X)$

   $\boxed{V = 4\cdot 10^{-3}(1-X)^2}$

Questão 37

A uma solução aquosa de ácido carbônico, adiciona-se bicarbonato do sódio e posteriormente ácido clorídrico. Assinale a alternativa correta.

a) O ácido carbônico é um oxiácido moderado.
b) A adição do bicarbonato não altera o equilíbrio de ionização do ácido carbônico.
c) A adição do bicarbonato aumenta o grau de ionização do ácido carbônico.
d) A adição do bicarbonato não altera o valor da constante de equilíbrio.
e) A adição de ácido clorídrico, em pequenas quantidades, contribuirá para a diminuição do pH da solução.

Resolução: d

I. $H_2CO_{3(aq)} \rightleftharpoons H^+_{(aq)} + HCO^-_{3\,(aq)}$ (Solução Inicial)

II. $NaHCO_{3(aq)} \rightarrow Na^+_{(aq)} + HCO^-_{3(aq)}$ (1ª adição)

III. $HCl_{(aq)} \rightarrow H^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$ (2ª adição)

Após a 1ª adição, o equilíbrio I é deslocado no sentido 2, no entanto, a constante de equilíbrio não sofre interferência pois a temperatura foi mantida constante.

(A) Errado. O H_2CO_3 é um oxiácido extremamente fraco. ($Ka_1=10^{-7}$)
(B) Errado. Vide o comentário da letra D.
(C) Errado. A adição de $NaHCO_3$ desloca no sentido 2, sentido da não ionização.
(E) Errado. A solução de $H_2CO_3/NaHCO_3$ constitui um tampão, logo, a adição de pequenas quantidades de HCl não alterará o pH de forma significativa.

Questão 38

Assinale a alternativa correta.

a) A adição de brometo de hidrogênio ao propeno, em presença de peróxidos, gera o 2-brorno-propano.
b) O ciclopropano é um composto pouco reativo em virtude da estabilidade proporcionada por sua estrutura triangular.
c) Como possui três duplas ligações, o benzeno é altamente suscetível a adições eletrofílicas aromáticas.
d) A adição de cloro em excesso ao metano gera exclusivamente o clorometano
e) Tanto o cis-3-octeno quanto o trans-3-octeno, ao serem oxidados com permanganato de potássio em meio básico e posteriormente acidificados, geram os ácidos propanoico e pentanoico.

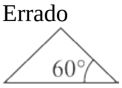
Resolução: e

a) Errado

$$H_3C-CH=CH_2 + HBr \xrightarrow{Peróxido} H_3C-CH_2-\underset{}{\overset{\displaystyle Br \atop |}{C}}H_2$$

Adição radicalar (Anti-Markovnikov) 1.bromopropano

b) Errado



Tensão angular $(\alpha) = \dfrac{109°28' - 60}{2}$

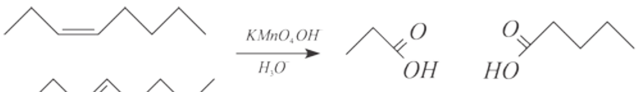
$\alpha = 24°44'$

Ciclo de 3 membros apresenta maior tensão angular, logo são estruturas de baixa estabilidade, favorecendo reações de adição.

c) Errado: o anel aromático apresenta energia de ressonância, que favorece reações de substituição eletrofílicas.

d) Errado: $CH_{4(g)} + Cl_{2(g)}$ em excesso $\rightarrow$ favorece a polissubstituição (CCl_4)

e) Correto



Ac. propanoico   Ac. pentanoico

Questão 39

Sendo *n* o número quântico principal e considerando as transições eletrônicas no hidrogênio. Assinale a alternativa correta.

a) Um elétron livre absorve energia quando é incorporado ao íon H^+ em $n = 2$.
b) O comprimento de onda da luz emitida é maior quando um elétron retorna do estado $n = 3$ para $n = 1$, do que do estado $n = 3$ para $n = 2$.
c) Quando um elétron se desloca do estado $n = 3$ para $n = 2$, a energia absorvida é equivalente a um quantum de energia.
d) Quando o elétron se desloca do estado $n = 2$ para $n = 1$, o átomo emite energia radiante, sob forma de um fóton.
e) Quando a intensidade ou brilho da radiação incidente em um átomo for suficientemente elevada, para qualquer frequência de onda eletromagnética, um elétron sempre sofrerá uma transição, ou seja, uma mudança de nível.

Resolução: d

Na transição eletrônica de um nível de maior energia (*n*=2) para um nível de menor energia (*n* =1), há liberação de energia na forma de fótons.
Ex: Átomo de hidrogênio
N_1= -13,6 ev
N_2= -3,4 ev é $\therefore$ liberação de 10,2 ev.

Questão 40

A respeito dos elementos do Grupo 13 da Tabela Periódica (B_5, Al_{13}, Ga_{31}, In_{49}, Tl_{81}), considere as seguintes afirmativas:

I. os valores da primeira energia de ionização diminuem do *B* para o *Al*, a partir daí, essa diminuição não é mais tão proeminente pois os subníveis (n-1)d e/ou (n-2)f, que começam a surgir do *Ga* em diante, são menos efetivos para blindar a carga nuclear.
II. o efeito do par inerte é bem pronunciado, nos elementos mais pesados do grupo, fazendo com que esses elementos apresentem carga iónica duas unidades a mais do que o esperado.
III. os raios atômicos crescem com o aumento do número atômico no grupo, embora não tão acentuadamente como nos grupos 1 e 2.

Está(ão) correta(s) a(s) afirmativa(s):
a) I, apenas.
b) I e II, apenas.
c) II, apenas.
d) I e III, apenas.
e) II e III, apenas.

Resolução: a

I. Correta. A 1ª energia de ionização do Boro é maior que a 1ª energia de ionização do Alumínio devido ao pequeno raio do Boro predominar, no entanto, a partir do Gálio, o fato de a camada de valência ser protegida pelos orbitais de baixa blindagem (de f) faz com que a atração real nesses átomos seja maior que a esperada, assim, as reduções de energia de ionização nesses átomos vão se tornando cada vez menos significativas ao avançar no grupo.

II. Errado. De fato os elementos mais pesados desse grupo sofrem da inércia dos elétrons 2s como mostrado a seguir

$_{49}In \therefore [kr]4d^{10}\,5s^2\,5p^1$

Par inerte
Baixa blindagem

$_{81}Tl \therefore [Xe]4f^{14}5d^{10}6s^2 6p^1$

Par inerte mais pronunciado
Baixa blindagem

No entanto, o efeito do par inerte leva o átomo a produzir cátions com duas unidades a menos que o esperado.

III. Errado. Devido ao efeito da baixa blindagem dos orbitais d, mesmo com um número atômico maior, o raio do Gálio é menor que o raio do Alumínio.

$_{13}Al \therefore \text{raio} = 142\,\text{pm}$

$_{31}Ga \therefore \text{raio} = 122\ \text{pm}$

Matemática
Kellem Correa
Mateus Bezerra
Marcelo Salviano

Física
Anderson Marques
Moisés Vinicius
Rodolfo Teixeira

Química
Luis Cicero
Francisco Thé
Welson Felipe

Colaboradores
Caíque Abraão
Murillo Margarida

Digitação e Diagramação
Igor Soares
Isabella Maciel
Pollyanna Chagas

Revisor
Rogger Teles

Desenhista
Rodrigo Ramos

Supervisão Editorial
Fernando Oliveira

*A Resolução Comentada das provas do IME poderá ser obtida diretamente no site do **GRUPO OLIMPO**.*

As escolhas que você fez nesta prova, assim como outras escolhas na vida, dependem de conhecimentos, competências e habilidades específicas. Esteja preparado.

www.grupoolimpo.com.br