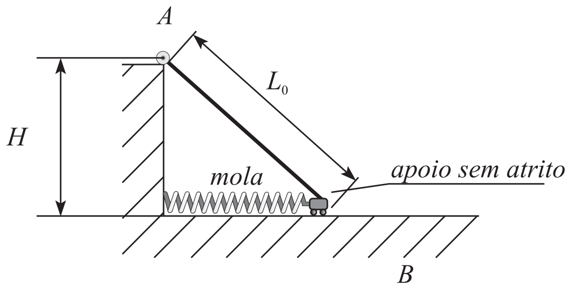
"A matemática é o alfabeto com que Deus escreveu o mundo"
Galileu Galilei

Questão 01



A figura acima mostra um sistema composto por uma parede vertical com altura H, uma barra com comprimento inicial L_0 e uma mola. A barra está apoiada em uma superfície horizontal sem atrito e presa no ponto A por um vínculo, de forma que esta possa girar no plano da figura. A mola, inicialmente sem deformação, está conectada à parede vertical e à barra.

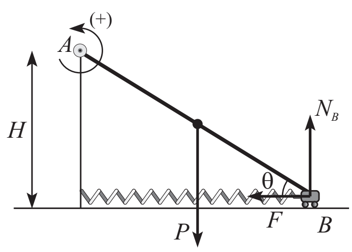
Após ser aquecida, a barra atinge um novo estado de equilíbrio térmico e mecânico. Nessa situação a força de reação vertical no apoio B tem módulo igual a $30\,\text{N}$. Determine a quantidade de calor recebida pela barra.

Dados:

- $H = 3\,\text{m}$;
- $L_0 = 3\sqrt{2}\,\text{m}$;
- o peso da barra: $P = 30\,\text{N}$;
- constante elástica da mola: $k = 20\,\text{N/m}$;
- $\dfrac{Pc}{g\alpha} = \dfrac{50 + 30\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$ joules, onde c é o calor específico da barra; α é o coeficiente de dilatação linear da barra; g é a aceleração da gravidade; e P é o peso da barra.

Resolução:

Na nova situação a barra possui um comprimento L:



Nessa situação o torque total é nulo:

$$\sum \tau_A = 0$$

$$\therefore\ -P\cdot\frac{L}{2}\cdot\cos\theta - F\cdot H + N_B\cdot L\cdot\cos\theta = 0\ \therefore\ -15L\cdot\cos\theta - 3F + 30L\cdot\cos\theta = 0\ \therefore\ F = 5L\cos\theta \quad (1)$$

E, sendo: $F = k\Delta x$

$$\therefore\ 5L\cos\theta = 20\Delta x$$

$$\therefore\ 5L\cos\theta = 20(x - x_0)$$

Onde:
$L_0^2 = H^2 + x_0^2 \therefore x_0 = 3\,\text{m}$
Portanto: $5L\cos\theta = 20(x-3)$
$\therefore 5x = 20(x-3) \therefore x = 4\text{ m}$
Daí: $L^2 = x^2 + H^2 \therefore L = 5\text{ m} \quad (2)$
E: $\Delta L = L - L_0 = \left(5 - 3\sqrt{2}\right) \quad (3)$
Por outro lado, podemos calcular o calor e a dilatação da forma:
$Q = mc\ \Delta\theta$ e $\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$

$$\therefore Q = mc\left(\frac{\Delta L}{L_0 \cdot \alpha}\right) = \frac{mg \cdot c}{g\alpha} \cdot \left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)$$

$$\therefore Q = \frac{Pc}{g\alpha} \cdot \left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)$$

Que resulta: $Q = \dfrac{10\left(5+3\sqrt{2}\right)}{3\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\left(5-3\sqrt{2}\right)}{3\sqrt{2}}$

$\therefore Q = \dfrac{35}{9}\text{J}$ (energia para aquecer a barra)

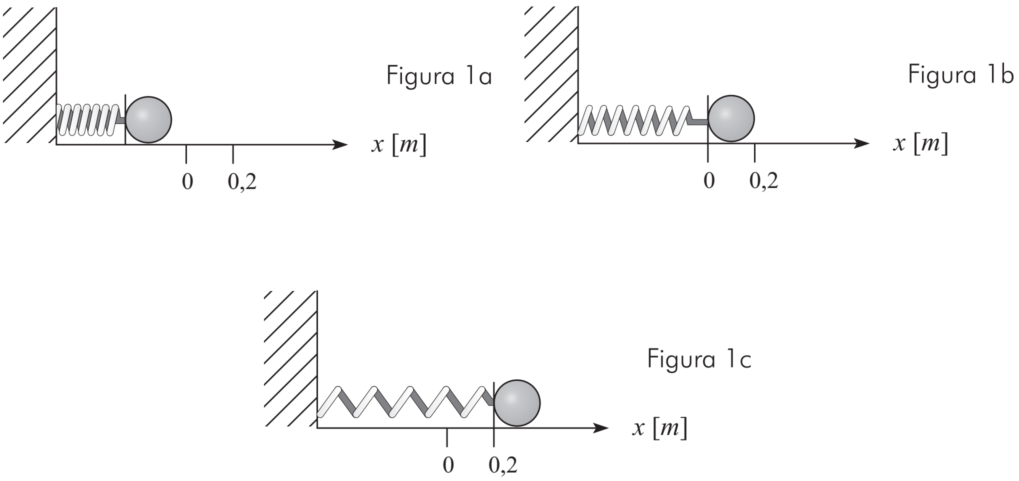
Trabalho realizado pela barra sobre a mola:

$$\tau = k\frac{\Delta x^2}{2} = \frac{20 \cdot 1}{2} = 10\,\text{J}$$

Assim, todo calor recebido vale:

$$Q_T = Q + \tau = 10 + \frac{35}{9} = 13{,}9\,\text{J}$$

Questão 02



Um corpo está sobre um plano horizontal e ligado a uma mola. Ele começa a ser observado quando a mola tem máxima compressão (Figura 1a). Durante a observação, verificou-se que, para a deformação nula da mola (em $x = 0$), sua velocidade é $5\,\text{m/s}$ (Figura 1b). Para $x = 0{,}2\,\text{m}$ (Figura 1c), o corpo é liberado da mola a partir dessa posição e fica submetido a uma força de atrito até parar. Faça um gráfico da aceleração a do corpo em função da posição x, registrando os valores de a e de x quando:

a) a observação se inicia;
b) a velocidade é máxima;
c) o corpo é liberado da mola;
d) o corpo para.

<u>Dados:</u>
- massa do corpo: $500\,\text{g}$;
- constante elástica da mola: $50\,\text{N/m}$;
- coeficiente de atrito entre o plano e o corpo: $0{,}3$.

Resolução:

Cálculo da amplitude A do MHS.

No MHS, o sistema é conservativo, ou seja, a energia mecânica é constante.

$$E_M^a = E_M^b$$

$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{máx}^2$$

$$v_{máx} = A \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow A = v_{máx}\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$A = 5{,}0 \cdot \sqrt{\frac{0{,}5}{50}} = \frac{5{,}0}{10} = 0{,}5 \text{ m}$$

No MHS, temos:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$a(t) = -\omega^2 \underbrace{A\cos(\omega t + \varphi)}_{x(t)} = -\omega^2 x(t)$$

Como $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m} = \frac{50}{0{,}5} = 100$

$$a(t) = -100x(t)$$

A partir do momento que o corpo perde o contato com a mola, sua resultante é a força de atrito cinético com a superfície.

Para $x > 0{,}2$ m

$$F_R = -f_C = -\mu_C \cdot N = -\mu_C \cdot m \cdot g$$

$$F_R = m \cdot a$$

$$a = -\mu_C \cdot g = -0{,}3 \cdot 10$$

$$a = -3{,}0 \text{ m/s}^2$$

Calculo da velocidade com que o bloco deixa a mola.

$$E_M^b = E_M^c$$

$$\frac{1}{2}mv_{máx}^2 = \frac{1}{2}kx_C^2 + \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$0{,}5 \cdot 5^2 = 50 \cdot 0{,}2^2 + 0{,}5 \cdot v_C^2$$

$$12{,}5 = 2 + 0{,}5 \cdot v_C^2$$

$$0{,}5 \cdot v_C^2 = 10{,}5$$

$$v_C^2 = 21$$

$$v_C = \sqrt{21} \text{ m/s}$$

Cálculo da distância percorrida pelo corpo até parar.

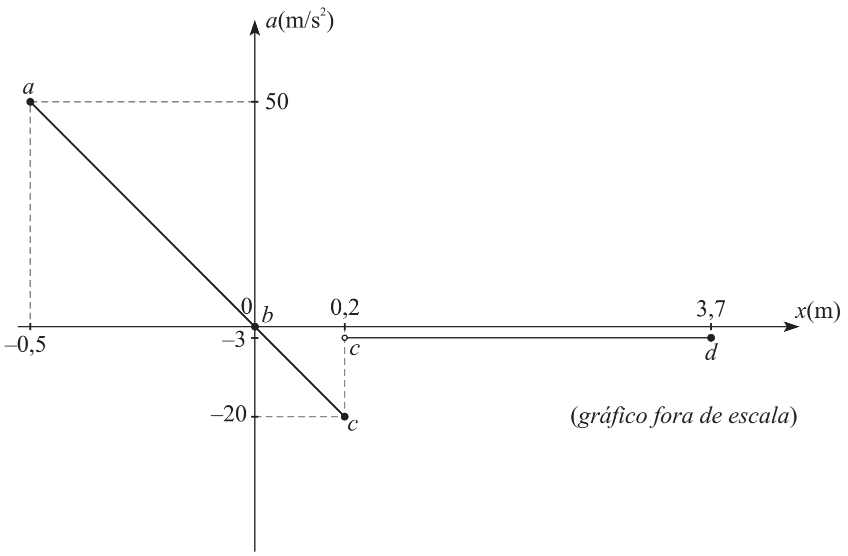
$$W_{cd}^{\vec{F}_R} = \Delta E_C = E_C^d - E_C^c$$

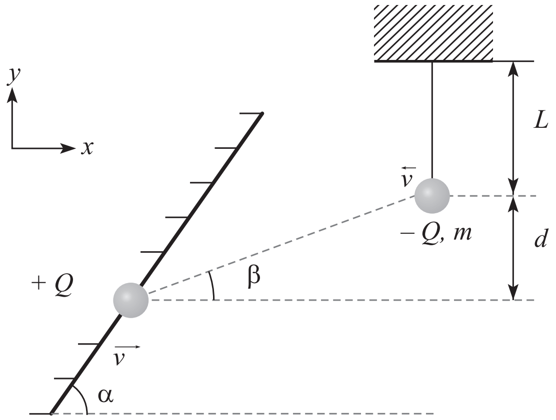
$$-f_C \cdot d = 0 - E_C^c$$

$$d = \frac{E_C^c}{f_C}$$

$$d = \frac{mv_C^2}{2\mu_C mg} = \frac{21}{2 \cdot 0{,}3 \cdot 10} = \frac{21}{6}\text{m} = 3{,}5\text{m}$$

$$x_d = x_c + d = 0{,}2 + 3{,}5 = 3{,}7\text{m}$$





Uma carga positiva está presa a um espelho plano. O espelho aproxima-se, sem rotação, com velocidade constante paralela ao eixo x, de uma carga negativa, pendurada no teto por um fio inextensível. No instante ilustrado na figura, a carga negativa se move no sentido oposto ao da carga positiva, com a mesma velocidade escalar do espelho. Determine, para esse instante:

a) as componentes x e y do vetor velocidade da imagem da carga negativa refletida no espelho;

b) as acelerações tangencial e centrípeta da carga negativa;

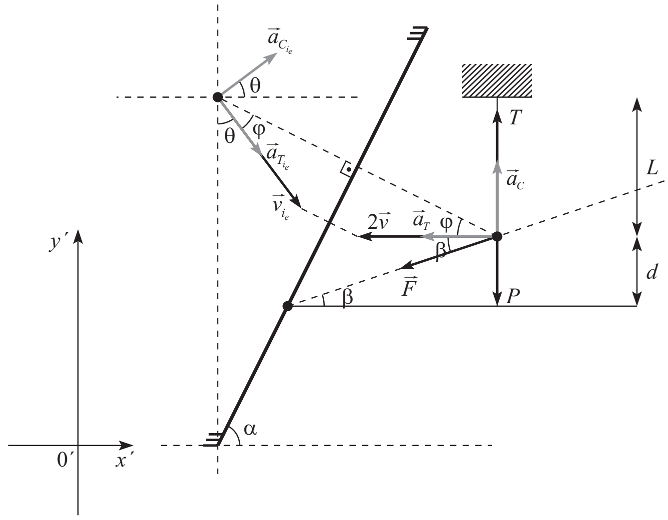
c) as componentes x e y do vetor aceleração da imagem da carga negativa refletida no espelho.

<u>Dados:</u>

- ângulo entre o eixo x e o espelho: α ;
- ângulo entre o eixo x e o segmento de reta formado pelas cargas: β ;
- diferença entre as coordenadas y das cargas: d ;
- comprimento do fio: L ;
- velocidade escalar do espelho: v ;
- módulo das cargas elétricas: Q ;
- massa da carga negativa: m ;
- constante elétrica do meio: K .

Resolução:

a) Observe a figura abaixo.
Nela, tomando o espelho como novo referencial inercial temos:



(I) $90° + \varphi + \beta + (\alpha - \beta) = 180°$

$\therefore\ \varphi = (90° - \alpha)$

(II) $90° + \varphi + \theta + (90 - \alpha) = 180$

$\therefore\ \theta = 2\alpha - 90°$

Assim:

$v_{ie_x} = 2v \cdot \text{sen}(2\alpha - 90°) = -2v \cdot \cos 2\alpha$

$v_{ie_y} = -2v \cdot \cos(2\alpha - 90°) = -2v \cdot \text{sen}2\alpha$

Por fim:

$$v_{ie_x} = v_{i_x} - v_{e_x}$$

$$\therefore\ v_{i_x} = v_{ie_x} + v_{e_x}$$

$$\therefore\ v_{i_x} = -2v \cdot \cos 2\alpha + v = v(1 - 2\cos 2\alpha)$$

$$v_{ie_y} = v_{i_y} - v_{e_y}$$

$$\therefore\ v_{i_y} = -2v \cdot \operatorname{sen} 2\alpha$$

b) No instante representado, a força centrípeta vale:

$$f_{cp} = T + f_y - P = T + f \operatorname{sen}\beta - P$$

E escrita em função dos dados:

$f_c = \dfrac{mv^2}{L}$ (que é a resultante em y!)

E a aceleração centrípeta:

$$a_c = \frac{v^2}{L}$$

A força resultante tangencial vale:

$$f_t = f \cos\beta = \frac{kQ^2 \cdot \operatorname{sen}^2\beta}{L^2} \cdot \cos\beta$$

E a aceleração tangencial:

$$a_t = \frac{kQ^2}{m \cdot L^2} \cdot \operatorname{sen}^2\beta \cos\beta$$

c) Observando a figura e lembrando que o espelho é um referencial inercial, temos:

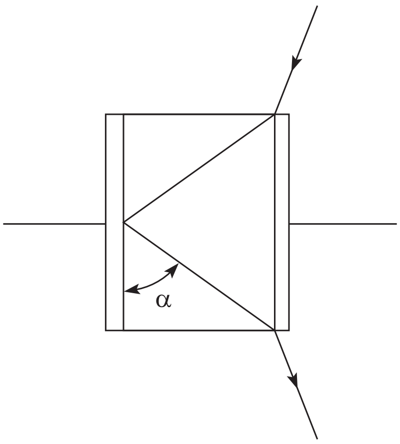
$$a_{i_x} = a_{c_i} \cdot \cos\theta + a_{t_i} \cdot \operatorname{sen}\theta$$

$$\therefore\ a_{i_x} = \frac{v^2}{L} \cdot \operatorname{sen} 2x - \frac{kQ^2}{mL^2} \cdot \operatorname{sen}^2\beta \cdot \cos\beta \cdot \cos 2\alpha$$

$$a_{i_y} = a_{c_i} \cdot \operatorname{sen}\theta - a_{t_1} \cdot \cos\theta$$

$$\therefore\ a_{i_y} = \frac{-v^2}{L} \cdot \cos 2\alpha - \frac{kQ^2}{mL^2} \cdot \operatorname{sen}^2\beta \cdot \cos\beta \cdot \operatorname{sen} 2\alpha$$

Questão 04

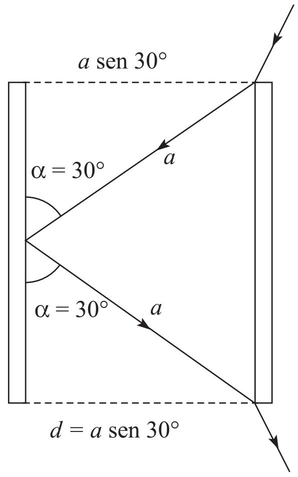


De acordo com a figura acima, um raio luminoso que estava se propagando no ar penetra no dielétrico de um capacitor, é refletido no centro de uma das placas, segundo um ângulo α, e deixa o dielétrico. A área das placas é A e o tempo que o raio luminoso passa no interior do dielétrico é t. Supondo que se trata de um capacitor ideal de placas paralelas e que o dielétrico é um bloco de vidro que preenche totalmente o espaço entre as placas, determine a capacitância do capacitor em picofarads.

Dados:

- $A = 1{,}0\,\text{cm}^2$
- $t = 2{,}0 \times 10^{-12}\,\text{s}$
- $\alpha = 30^\circ$
- permissividade elétrica do vácuo: $\varepsilon_0 \approx 9{,}0 \times 10^{-12}\,\text{F/m}$
- velocidade da luz no vácuo: $c \approx 3{,}0 \times 10^8\,\text{m/s}$
- índice de refração do vidro: $n = 1{,}5$
- constante dielétrica do vidro: $k = 5{,}0$

Resolução:



Velocidade do raio na placa de vidro:

$$n = \frac{c}{v}$$

$$\therefore v = \frac{c}{n} = \frac{3{,}0 \cdot 10^8}{1{,}5} = 2{,}0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$2a = v \cdot t$$

$$\therefore 2a = 2{,}0 \cdot 10^8 \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-12} = 4 \cdot 10^{-4} \text{m}$$

$a = 2 \cdot 10^{-4}\text{m}$, e

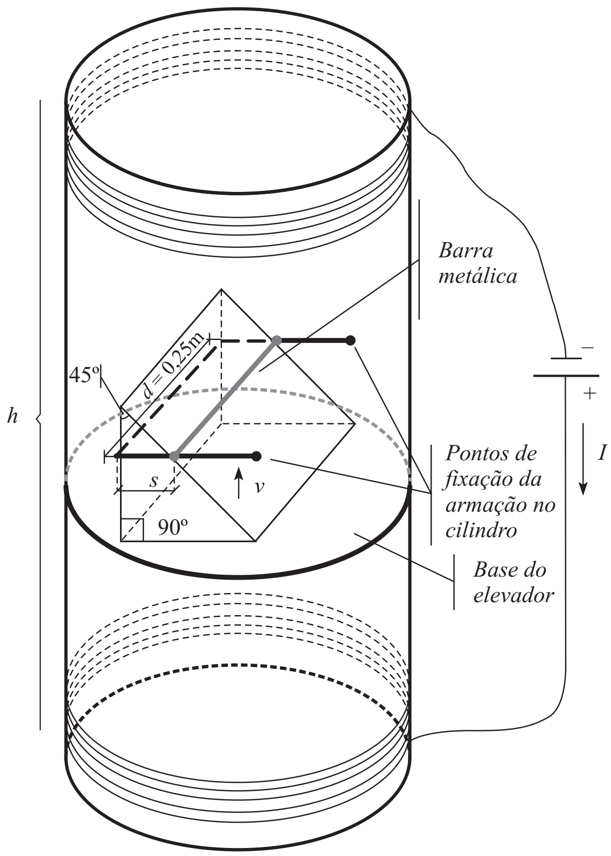
$$d = a \,\text{sen}\, 30^\circ = 1 \cdot 10^{-4}\text{m}$$

Cálculo da capacitância no capacitor:

$C = \frac{\varepsilon A}{d}$; onde $\varepsilon = k \cdot \varepsilon_0$

$$C = \frac{5{,}0 \cdot 9 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 10^{-4}}{1 \cdot 10^{-4}} = 45 \cdot 10^{-12} F = 45\, pF$$

Questão 05



A figura acima apresenta um prisma apoiado em um elevador no interior de um cilindro de material isolante. Uma armação, encostada no prisma, é composta por uma parte metálica com resistência desprezível em forma de "U" e por uma barra metálica de $0,25\,\text{m}$ e resistência de $1\,\Omega$. Essa barra desliza ao longo da barra em "U", mantendo o contato elétrico. As extremidades da armação em "U" são fixadas no cilindro, conforme a figura. Ao longo de todo o cilindro, um fio é enrolado, formando uma bobina com 1000 espiras, perfazendo uma altura $h = 0,8\,\text{m}$, sendo alimentada por uma fonte, de modo que flua uma corrente de $\dfrac{10^3}{\pi}\,\text{A}$. O elevador sobe com velocidade constante v, de modo que seja exercida sobre a barra metálica uma força normal de $\dfrac{\sqrt{2}}{4}\,\text{N}$. Determine a velocidade v.

Dados:
- as faces triangulares do prisma são triângulos retângulos isósceles;
- permeabilidade magnética do meio: $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{7}\ \text{Tm/A}$

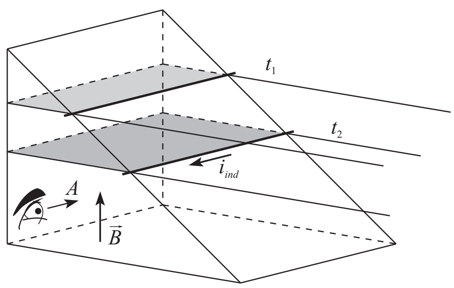
Observações:
- não há atrito em nenhuma parte do sistema;
- a barra metálica é feita de material não magnético;
- as espiras percorrem todo o cilindro.

Resolução:

Como a base do prisma é um triângulo equilátero, o tanto que o prisma anda para cima, a barra anda na horizontal sobre o U. Ou seja, a velocidade horizontal da barra é igual à do elevador na vertical: v.

Cálculo do campo magnético no solenóide.

$$B = \mu_0 n i = 4\pi\cdot10^{-7}\cdot\frac{1000}{0,8}\cdot\frac{10^3}{\pi} = 0,5\ \text{T}$$



Considerando o campo magnético produzido pela bobina para cima, a lei de Faraday nos leva a uma corrente induzida no circuito fechado hachurado e a lei de Lenz nos leva a uma corrente induzida.

Circulando em sentido horário (visto de cima).

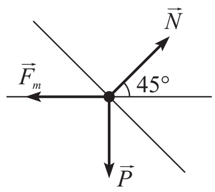
Como $\varepsilon_{ind} = \dfrac{\Delta\phi}{\Delta t} = \dfrac{\Delta(BA)}{\Delta t} = BL\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

$\varepsilon_{ind} = BLv$; onde $L = d = 0,25\,\text{m}$

Logo: $i_{ind} = \dfrac{\varepsilon_{ind}}{R}$ e

$F_m(barra) = BiL\,\text{sen}\,90°$

Forças sobre a barra (vista A).



Vamos considerar que a normal é devido somente ao prisma e não à barra em forma de U.

$$F_m = N_x = N\cdot\cos 45°$$

$$F_m = \frac{\sqrt{2}}{4}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{4}\ \text{N}$$

$$F_m = B\cdot\frac{\varepsilon_{ind}}{R}\cdot L = B\cdot\frac{BLv}{R}\cdot L$$

$$F_m = \frac{B^2L^2v}{R} \qquad v = \frac{F_m\cdot R}{B^2L^2}$$

$$v = \frac{\frac{1}{4}\cdot 1}{0,5^2\cdot 0.25^2}$$

$$v = 16\,\text{m/s}$$

Questão 06

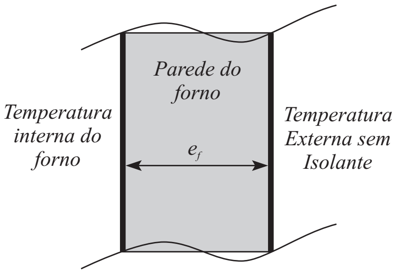


Figura 1

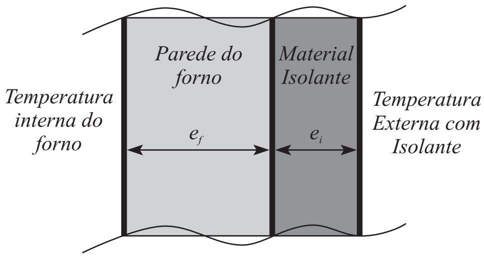


Figura 2

Uma fábrica foi multada pela prefeitura local, pois a temperatura externa da parede de um forno industrial encontrava-se em um nível superior ao previsto pelas normas de segurança (Figura 1).
Para atender às normas recomenda-se o seguinte procedimento (Figura 2):
A parede externa do forno deve ser recoberta com um material de condutividade térmica igual a 4% da parede do forno. Isso faz com que a transferência de calor fique igual a 20% da original e que a redução de temperatura entre a superfície interna da parede do forno e a superfície externa do isolante fique 20% maior que a situação inicial.
Determine a razão entre a espessura do isolante (e_i) e a espessura da parede do forno (e_f).

Resolução:
Considere a situação inicial, semi-isolante.

$$\phi_1 = \frac{k_1 \cdot A \cdot \Delta T_1}{e_f}$$

Lei de Fourier
$k_1 = k_f$ (condutividade da parede do forno)

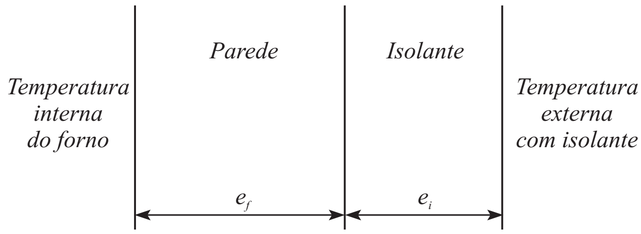
Já com o isolante, temos: $\phi_2 = \dfrac{k_2 \cdot A \cdot \Delta T_2}{(e_f + e_i)}$

Pelo enunciando, temos:

$k_i = 0{,}04k_f$

$\phi_2 = 0{,}2\phi_1$

$\Delta T_2 = 1{,}2\Delta T_1$



$$\phi_2 = \frac{k_2 \cdot A \cdot \Delta T_2}{e_f + e_i}$$

$$\phi_f = \frac{k_f \cdot A \cdot \Delta T_f}{e_f}$$

$\phi_i = \dfrac{k_i \cdot A \cdot \Delta T_i}{e_i}$, mas $\Delta T_i + \Delta T_f = \Delta T_2$

$$\frac{\phi_i \cdot e_i}{k_i \cdot A} + \frac{\phi_f \cdot e_f}{k_f \cdot A} = \frac{\phi_2 \cdot (e_f + e_i)}{k_2 \cdot A}$$

Em condutores em série: $\phi_2 = \phi_1 = \phi_f$

$$\frac{e_i k_f + e_f k_i}{k_i k_f} = \frac{e_f + e_i}{k_2}$$

$$\therefore k_2 = \frac{(e_f + e_i)k_i k_f}{e_i k_f + e_f k_i}$$

$\phi_2 = \dfrac{(e_f + e_i)k_i k_f}{e_i k_f + e_f k_i} \cdot \dfrac{A \cdot \Delta T_2}{(e_f + e_i)}$, logo:

$$0{,}2\phi_1 = \frac{0{,}04k_f^2}{(e_i + 0{,}04e_f)k_f} \cdot A \cdot 1{,}2 \cdot \Delta T_1 \quad (1)$$

mas $\phi_1 = \dfrac{k_f \cdot A \cdot \Delta T_1}{e_f}$ (2)

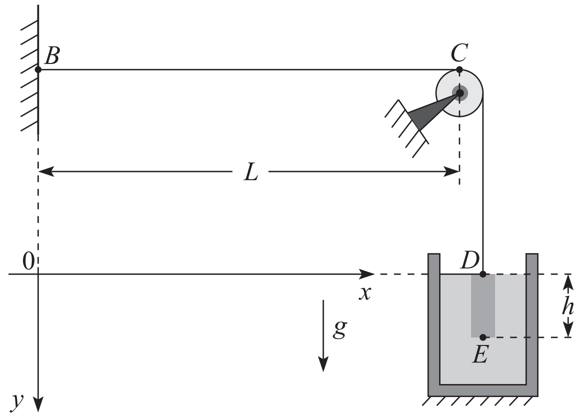
Fazendo $(1) \div (2)$, temos:

$$\frac{k_f \cdot A \cdot \Delta T_1}{e_f} = \frac{0{,}24 k_f \cdot A \cdot \Delta T_1}{e_i + 0{,}04 e_f}$$

$$e_i + 0{,}04 e_f = 0{,}24 e_f$$

$$e_i = 0{,}2 e_f \quad \therefore \frac{e_i}{e_f} = 0{,}2$$

Questão 07



A figura acima mostra um corpo sólido cilíndrico de altura h, densidade ρ e área da base A, imerso em um líquido de mesma densidade em um tanque também cilíndrico com base interna de área $4A$. A partir do instante $t = 0$ (situação da figura), o líquido passa a ser bombeado para fora do tanque a uma vazão variável dada por $U(t) = bAt$, onde b é uma constante positiva.

Dados:

- comprimento da corda entre os pontos B e $C : L$;
- densidade linear da corda entre os pontos B e $C : \mu$;
- aceleração gravitacional local: g.

Observações:

- desconsidere o peso da corda no cálculo da tração;
- a tensão instantânea na corda é a mesma em toda a sua extensão.

Pede-se:

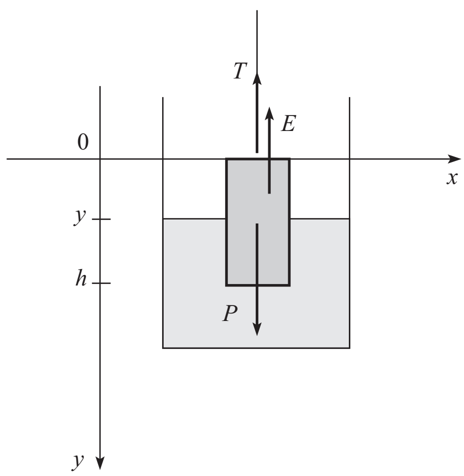
a) a expressão do nível y do líquido (onde $y \leq h$) em função do tempo;

b) a velocidade $v(t)$ de um pulso ondulatório transversal, partindo do ponto B em $t = 0$, e sua respectiva posição $x(t)$;

c) a razão L/h para que o pulso ondulatório transversal, partindo do ponto B em $t = 0$, chegue até C no mesmo instante em que o nível do líquido alcança o ponto E.

Resolução:

a) Observe a figura:



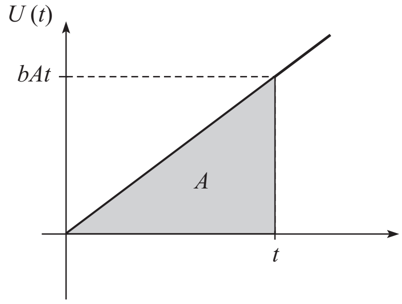
O volume total retirado a partir de $t_0 = 0$ até o instante t é:

$V = y(4A - A) = 3Ay$ (com $y \le h$)

E V pode ser encontrado da forma:

$$V = \int U(t)\,dt = \int_0^t (bAt)\,dt$$

Ou pela área do gráfico:



$$V \overset{N}{=} A = \frac{bAt^2}{2}$$

Assim:

$$3Ay(t) = \frac{bAt^2}{2}$$

$$\therefore y(t) = \frac{bt^2}{6} \quad (1)$$

b) Considerando a tensão constante, a velocidade vale:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

onde $T = P - E$

$$\therefore T = \rho \cdot A \cdot h \cdot g - \rho \cdot A \cdot (h - y) \cdot g = \rho y A g$$

Assim,

$$v(t) = \sqrt{\frac{\rho A g y}{\mu}} \quad (2)$$

E, substituindo (1) em (2):

$$v(t) = \sqrt{\frac{\rho A g}{\mu}\left(\frac{bt^2}{6}\right)} = t \cdot \sqrt{\frac{bA\rho g}{6\mu}}$$ (MUV!)

E como $v_0 = 0 \cdot \sqrt{\frac{bA\rho g}{6\mu}} = 0$, podemos fazer:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$\therefore x(t) = t^2 \cdot \sqrt{\frac{bA\rho g}{24\mu}}$$

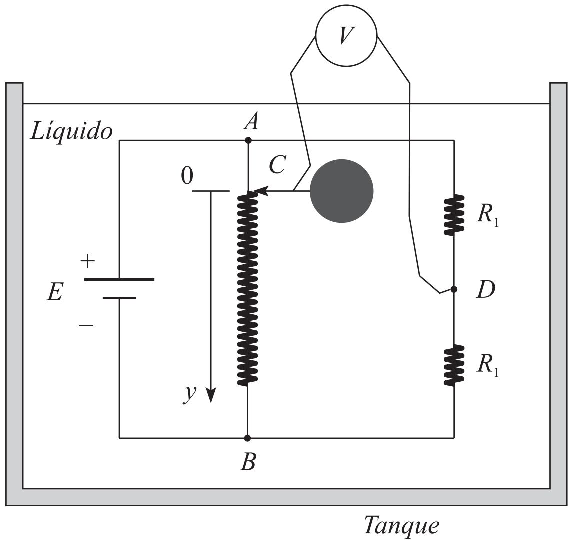
c) No instante final t_f devemos ter:

$x(t_f) = L$ e $y(t_f) = h$

Assim:

$$\frac{L}{h} = \frac{x(t_f)}{y(t_f)} = \frac{t_f^2 \cdot \sqrt{\frac{bA\rho g}{24\mu}}}{\frac{bt_f^2}{6}}$$

$$\therefore \frac{L}{h} = \sqrt{\frac{3A\rho g}{2b\mu}}$$



O circuito apresentado na figura acima é composto por uma fonte de tensão contínua E, que alimenta um reostato linear e as resistências R_1 e R_2. No ponto C do reostato encontra-se fixo um balão de massa m e volume V, inicialmente na posição $y = 0$. O sistema encontra-se imerso em um tanque, que contém um líquido isolante, de massa específica ρ. Entre os pontos C e D do sistema, encontra-se conectado um voltímetro ideal. No instante $t = 0$, o balão é liberado e começa a afundar no líquido.

Determine:

a) a leitura do voltímetro no instante em que o balão é liberado;

b) a coordenada y em que a leitura do voltímetro é zero;

c) o tempo decorrido para que seja obtida a leitura indicada no item b;

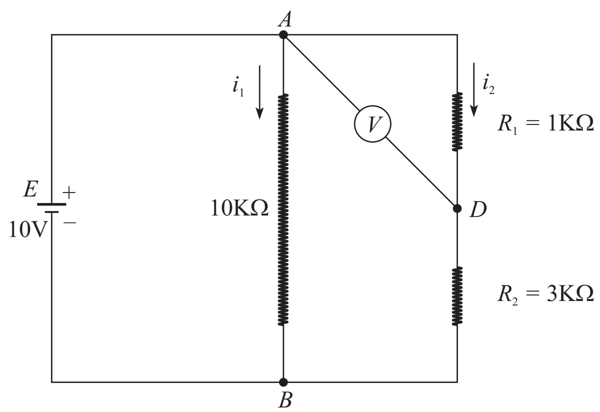
d) o valor da energia, em joules, dissipada no resistor R_2, no intervalo de tempo calculado em c.

Dados:

- $R_1 = 1\ k\Omega$;
- $R_2 = 3\ k\Omega$;
- fonte de tensão: $E = 10\ V$;
- massa do balão: $m = 50\, g$;
- volume do balão: $V = 0{,}0001\ m^3$;
- resistência total do resistor linear: $R_{AB} = 10\ k\Omega$;
- massa específica do líquido: $\rho = 50\ \text{kg/m}^3$;
- aceleração da gravidade: $g = 10\ \text{m/s}^2$.

Resolução:

a) Na situação inicial, quando o balão é solto, temos:

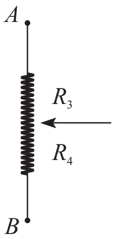


$$i_2 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{10}{(1+3)\cdot 10^3} = 2{,}5\cdot 10^{-3}\,\text{A}$$

A leitura do voltímetro é $U_{AD} = R_1 \cdot i_2$

$$U_{AD} = 1\cdot 10^3 \cdot 2{,}5\cdot 10^{-3} = 2{,}5\,\text{V} \;\Rightarrow U_{AD} = 2{,}5\,\text{V}$$

b) Para que a leitura no voltímetro seja nula, o circuito deve formar uma ponte de Wheatstone equilibrada.

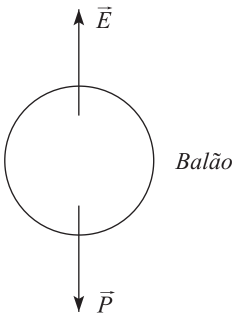


$$R_{AB} = R_3 + R_4 \;\text{ e }\; R_1R_4 = R_2R_3$$
$$\therefore 1R_4 = 3R_3$$
$$R_3 + 3R_3 = 10\,\text{k}\Omega$$
$$\therefore R_3 = 2{,}5\,\text{k}\Omega \;\text{ e }\; R_4 = 7{,}5\,\text{k}\Omega$$

Como ele não forneceu comprimento do resistor AB, daremos como resposta:

$y = \frac{1}{4}L$; onde L comprimento de R_{AB}.

c) Analisando o movimento do balão:



$$P = m\cdot g$$
$$P = 0{,}050\cdot 10 = 0{,}5\,\text{N}$$
$$E = \rho\cdot V_{balão}\cdot g$$
$$E = 50\cdot 0{,}0001\cdot 10 = 0{,}05\,\text{N}$$

$$F_R = P\cdot E = 0{,}5 - 0{,}05 = 0{,}45\,\text{N}$$
$$F_R = m\cdot a = 0{,}05\cdot a$$
$$0{,}05a = 0{,}45$$
$$\therefore a = 9{,}0\,\text{m/s}^2$$

Como o balão parte do repouso, temos:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2$$
$$y = \frac{1}{2}at^2$$
$$t = \sqrt{\frac{2y}{a}} = \sqrt{\frac{2\cdot \frac{1}{4}L}{9}} = \sqrt{\frac{L}{18}}$$
$$\therefore t = \sqrt{\frac{L}{18}}$$

d) A potência dissipada em R_2 independe da posição do reostato, já que a bateria é ideal.

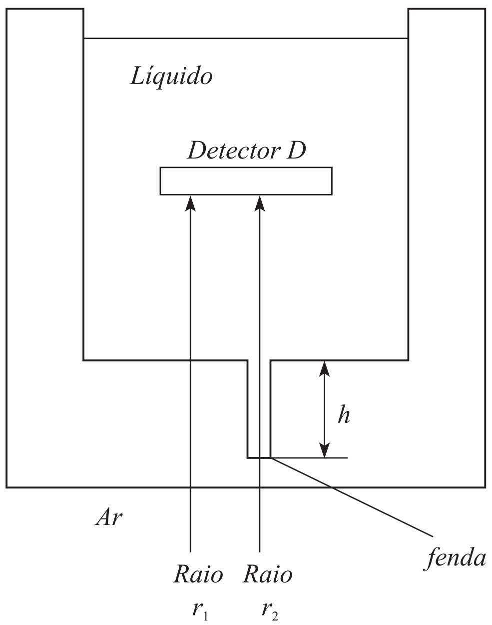
Assim: $P_2 = R_2\cdot i_2^2 = 3\cdot 10^3\cdot\left(2{,}5\cdot 10^{-3}\right)^2$

$$P_2 = 0{,}01875\,\text{W} = 18{,}75\,\text{mW}$$

A energia dissipada por R_2 é dada por:

$$E_2 = P_2\cdot t \Rightarrow E_2 = 0{,}01875\cdot\sqrt{\frac{L}{18}}\,\text{J}$$

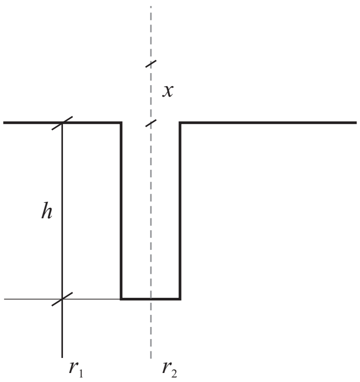
Questão 09



A Figura mostra dois raios luminosos r_1 e r_2, de mesma frequência e inicialmente com diferença de fase δ_1, ambos incidindo perpendicularmente em uma das paredes de um reservatório que contém líquido.
O reservatório possui uma fenda de comprimento h preenchida pelo líquido, na direção de r_2.
Determine o comprimento da fenda para que a diferença de fase medida no Detector *D* entre os raios seja δ_2.
Dados:
- índice de refração do líquido: n;
- índice de refração da parede do reservatório: n_R;
- comprimento de onda dos raios luminosos no ar: λ.

Observação:
- considere o índice de refração da parede do reservatório maior que o índice de refração do líquido.

Resolução:
Observe a figura



Nela notamos que enquanto r_1 percorre h, r_2 percorre $(h+x)$, já que $n_R > n$. Portanto:

$$h = v_R \cdot \Delta t \qquad \therefore\ \Delta t = \frac{h}{v_R} = \frac{h}{c} \cdot n_R$$

$$h + x = v \cdot \Delta t = \frac{c}{n} \cdot \frac{h}{c} n_R = \frac{n_R}{n} \cdot h \qquad \therefore\ x = h\left(\frac{n_R}{n} - 1\right)$$

Sendo que o atraso de fase equivalente a x vale φ, tal que:

$$\varphi \to x$$

$$2\pi \to \frac{\lambda}{n}$$

$$\therefore\ \varphi = \frac{2\pi hn}{\lambda}\left(\frac{n_R}{n} - 1\right)$$

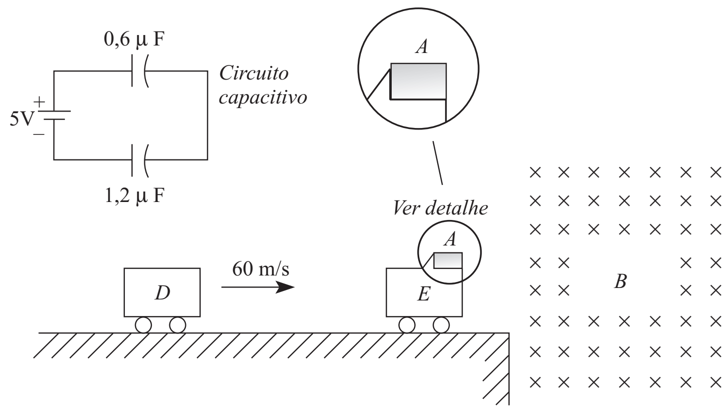
E, por fim:

$$\delta_2 = \delta_1 + \varphi$$

$$\therefore\ \delta_2 = \delta_1 + \frac{2\pi h}{\lambda}(n_R - n)$$

$$\therefore\ h = \frac{(\delta_2 - \delta_1) \cdot \lambda}{2\pi(n_R - n)}$$

Questão 10



O carrinho D desloca-se com velocidade de $60\ \text{m/s}$ na direção do carrinho E, que está parado.

O corpo A possui uma carga elétrica idêntica à armazenada em um circuito capacitivo e está apoiado sobre o carrinho E, conforme a figura acima. Dá-se a colisão dos dois carrinhos, com um coeficiente de restituição igual a $0{,}9$. Após alguns segundos, o carrinho E para bruscamente e o corpo A penetra em uma região em que existe um campo magnético uniforme normal ao plano da figura, que o faz descrever um movimento helicoidal de raio $4{,}75\ \text{m}$. Desprezando o efeito da massa de A na colisão, determine a massa do carrinho E.

Dados:

- massa do carrinho D : $m_D = 2\text{k}$;
- massa do corpo A : $m_A = 4 \times 10^{-6}\ \text{kg}$;
- campo magnético: $B = 16\ T$.

Resolução:

Durante a colisão, há conservação de quantidade de movimento, logo podemos escrever:

$$\sum Q_0 = \sum Q_f$$

$$m_D \cdot v_D + m_E v_E = m_D \cdot v_D' + m_E v_E'$$

$$\therefore\ 2 \cdot 60 = 2 \cdot v_D' + m_E \cdot v_E' \quad (1)$$

E, usando o coeficiente de restituição:

$$e = \frac{v_E' - v_D'}{v_D - v_E}$$

$$\therefore\ 0{,}9 = \frac{v_E' - v_D'}{+60}$$

$$\therefore\ v_E' - v_D' = 54 \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1) temos:

$$m_E \cdot v_E' = 120 - 2 \cdot v_D^1$$

$$\therefore\ m_E = \frac{120 - 2\left(v_E' - 54\right)}{v_E'} \quad (3)$$

Por fim, podemos calcular v_E' pelo movimento helicoidal[1] na região de campo B:

$$R = \frac{mv}{qB}\ \therefore\ v_E' = \frac{RqB}{m} = \frac{4{,}75 \cdot q \cdot 16}{4 \cdot 10^{-6}} \quad (4)$$

E calculando a carga do circuito:

$$C_E = \frac{0{,}6\mu \cdot 1{,}2\mu}{\left(0{,}6\mu + 1{,}2\mu\right)} = 0{,}4\mu F$$

$$\therefore\ Q = C \cdot V = 0{,}4\mu \cdot 5 = 2\mu C \quad (= q)$$

Substituindo em (4):

$$v_E' = 38\ \text{m/s}$$

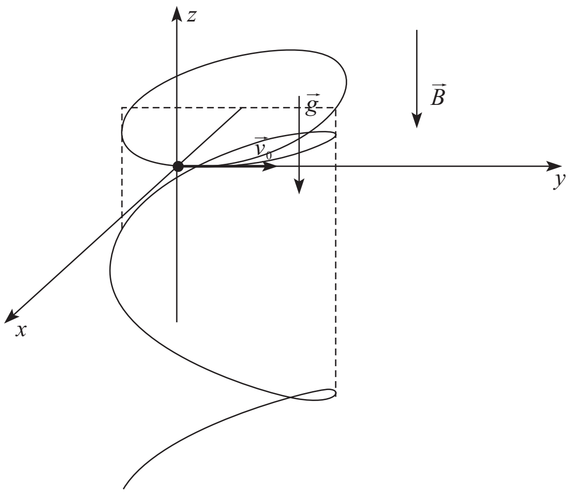
E, por fim, substituindo em (3):

$$m_E = \frac{120 - 2(38 - 54)}{38}$$

$$\therefore\ m_E = 4\ \text{kg}$$

1

O examinador comete um grave erro considerando a trajetória helicoidal. Para que isso ocorresse deveríamos ter, por exemplo, um $\vec{B}$ vertical.
Veja:



Na situação descrita calcularíamos a trajetória através de matemática superior da forma:
A força peso vale:

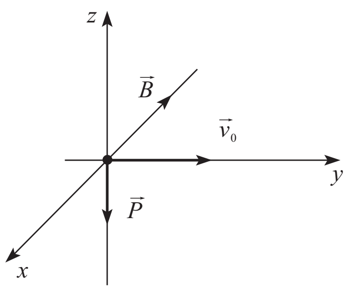
$$\boldsymbol{F_P} = -mg\boldsymbol{k}$$

A força magnética vale:

$$\boldsymbol{F_m} = Q\left(v_0 \cdot \boldsymbol{j}\right)x\left(-B\boldsymbol{i}\right)$$

E, pela 2ª Lei de Newton:

$$\frac{md^2\boldsymbol{r}}{dt^2} = -m\boldsymbol{g} + Q\boldsymbol{v}x\boldsymbol{B}$$



Ou:

$$m\left(\frac{dv_x}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{dv_y}{dt}\boldsymbol{j} + \frac{dv_z}{dt}\boldsymbol{k}\right) = -mg\boldsymbol{k} + Q\begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ -B & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

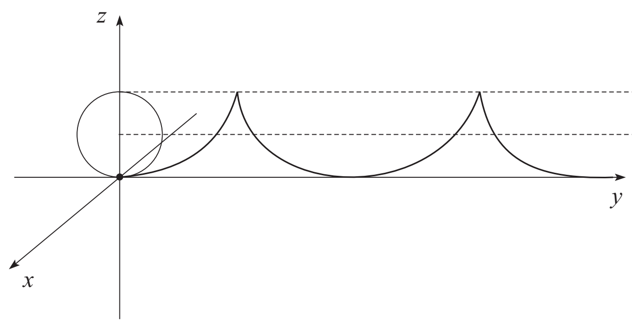
De onde obtemos:

$$x(t) = 0$$

$$y(t) = \frac{mg}{QB}t + \left(v_0 - \frac{mg}{QB}\right)(\text{sen}\omega t)$$

$$z(t) = (1 - \cos\omega t)\left(v_0 - \frac{mg}{QB}\right)$$

Que determinam como trajetória resultante a composição de um MCU de raio $\left(v_0 - \frac{mg}{QB}\right)$ em torno de um ponto central que translada em y com velocidade $v_C = \frac{mg}{QB}$.
Uma possível trajetória para $Q > 0$ e $v_0 = 2v_C$ seria:



Professores

Física
Rodrigo Bernadelli
Vinícius Miranda

Colaboradores
Aline Alkmin
Anderson (IME)
Henrique
José Diogo
Orlando (IME)
Paula Esperidião
Pedro Gonçalves

Digitação e Diagramação
Érika Rezende
Márcia Santana
Valdivina Pinheiro

Desenhistas
Leandro Bessa
Rodrigo Ramos
Vinicius Ribeiro

Projeto Gráfico
Mariana Fiusa
Vinicius Ribeiro

Assistente Editorial
Valdivina Pinheiro

Supervisão Editorial
Rodrigo Bernadelli
Marcelo Moraes

A ***Resolução Comentada*** *das provas do IME poderá ser obtida diretamente no*

OLIMPO *Pré-Vestibular.*

As escolhas que você fez nessa prova, assim como outras escolhas na vida, dependem de conhecimentos, competências, conhecimentos e habilidades específicos. Esteja preparado.

www.grupoolimpo.com.br

opirus
EDITORA