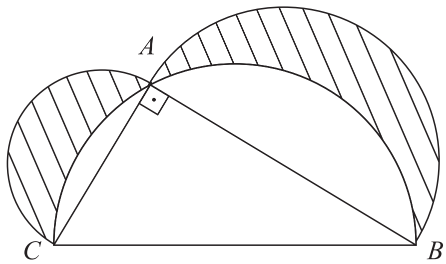
"A matemática é o alfabeto com que Deus escreveu o mundo"
Galileu Galilei

Questão 01

Seja o triângulo retângulo ABC com os catetos medindo $3\,\text{cm}$ e $4\,\text{cm}$. Os diâmetros dos três semicírculos, traçados na figura abaixo, coincidem com os lados do triângulo ABC. A soma das áreas hachuradas, em cm^2, é:



A) 6.
B) 8.
C) 10.
D) 12.
E) 14.

Resolução:

$$A=\frac{\pi\left(\frac{3}{2}\right)^2}{2}+\frac{\pi\left(\frac{4}{2}\right)^2}{2}-\left[\frac{\pi\left(\frac{5}{2}\right)^2}{2}-\frac{3\cdot 4}{2}\right]$$

$$A=\frac{9\pi}{8}+\frac{16\pi}{8}-\frac{25\pi}{8}+6$$

$$A=6\,\text{cm}^2$$

Alternativa A

Questão 02

O valor de x que satisfaz a equação $\operatorname{sen}\left(\operatorname{arccotg}\left(1+x\right)\right)=\cos\left(\operatorname{arctg}\left(x\right)\right)$:

A) $\frac{3}{2}$.

B) $\frac{1}{2}$.

C) $\frac{1}{4}$.

D) $-\frac{1}{2}$.

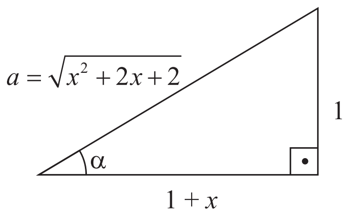
E) $-\frac{3}{2}$.

Resolução:

$\text{sen}\left(\text{arccotg}\left(1+x\right)\right)=\cos\left(\text{arctg}\left(x\right)\right)$

Inicialmente procedemos a calcular $\text{sen}\left(\text{arccotg}\left(1+x\right)\right)$.

Seja $\alpha=\text{arccotg}\left(1+x\right)$. Artifício:



De fato $\text{cotg}\,\alpha=1+x$.

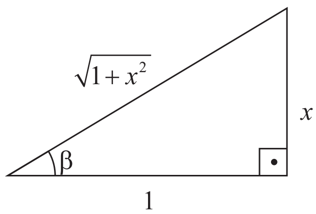
A hipotenusa é

$a^2=\left(1+x\right)^2+1^2$

$a=\sqrt{x^2+2x+2}$

Logo $\text{sen}\,\alpha=\text{sen}\left(\text{arccotg}\left(1+x\right)\right)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+2x+2}}$

Analogamente seja $\beta=\text{arctg}\,x$



Assim construindo, $\text{tg}\,\beta=x$.

E $\cos\beta=\cos\left(\text{arctg}\,x\right)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Segue que $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+2x+2}}=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

$\therefore\ x^2+1=x^2+2x+2$

$\therefore\ x=-\dfrac{1}{2}$

Alternativa D

Questão 03

A base de uma pirâmide é um retângulo de área S. Sabe-se que duas de suas faces laterais são perpendiculares ao plano da base. As outras duas faces formam ângulos de 30° e 60° com a base. O volume da pirâmide é:

A) $\dfrac{S\sqrt{S}}{3}$.

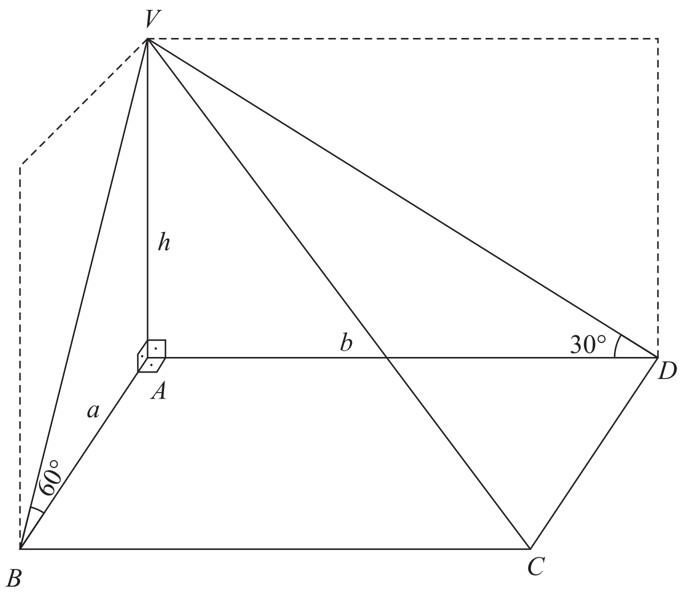
B) $\dfrac{S\sqrt{S}}{6}$.

C) $\dfrac{2S\sqrt{S}}{3}$.

D) $\dfrac{2S\sqrt{S}}{5}$.

E) $\dfrac{2S^2}{3}$.

Resolução:
Se a base da pirâmide é $ABCD$, o vértice deve estar verticalmente acima de um dos pontos A, B, C ou D como segue:



$\operatorname{tg} 60° = \dfrac{h}{a}$ $\qquad$ $\operatorname{tg} 30° = \dfrac{h}{b}$

$\therefore h = a \operatorname{tg} 60°$ $\qquad$ $\therefore h = b \operatorname{tg} 30°$

$h^2 = ab \operatorname{tg} 60° \ \operatorname{tg} 30°$

$h^2 = S \cdot \sqrt{3} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore h\sqrt{S}$

Portanto

$V = \dfrac{1}{3} \cdot S\ h$

$V = \dfrac{S\sqrt{S}}{3}$

Alternativa A

Questão 04

Sejam x_1, $\ldots$, x_n os n primeiros termos de uma progressão aritmética. O primeiro termo e a razão desta progressão são os números reais x_1 e r, respectivamente. O determinante $\begin{vmatrix} x_1 & x_1 & x_1 & \ldots & x_1 \\ x_1 & x_2 & x_2 & \ldots & x_2 \\ x_1 & x_2 & x_3 & \ldots & x_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1 & x_2 & x_3 & \ldots & x_n \end{vmatrix}$ é:

A) $x_1^n \cdot r^n$.
B) $x_1^n \cdot r$.
C) $x_1^n \cdot r^{n-1}$.
D) $x_1 \cdot r^n$.
E) $x_1 \cdot r^{n-1}$.

Resolução:

Dado que $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ é PA podemos fazer $x_k - x_1 = (k-1)\cdot r$, para $k = 2, 3, 4, \ldots, r$.

Assim, subtraindo a primeira linha de todas as outras o determinante dado é igual (pelo teorema de Jacobi) a:

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_1 & x_1 & x_1 & \ldots & x_1 \\ 0 & r & r & r & \ldots & r \\ 0 & r & 2r & 2r & \ldots & 2r \\ 0 & r & 2r & 3r & \ldots & 3r \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & r & 2r & 3r & & (n-1)r \end{vmatrix} = x_1 \cdot r^{n-1} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & \ldots & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & \ldots & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 1 & 2 & 3 & \ldots & n-1 \end{vmatrix}$$

Subtraindo cada linha pela anterior:

$$x_1 \cdot r^{n-1} \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \ldots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \end{vmatrix}} = x_1 \cdot r^{n-1}$$

Determinante de matriz triangular

Alternativa E

Questão 05

Uma reta, com coeficiente angular a_1, passa pelo ponto $(0, -1)$. Uma outra reta, com coeficiente angular a_2, passa pelo ponto $(0, 1)$. Sabe-se que $a_1^2 + a_2^2 = 2$. O lugar geométrico percorrido pelo ponto de interseção das duas retas é uma:

A) hipérbole de centro $(0,0)$ e retas diretrizes $y = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

B) circunferência de centro (a_1, a_2) e raio $\sqrt{a_1^2 + a_2^2}$.

C) hipérbole de centro $(0,0)$ e retas diretrizes $x = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

D) elipse de centro $(0,0)$ e retas diretrizes $x = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

E) elipse de centro (a_1, a_2) e retas diretrizes $y = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Resolução:

As retas têm equações $y = a_1x - 1$, e $y = a_2x + 1$.

O sistema $\begin{cases} y = a_1x - 1 \\ y = a_2x + 1 \end{cases}$ nos dá a interseção das retas, lembrando que $a_1^2 + a_2^2 = 2$ vem:

$$\left(\frac{y+1}{x}\right)^2 + \left(\frac{y-1}{x}\right)^2 = 2 \Rightarrow x^2 - y^2 = 1$$

Equação de uma hipérbole de centro $(0, 0)$ e diretrizes $x = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Alternativa C

Questão 06

O valor de y real positivo na equação, $(5y)^{\log_x 5} - (7y)^{\log_x 7} = 0$ onde x é um número real maior do que 1 é:

A) 70
B) 35
C) 1
D) $\frac{1}{35}$
E) $\frac{1}{70}$

Resolução:
Rearranjando os termos:
$$(5y)^{\log_x 5} = (7y)^{\log_x 7}$$
Tomando o logaritmo na base x dos dois membros:
$$\log_x (5y)^{\log_x 5} = \log_x (7y)^{\log_x 7} \Rightarrow$$
$$\log_x 5 \cdot \log_x (5y) = \log_x 7 \cdot \log_x (7y) \Rightarrow$$
$$\log_x 5 \cdot (\log_x 5 + \log_x y) = \log_x 7 \cdot (\log_x 7 + \log_x y)$$
Desenvolvendo e organizando os termos adequadamente:
$$\log_x y \cdot (\log_x 5 - \log_x 7) = (\log_x 7)^2 - (\log_x 5)^2 \Rightarrow$$
$$\log_x y = -(\log_x 5 + \log_x 7) \Rightarrow$$
$$\log_x y = \log_x 35^{-1} \Rightarrow$$
$$y = \frac{1}{35}$$

Alternativa D

Questão 07

O pipoqueiro cobra o valor de $\text{R\$ } 1{,}00$ por saco de pipoca. Ele começa seu trabalho sem qualquer dinheiro para troco. Existem oito pessoas na fila do pipoqueiro, das quais quatro têm uma moeda de $\text{R\$ } 1{,}00$ e quatro uma nota de $\text{R\$ } 2{,}00$. Supondo uma arrumação aleatória para a fila formada pelas oito pessoas e que cada uma comprará exatamente um saco de pipoca, a probabilidade de que o pipoqueiro tenha troco para as quatro pessoas que pagarão com a nota de $\text{R\$ } 2{,}00$ é:

A) $\frac{1}{8}$
B) $\frac{1}{5}$
C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{3}$
E) $\frac{1}{2}$

Resolução:
Denominando:
Pessoas do tipo A :com moeda de $\text{R\$ } 1{,}00$
Pessoas do tipo B : com moeda de $\text{R\$ } 2{,}00$

Nota-se que as sequências de pessoas só satisfazem se houver, para cada pessoa B, mais pessoas A do que B a sua frente.
Disso já concluímos que toda fila válida deve começar com A e terminar em B.

$$A\_\_\_\_\_\_B$$

Como o número de sequências possíveis e $\frac{6!}{3!3!} = 20$
Listando e analisando as seis lacunas:

A A A B B B – OK
A A B A B B – OK
A A B B A B – OK
A A B B B A – OK
B B B A A A – Não serve
B B A B A A – Não serve
B B A A B A – Não serve
B B A A A B – Não serve

A B A A B B – OK
A B A B A B – OK
A B A B B A – OK
A B B B A A – Não Serve
A B B A B A – OK
A B B A A B - OK

B A A A B B – OK
B A A B A B – OK
B A A B B A – OK
B A B B A A – Não serve
B A B A B A – OK
B A B A A B – OK

O total de possibilidades para 4 A's e 4 B's é:

$$N = \frac{8!}{4!4!} = 70$$

$$\therefore P = \frac{14}{70} = \frac{1}{5}$$

Alternativa B

Questão 08

O valor de $\cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{6\pi}{7} + \frac{1}{2}$ é:

A) -1
B) $-0{,}5$
C) 0
D) $0{,}5$
E) 1

Resolução:

Seja $E = \cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{6\pi}{7}$

Multiplicando os dois membros por $2\operatorname{sen}\frac{2\pi}{7}$, vem:

$$E \cdot 2\operatorname{sen}\frac{2\pi}{7} = 2\operatorname{sen}\frac{2\pi}{7} \cdot \cos\frac{2\pi}{7} + 2\operatorname{sen}\frac{2\pi}{7} \cdot \cos\frac{4\pi}{7} + 2\operatorname{sen}\frac{2\pi}{7} \cdot \cos\frac{6\pi}{7}$$

Pela fórmula do arco duplo $(\operatorname{sen} 2a = 2\operatorname{sen} a \cdot \cos a)$ e de transformação de produto em soma $\left(2\operatorname{sen} a \cdot \cos b = \operatorname{sen}(a+b) + \operatorname{sen}(a-b)\right)$, temos:

$$E \cdot 2\operatorname{sen}\frac{2\pi}{7} = \operatorname{sen}\frac{4\pi}{7} + \operatorname{sen}\frac{6\pi}{7} + \operatorname{sen}\left(\frac{-2\pi}{7}\right) + \operatorname{sen}\frac{8\pi}{7} + \operatorname{sen}\left(\frac{-4\pi}{7}\right)$$

Observe que $\operatorname{sen}\frac{8\pi}{7} = \operatorname{sen}\frac{6\pi}{7}$ e daí:

$$E \cdot 2\operatorname{sen}\frac{2\pi}{7} = -\operatorname{sen}\frac{2\pi}{7} \Rightarrow E = -\frac{1}{2}$$

Daí: $\cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{6\pi}{7} + \frac{1}{2} = 0$

Alternativa C

Questão 09

Sejam x e y números reais. Assinale a alternativa correta:

A) Todo x e y satisfaz $|x|+|y| \le \sqrt{2}\left|x^2+y^2\right|$

B) Existe x e y que não satisfaz $|x+y| \le \left||x|+|y|\right|$

C) Todo x e y satisfaz $|x|+|y| \le \sqrt{2}\sqrt{\left|x^2\right|+\left|y^2\right|}$

D) Todo x e y satisfaz $|x-y| \le |x+y|$

E) Não existe x e y que não satisfaz $|x|+|y| \le \sqrt{3}\left|x^2+y^2\right|$

Resolução:

A alternativa C está correta. Por redução ao absurdo:

$|x|+|y| > \sqrt{2}\sqrt{|x|^2+|y|^2}$,

seja $a=|x|$, $b=|y|$.

$a+b > \sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}$

$(a+b)^2 > 2\left(a^2+b^2\right)$

$a^2+2ab+b^2 > 2a^2+2b^2$

$\therefore 0 > a^2-2ab+b^2$

$\therefore (a-b)^2 < 0$ Absurdo!

Logo, $|x|+|y| \le \sqrt{2}\cdot\sqrt{|x|^2+|y|^2}$

Alternativa C

Questão 10

Em relação à teoria dos conjuntos, considere as seguintes afirmativas relacionadas aos conjuntos A , B e C :

I. Se $A \in B$ e $B \subseteq C$ então $A \in C$

II. Se $A \subseteq C$ e $B \in C$ então $A \in C$

III. Se $A \subseteq C$ e $B \in C$ então $A \subseteq C$

Estão corretas:

A) nenhuma das alternativas

B) somente a alternativa I

C) somente as alternativas I e II

D) somente as alternativas II e III

E) todas as alternativas

Resolução:

I. (V) Se $A \in B$, A é elementos do B . Como $B \subseteq C$, todo elemento de B é elemento de C . Logo A é elemento de C

II. (F) Não há a implicação.

Seja $A=\{a\}$

$B=\{a,b\}$

$C=\{B\}$

Neste caso $A \subset B$ e $B \in C$.

Mas não se tem $A \in C$.

III. (F) Novamente se $A=\{a\}$, $B=\{a,b\}$, $C=\{B\}$

Tem se $A \subset B$ e $B \in C$.

Mas $A \not\subset C$ pois $a \notin C$

Alternativa B

Questão 11

Seja $p(x)$ uma função polinomial satisfazendo a relação $p(x)p\left(\frac{1}{x}\right)=p(x)+p\left(\frac{1}{x}\right)$. Sabendo que $p(3)=28$, o valor de $p(4)$ é:

A) 10
B) 30
C) 45
D) 55
E) 65

Resolução:

(1) Dada a relação $p(x)\cdot p\left(\frac{1}{x}\right)=p(x)+p\left(\frac{1}{x}\right)$, provemos que $p(x)$ é recíproco:

a é a raiz $\Rightarrow p(a)=0 \Rightarrow p(a)\cdot p\left(\frac{1}{a}\right)=p(a)+p\left(\frac{1}{a}\right)$

$\Rightarrow p\left(\frac{1}{a}\right)=0 \Rightarrow \frac{1}{a}$ é raiz.

(2) De (1) temos que $p(x)$ é da forma

$p(x)=a_n\cdot x^n+a_{n-1}\cdot x^{n-1}+a_{n-2}\cdot x^{n-2}+\ldots+a_2\cdot x^2+a_1\cdot x+a_0$

Com $a_n=\pm a_0$, $a_{n-1}=\pm a_1$, $a_{n-2}=\pm a_2$, $\ldots$. E $a_n\neq 0$.

Substituindo na relação do enunciado:

$\left(a_n\cdot x^n+a_{n-1}\cdot x^{n-1}+\ldots+a_1\cdot x+a_0\right)\cdot\left(a_n\cdot\frac{1}{x^n}+a_{n-1}\cdot\frac{1}{x^{n-1}}+\cdots+a_1\cdot\frac{1}{x}+a_0\right)$

$=a_n\cdot x^n+a_{n-1}\cdot x^{n-1}+\ldots+a_1\cdot x+a_0+a_n\cdot\frac{1}{x^n}+a_{n-1}\cdot\frac{1}{x^{n-1}}+\cdots+a_1\cdot\frac{1}{x}+a_0$

Igualando os coeficientes dominantes e termos independentes dos dois membros:

$$\begin{cases} a_n\cdot a_0=a_n \ (\mathrm{I}) \\ a_n^2+a_{n-1}^2+a_{n-2}^2+\ldots+a_2^2+a_1^2+a_0^2=2a_0 \ (\mathrm{II}) \end{cases}$$

De (I) e dado que $a_n\neq 0$, vem $a_0=1$.

Como $a_n=\pm a_0$, então $a_n^2=1$.

Substituindo em (II):

$a_{n-1}^2+a_{n-2}^2+\ldots+a_2^2+a_1^2=0 \Rightarrow a_{n-1}=a_{n-2}=\ldots=a_2=a_1=0$

Portanto, o polinômio $p(x)$ é da forma

$p(x)=x^n+1$ ou $p(x)=-x^n+1$

Como $p(3)=28$, então:

$3^n+1=28 \Rightarrow 3^n=27 \Rightarrow n=3$

ou

$-3^n+1=28 \Rightarrow 3^n=-27 \Rightarrow n\notin\mathbb{R}$

Assim: $p(x)=x^3+1$

$p(4)=4^3+1=65$

Alternativa E

Questão 12

Uma progressão aritmética $\{a_n\}$, onde $n\in\mathbb{N}^*$, tem $a_1>0$ e $3a_8=5a_{13}$. Se S_n é a soma dos n primeiros termos desta progressão, o valor de n para que S_n seja máxima é:

A) 10
B) 11
C) 19
D) 20
E) 21

Resolução:
$3a_8 = 5a_{13} \Rightarrow 3(a_1 + 7r) = 5(a_1 + 12r)$, em que r é a razão da P.A.

$\therefore r = -\dfrac{2a_1}{39} < 0$, pois $a_1 > 0$.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{(a_1 + a_1 + (n-1)r)n}{2}$$

$$S_n = \frac{r}{2}n^2 + \frac{(2a_1 - r)}{2} \cdot n$$

Seja n_V o valor de n que torna S_n máxima:

$$n_V = \frac{-\dfrac{(2a_1 - r)}{2}}{2 \cdot \dfrac{r}{2}} = \frac{r - 2a_1}{2r}$$

$$n_V = \frac{-\dfrac{2a_1}{39} - 2a_1}{2 \cdot \left(-\dfrac{2a_1}{39}\right)} = 20$$

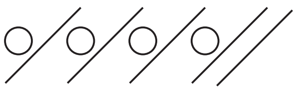
Alternativa D

Questão 13

Um trem conduzindo 4 homens e 6 mulheres passa por seis estações. Sabe-se que cada um destes passageiros irá desembarcar em qualquer uma das seis estações e que não existe distinção dentre os passageiros de mesmo sexo. O número de possibilidades distintas de desembarque destes passageiros é:

A) 1.287
B) 14.112
C) 44.200
D) 58.212
E) 62.822

Resolução:
O problema de desembarcar 4 homens em 6 estações sem distinção entre as pessoas pode ser equacionado por:
$e_1 + e_2 + e_3 + e_4 + e_5 + e_6 = 4$
Em que e_i é o número de passageiros a desembarcar na estação "i".
Pelo método do "pau e bola":



$$N_H = \frac{9!}{5!\,4!}$$

Analogamente para as mulheres
$e_1 + e_2 + e_3 + e_4 + e_5 + e_6 = 6$

$$N_M = \frac{11!}{5!\,6!}$$

Como os desembarques são independentes,
$N = N_H \cdot N_M$
$N = 58.212$

Alternativa D

Questão 14

Considere o sistema de equações lineares representado abaixo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 11 \\ 7 \\ 9 \\ 8 \\ 13 \end{pmatrix}$$

Os valores de a e d são, respectivamente:

A) 1 e 2
B) 2 e 3
C) 3 e 2
D) 2 e 2
E) 3 e 1

Resolução:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 11 \\ 7 \\ 9 \\ 8 \\ 13 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a+3b+2d+e=13 \ (\mathrm{I}) \\ 2b+3d=11 \ (\mathrm{II}) \\ a+5b=7 \ (\mathrm{III}) \\ 3a+b+2d=9 \ (\mathrm{IV}) \\ 4a=8 \ (\mathrm{V}) \\ 2a+d+2f=13 \ (\mathrm{VI}) \end{cases}$$

De (V): $a=2$

Substituindo em (III):

$2+5b=7 \Rightarrow b=1$

Substituindo em (II):

$2\cdot 1+3d=11 \Rightarrow d=3$

Alternativa B

Questão 15

Seja $f(x)=a\,\mathrm{sen}\,x+b\sqrt[3]{x}+4$, onde a e b são números reais diferentes de zero. Sabendo que $f(\log_{10}(\log_3 10))=5$, o valor de $f(\log_{10}(\log_{10} 3))$ é:

A) 5
B) 3
C) 0
D) -3
E) -5

Resolução:

Seja $\alpha=\log_{10}(\log_3 10)$:

$$-\alpha=-\log_{10}(\log_3 10)=\log_{10}(\log_3 10)^{-1}=\log_{10}\left(\frac{\log_{10} 10}{\log_3 10}\right)$$

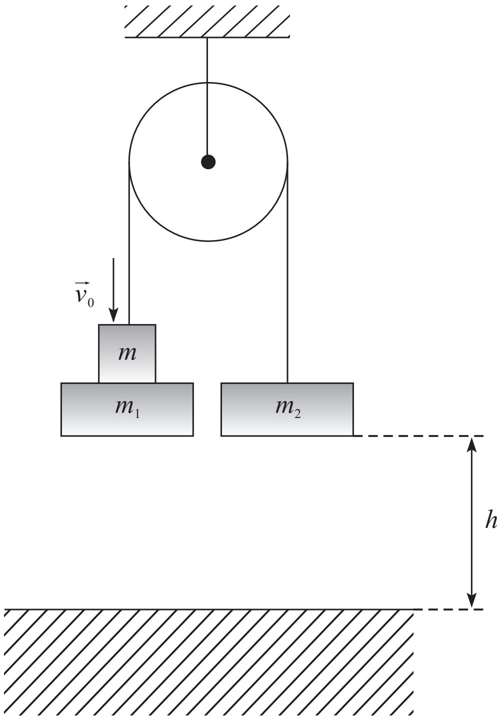
$$-\alpha=\log_{10}(\log_3 10)$$

A função $g(x)=f(x)-4=a\,\mathrm{sen}\,x+b\sqrt[3]{x}$ é ímpar:

$$g(\alpha)=-g(-\alpha)$$
$$f(\alpha)-4=-(f(-\alpha)-4)$$
$$5-4=-\left(f\left(\log_{10}(\log_3 10)\right)-4\right)$$
$$1=-f\left(\log_{10}(\log_3 10)\right)+4$$
$$\therefore f\left(\log_{10}(\log_3 10)\right)=3$$

Alternativa B

Questão 16



A figura acima apresenta duas massas $m_1=5\,\text{kg}$ e $m_2=20\,\text{kg}$ presas por um fio que passa por uma roldana. As massas são abandonadas a partir do repouso, ambas a uma altura h do solo, no exato instante em que um cilindro oco de massa $m=5\,\text{kg}$ atinge m_1 com velocidade $v=36\,\text{m/s}$, ficando ambas coladas. Determine a altura h, em metros, para que m_1 chegue ao solo com velocidade nula.

<u>Dado:</u>
- Aceleração da gravidade: $g=10\ \text{m/s}^2$

<u>Observação:</u>
- A roldana e o fio são ideais.

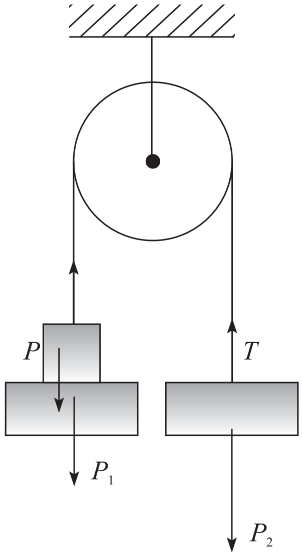
A) $5{,}4$
B) $2{,}7$
C) $3{,}6$
D) $10{,}8$
E) $1{,}8$

Resolução:

Durante a colisão há conservação de quantidade de movimento e as partículas ficam coladas.

$$\sum Q_0=\sum Q_f$$
$$m\cdot v_0+m_1\cdot 0+m_2\cdot 0=(m+m_1+m_2)\cdot v$$
$$\therefore v=\frac{m\cdot v_0}{(m+m_1+m_2)}=\frac{5\cdot 36}{(5+20+5)}=6\,\text{m/s}$$

Após a colisão temos um MUV:



$P_2 - T = m_2 \cdot a$

$T - P - P_1 = (m + m_1) \cdot a$

$\therefore P_2 - P - P_1 = (m + m_1 + m_2) \cdot a$

$\therefore a = \dfrac{200 - 50 - 50}{20 + 5 + 5}$

$\therefore a = \dfrac{10}{3}\,\text{m/s}^2$

Sendo assim:

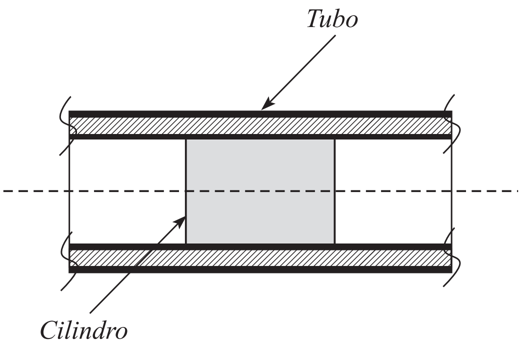
$v_f^{\,2} = v^2 + 2ah$

$\therefore 0 = 6^2 - 2 \cdot \dfrac{10}{3} \cdot h$

$\therefore h = 5{,}4\,\text{m}$

Alternativa A

Questão 17



A figura acima apresenta um cilindro que executa um movimento simultâneo de translação e rotação com velocidades constantes no interior de um tubo longo. O cilindro está sempre coaxial ao tubo. A folga e o atrito entre o tubo e o cilindro são desprezíveis. Ao se deslocar no interior do tubo, o cilindro executa uma rotação completa em torno do seu eixo a cada $600\,\text{mm}$ de comprimento do tubo. Sabendo que a velocidade de translação do cilindro é $6\,\text{m/s}$, a velocidade de rotação do cilindro em rpm é:

A) 6
B) 10
C) 360
D) 600
E) 3600

Resolução:

Durante o período de rotação o tubo desloca 600 mm, então:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\therefore 6 = \frac{600 \cdot 10^{-3}}{T}$$

$$\therefore T = 10^{-1} s \text{ e } f = 10\ Hz$$

Em rpm: $f = 600\text{ rpm}$

Alternativa D

Questão 18

Um observador e uma fonte sonora de frequência constante movem-se, respectivamente, segundo as equações temporais projetadas nos eixos X e Y:

Observador	$X_0(t) = \cos(t)$	$Y_0(t) = -\cos(t)$
Fonte	$X_f(t) = \text{sen}(t) + \cos(t)$	$Y_f(t) = -2\cos(t)$

Observação:

• A velocidade de propagação da onda é muito maior que as velocidades do observador e da fonte.

Com relação ao instante $t(0 \leq t < \pi)$, o observador perceberá uma frequência:

A) constante

B) variável e mais aguda em $t = 0$

C) variável e mais aguda em $t = \frac{1}{4}\pi$

D) variável e mais aguda em $t = \frac{1}{2}\pi$

E) variável e mais aguda em $t = \frac{3}{4}\pi$

Resolução:

Tomando o observador como referencial podemos calcular as componentes do vetor posição da fonte da forma:

$$d_X(t) = X_f(t) - X_0(t) = \text{sen}(t) + \cos(t) - \cos(t) = \text{sen}(t)$$

$$d_Y(t) = Y_f(t) - Y_0(t) = -2\cos(t) + \cos(t) = -\cos(t)$$

Sendo assim, o tamanho do vetor posição é:

$$d^2 = d_X{}^2(t) + d_Y{}^2(t)$$

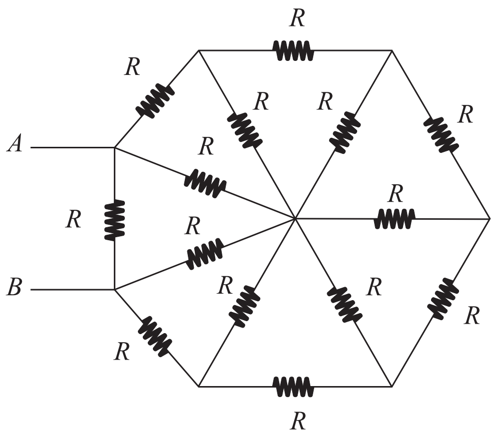
$$\therefore d^2 = \text{sen}^2(t) + (-\cos(t))^2 = 1$$

$$\therefore d = 1$$

Não há aproximação e nem afastamento entre observador e fonte, então, a frequência observada é constante.

Alternativa A

Questão 19

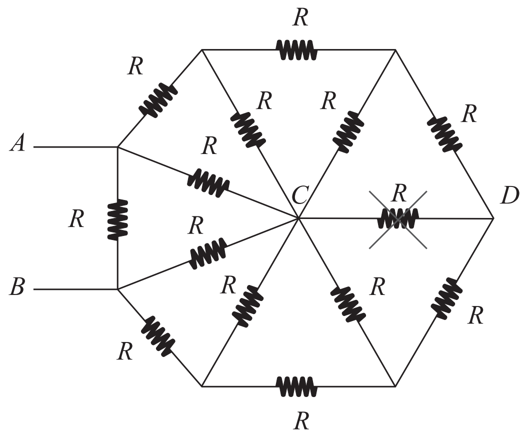


O valor da resistência equivalente entre os terminais A e B do circuito mostrado na figura acima, é:

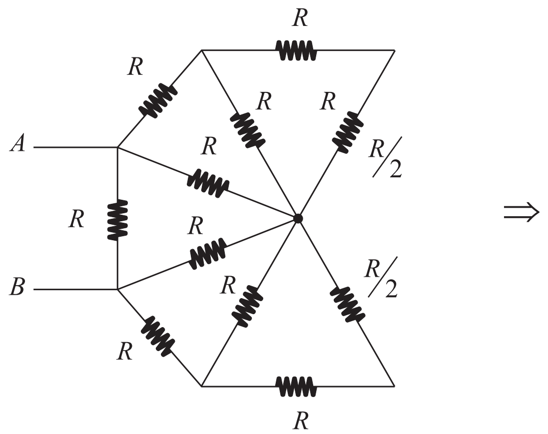
A) $R/2$
B) $6R/7$
C) $6R/13$
D) $16R/29$
E) $15R/31$

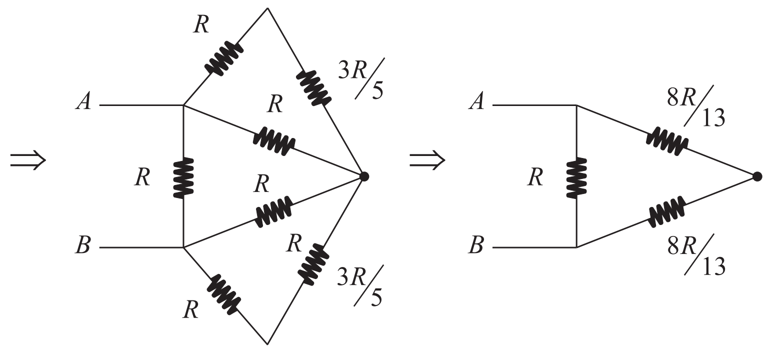
Resolução:

Observe a figura:



Devido à simetria os pontos C e D têm mesmo potencial, e logo, o resistor entre eles está em curto-circuito:

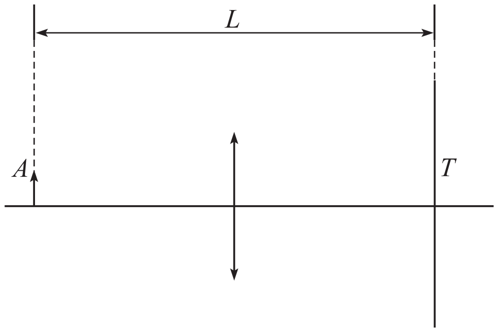




$$\therefore R_{eq} = \frac{16R}{29}$$

Alternativa D

Questão 20



Uma lente convergente de distância focal f situa-se entre o objeto A e a tela T, como mostra a figura acima.
Sendo L a distância entre o objeto e a tela, considere as seguintes afirmativas:
I) Se $L > 4f$, existem duas posições da lente separadas por uma distância ________, para as quais é formada na tela uma imagem real.
II) Se $L < 4f$, existe apenas uma posição da lente para a qual é formada na tela uma imagem real.
III) Se $L = 4f$, existe apenas uma posição da lente para a qual é formada na tela uma imagem real.
Está(ão) correta(s) a(s) afirmativa(s):

A) I e II, apenas
B) I e III, apenas
C) II e III, apenas
D) I, II e III
E) III, apenas

Resolução:
Resolvendo o sistema:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$p + p' = L$$

Temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{L-p}$$

$$\therefore \ \frac{1}{f} = \frac{L}{p(L-p)}$$

$$\therefore \ p(L-p) - fL = 0$$

$$\therefore \ p^2 - pL + fL = 0$$

Que possui raízes da forma:

$$p = \frac{L \pm \sqrt{L^2 - 4fL}}{2}$$

Assim:

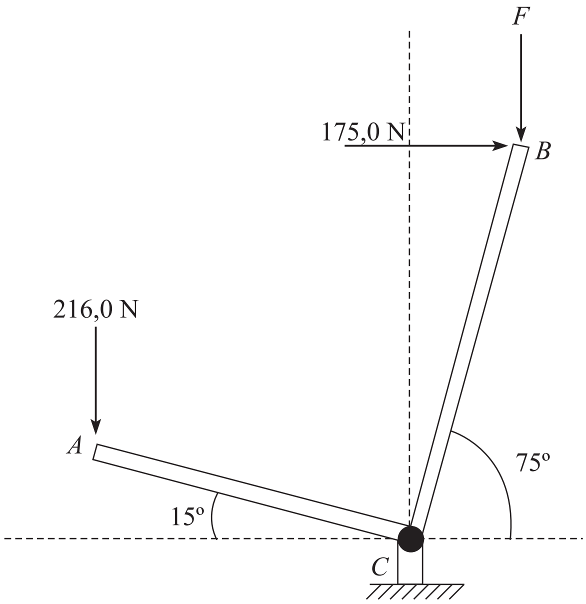
I) (V) Se $L > 4f$ então:
$L^2 - 4fL > 0$ e existem duas posições da lente separadas por uma distância
$d = \sqrt{L^2 - 4fL}$

II) (F) Se $L < 4f$
Então:
$L^2 - 4fL < 0$
e não existem posições conforme pedido;

III) (V) Se $L = 4f$,
então, $L^2 - 4fL = 0$
Existindo apenas uma posição.

Alternativa B

Questão 21



A figura acima apresenta um perfil metálico AB, com dimensões $AC = 0{,}20\,\text{m}$ e $CB = 0{,}18\,\text{m}$, apoiado em C por meio de um pino sem atrito. Admitindo-se desprezível o peso do perfil AB, o valor da força vertical F, em newtons, para que o sistema fique em equilíbrio na situação da figura é:

Dados:

- $\text{sen}(15°) = 0{,}26$
- $\cos(15°) = 0{,}97$

A) $242{,}5$
B) $232{,}5$
C) $222{,}5$
D) $212{,}5$
E) $210{,}5$

Resolução:

Para que o sistema esteja em equilíbrio o torque total em relação a C deve ser nulo:

$$\sum \tau_C = 0$$

$$\therefore\ +216 \cdot \overline{AC} \cdot \cos 15° - 175 \cdot \overline{BC} \cdot \text{sen}\, 75° - F \cdot \overline{BC} \cdot \cos 75° = 0$$

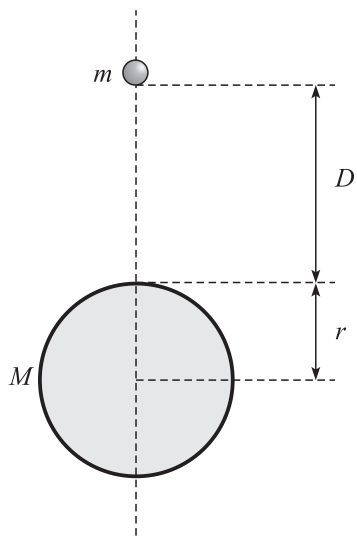
$$\therefore\ F \cdot 0{,}18 \cdot \cos 75° = 216 \cdot 0{,}2 \cdot \cos 15° - 175 \cdot 0{,}18 \cdot \text{sen}\, 75°$$

$$\therefore\ F \cdot 0{,}18 \cdot 0{,}26 = 216 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}97 - 175 \cdot 0{,}18 \cdot 0{,}97$$

$$\therefore\ F = 242{,}5\,\text{N}$$

Alternativa A

Questão 22



A figura acima apresenta um pequeno corpo de massa m em queda livre na direção do centro de um planeta de massa M e de raio r sem atmosfera, cujas superfícies distam D. É correto afirmar que a aceleração do corpo

Observações:

- $D >> r$;
- $M >> m$.

A) é constante.
B) independe da massa do planeta.
C) diminui com o tempo.
D) aumenta com o tempo.
E) depende da massa do corpo.

Resolução:

O corpo acelera devido à atração gravitacional

$$f_R = f_G$$

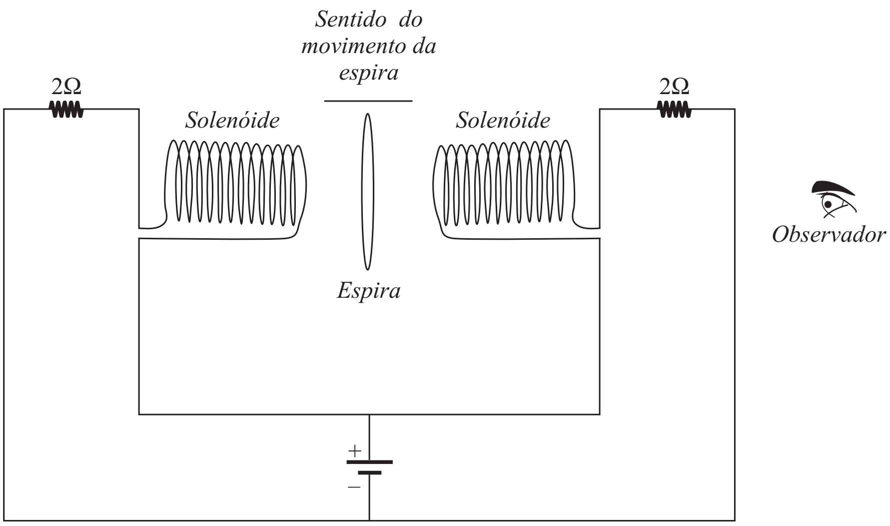
$$m \cdot a = \frac{GMm}{(D+r)^2}$$

$$\therefore a = \frac{GM}{(D+r)^2}$$

Assim, à medida que os corpos se aproximam, D diminui e a aumenta.

Alternativa D

Questão 23



A figura acima apresenta um circuito composto por dois solenóides com resistências desprezíveis e dois resistores de 2Ω ligados a uma bateria. Uma corrente é induzida em uma espira situada entre os dois solenóides quando esta se desloca da direita para a esquerda, a partir da posição equidistante em relação aos solenóides. Sabendo-se que as influências mútuas dos campos magnéticos no interior de cada solenóide são desprezíveis, pode-se afirmar que o valor da tensão da bateria em volts e o sentido da corrente induzida na espira para o observador são:

Dados:

- Campo magnético no interior de cada solenóide: $4 \cdot 10^{-3}$ T
- Permeabilidade magnética no vácuo: $4\pi \cdot 10^{-7}$ T·m/A
- Número de espiras de cada solenóide: 10
- Comprimento de cada solenóide: 4 cm

A) $40/\pi$ e sentido anti-horário
B) $80/\pi$ e sentido horário
C) $80/\pi$ e sentido anti-horário
D) $160/\pi$ e sentido horário
E) $160/\pi$ e sentido anti-horário

Resolução:
Podemos calcular a corrente em cada solenóide da forma:

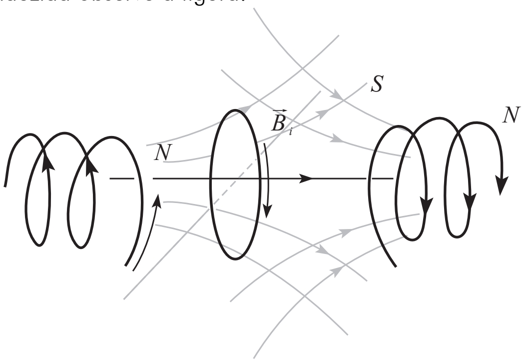
$$B = \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot i$$

$$\therefore\ i = \frac{B \cdot l}{N \cdot \mu_0} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}$$

$$\therefore\ i = \frac{4}{\pi} \cdot 10\,\text{A}$$

E a tensão: $U = R \cdot i = \frac{80}{\pi}\,\text{V}$

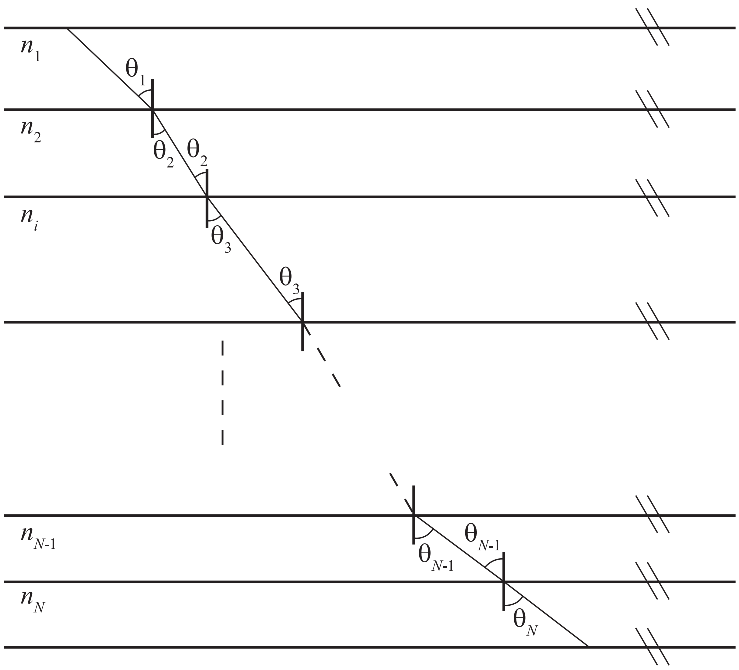
Para determinação do sentido da corrente induzida observe a figura:



Pela lei de Lenz a corrente induzida terá sentido horário.

Alternativa B

Questão 24



Considere um meio estratificado em N camadas com índices de refração n_i, como mostrado na figura acima, onde estão destacados os raios traçados por uma onda luminosa que os atravessa, assim como seus respectivos ângulos com as normais a cada interface.
Se $n_{i+1} = n_i/2$ para $i = 1, 2, 3, \ldots N-1$ e $\operatorname{sen}\theta_N = 1024 \operatorname{sen}\theta_1$, então N é igual a:

<u>Observações:</u>

- A escala da figura não está associada aos dados.
- Admite-se que sempre ocorrerá a refração.

A) 5
B) 6
C) 9
D) 10
E) 11

Resolução:
Podemos escrever para as refrações sucessivas:

$$\operatorname{sen}\theta_1 \cdot n_1 = \operatorname{sen}\theta_2 \cdot n_2$$
$$\operatorname{sen}\theta_2 \cdot n_2 = \operatorname{sen}\theta_3 \cdot n_3$$
$$\vdots$$
$$\operatorname{sen}\theta_{N-1} \cdot n_{N-1} = \operatorname{sen}\theta_N \cdot n_N$$

Sendo assim:

$$\operatorname{sen}\theta_1 \cdot n_1 = \operatorname{sen}\theta_N \cdot n_N \quad (1)$$

Onde $\operatorname{sen}\theta_N = 2^{10} \cdot \operatorname{sen}\theta_1$ (2)

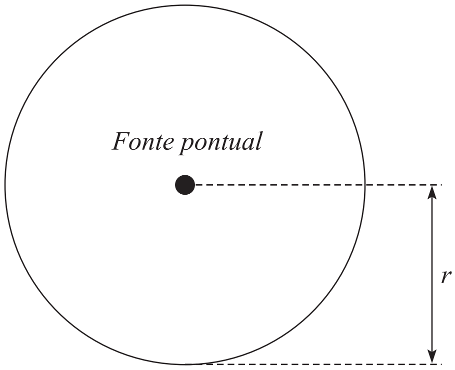
E substituindo (2) em (1) temos:

$n_N = \dfrac{n_1}{2^{10}}$ e $n_N = \dfrac{n_1}{2^{N-1}}$

Logo, $N = 11$

Alternativa E

Questão 25



A figura acima apresenta uma fonte sonora pontual que emite uma onda harmônica esférica em um meio não dispersivo. Sabendo que a média temporal da intensidade da onda é diretamente proporcional ao quadrado da sua amplitude, pode-se afirmar que a amplitude a uma distância r da fonte é proporcional a:

A) $1/r^{1/2}$
B) $1/r$
C) $1/r^{3/2}$
D) $1/r^2$
E) $1/r^3$

Resolução:
Podemos escrever a intensidade para cada r da forma:

$$I = \frac{P_0}{4\pi r^2} \quad (1)$$

Em que P_0 é a potência emitida. E sendo I da forma:

$$I = K \cdot A^2 \quad (2)$$

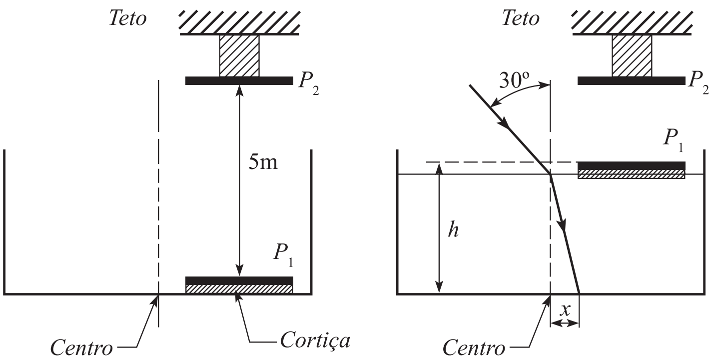
Igualando (1) e (2) temos:

$$KA^2 = \frac{P_0}{4\pi r^2}$$

$$\therefore A = 1/r \cdot \sqrt{\frac{P_0}{4\pi K}}$$

Alternativa B

Questão 26



Uma fina placa metálica P_1, apoiada em um tablete de cortiça no fundo de um frasco cilíndrico, dista 5 metros de uma placa idêntica P_2, fixa no teto, conforme a figura acima. As duas placas formam um capacitor carregado com Q coulombs.

Enche-se o referido frasco com um líquido de índice de refração $n = 2,5$, até a altura de h metros. Em seguida, lança-se sobre o centro da superfície um raio de luz monocromática, sob um ângulo de $30°$ com a vertical.

Sabendo que a energia armazenada no capacitor fica reduzida a $0,6$ do valor inicial, que o raio refratado atinge um ponto situado a x metros do centro do fundo do frasco e desprezando o efeito de borda do capacitor, podemos dizer que o valor aproximado de x é:

Observação:

• A espessura da cortiça é desprezível em relação à altura h.

A) $0,1$

B) $0,2$

C) $0,3$

D) $0,4$

E) $0,5$

Resolução:

No início, temos que a capacitância C_0 vale:

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{d_0} = \frac{\varepsilon_0 A}{5}$$

E, a energia armazenada vale:

$$E_0 = \frac{Q^2}{2C_0} = \frac{5Q^2}{2\varepsilon_0 A}$$

No fim, a energia armazenada vale:

$$E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A}(5-h)$$

E, $E = 0,6\ E_0$.

Assim:

$$Q^2 \frac{(5-h)}{2\varepsilon_0 A} = 0,6 \cdot \frac{5Q^2}{2\varepsilon_0 A}$$

$$\therefore\ (5-h) = 3$$

$$\therefore\ h = 2\ \text{m}$$

Por outro lado:

$$\text{sen } 30° \cdot (1) = \text{sen } \theta \cdot 2,5$$

$$\text{sen}\,\theta = \frac{1}{5}$$

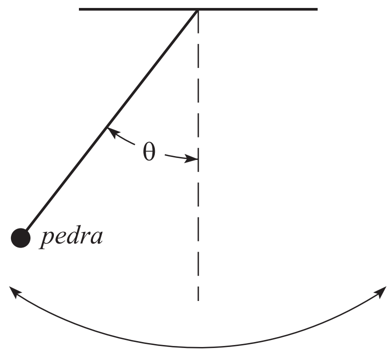
E, daí:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{\sqrt{24}}{24} = \frac{x}{n}$$

$$\therefore\ x = 0,4\ \text{m}$$

Alternativa D

Questão 27



Uma pedra está presa a um fio e oscila da maneira mostrada na figura acima. Chamando T a tração no fio e θ o ângulo entre o fio e a vertical, considere as seguintes afirmativas:

I) O módulo da força resultante que atua na pedra é igual a $T\ \text{sen}\,\theta$.

II) O módulo da componente, na direção do movimento, da força resultante que atua na pedra é máximo quando a pedra atinge a altura máxima.

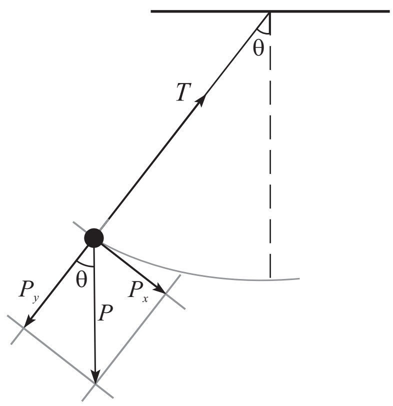
III) A componente, na direção do fio, da força resultante que atua na pedra é nula no ponto em que a pedra atinge a altura máxima.

Está(ão) correta(s) a(s) afirmativa(s):

A) I e II, apenas
B) I e III, apenas
C) II e III, apenas
D) I, II e III
E) II, apenas

Resolução:

Em um instante qualquer, as forças atuantes podem estar decompostas conforme a figura:



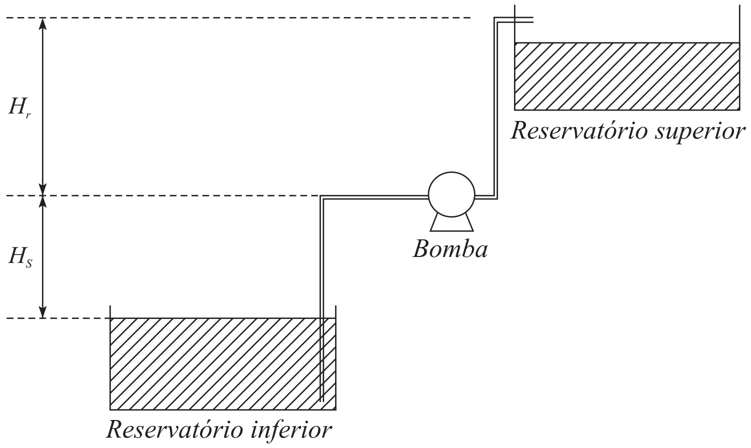
I) (F) Na altura máxima, a resultante vale $P_x = P\,\text{sen}\,\theta$, sendo $T = P\cos\theta$, o que torna falsa a proposição.

II) (V) A componente na direção do movimento é P_x que é máximo quando θ é máximo, ou seja, altura máxima.

III) (V) No ponto de altura máxima a velocidade é nula e não há força centrípeta, ou seja, a resultante na direção do fio é nula.

Alternativa C

Questão 28



A figura acima representa o sistema de bombeamento de água de uma residência. As alturas de sucção (H_s) e recalque (H_r) valem, respectivamente, 10 e $15\ \mathrm{m}$. O sistema é projetado para trabalhar com uma vazão de $54\ \mathrm{m^3/h}$. A bomba que efetua o recalque da água é acionada por um motor elétrico, de corrente contínua, que é alimentado por uma tensão de $200\ V$. A corrente de operação do motor, em ampères, para que o sistema opere com a vazão projetada é, aproximadamente:

Observação:
- as perdas internas do motor elétrico e da bomba são desprezíveis.

Dados:
- as perdas devido ao acoplamento entre o motor e a bomba são de 30%;
- aceleração da gravidade: $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$
- massa específica da água: $1\ \mathrm{kg/L}$

A) 13
B) 19
C) 27
D) 33
E) 39

Resolução:

A energia fornecida para uma massa m bombeada vale:

$$E = mg\,\Delta h = m \cdot 10 \cdot (10+15)$$

$$\therefore\ E = 250 \cdot m$$

E a potência fornecida:

$$P = \frac{E}{\Delta t} = 250 \cdot \frac{m}{\Delta t}$$

$$\therefore P = 250 \cdot \frac{54 \cdot 10^3}{3600}\,\mathrm{W}$$

$$\therefore P = 3750\,\mathrm{W}$$

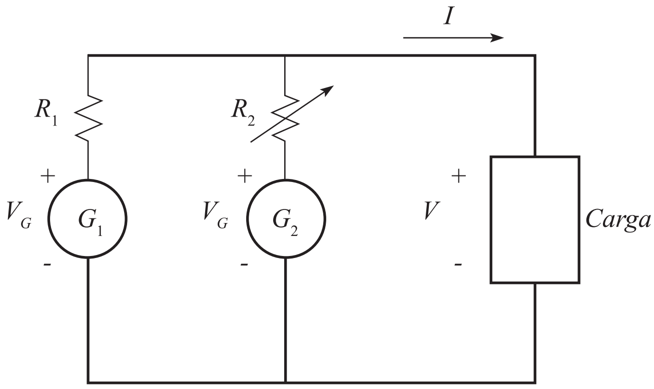
E, por fim a potência total vale:

$$P_T = \frac{3750}{0{,}7} = U \cdot i$$

$$\therefore\ i = 27\,\mathrm{A}$$

Alternativa C

Questão 29



Um sistema composto por dois geradores denominados G_1 e G_2, cuja tensão de saída é V_G, é apresentado na figura acima. Este sistema alimenta uma carga que opera com uma tensão V e demanda da rede uma corrente I. O valor de R_2 em função de R_1, de modo que o gerador G_2 atenda 40% da potência da carga, é:

A) $1/2R_1$
B) R_1
C) $3/2R_1$
D) $2R_1$
E) $5/2R_1$

Resolução:
Fazendo $I = i_1 + i_2$, devemos ter que:

$P_2 = 0{,}4 \cdot P_T$ (40% da potência)

$\therefore\ V \cdot i_2 = 0{,}4 \cdot V \cdot \mathrm{J}$

$\therefore\ i_2 = 0{,}4\left(i_1 + i_2\right)$

$\therefore\ i_1 = \dfrac{3}{2} i_2$

Nos geradores:

$V = V_G - R_1 \cdot i_1 = V_G - R_2 \cdot i_2$

$\therefore\ R_1 i_1 = R_2 i_2$

$\therefore\ R_2 = R_1 \cdot \dfrac{i_1}{i_2} = \dfrac{3}{2} R_1$

Alternativa C

Questão 30

A água que alimenta um reservatório, inicialmente vazio, escoa por uma tubulação de $2\ \mathrm{m}$ de comprimento e seção reta circular. Percebe-se que uma escala no reservatório registra um volume de $36\ L$ após $30\ \mathrm{min}$ de operação. Nota-se também que a temperatura na entrada da tubulação é $25\ ^{\circ}C$ e a temperatura na saída é $57\ ^{\circ}C$. A água é aquecida por um dispositivo que fornece $16{,}8\ \mathrm{kW}$ para cada metro quadrado da superfície do tubo. Dessa forma, o diâmetro da tubulação, em mm, e a velocidade da água no interior do tubo, em $\mathrm{cm/s}$, valem, respectivamente:

Dados:

- $\pi/4 = 0{,}8$;
- massa específica da água: $1\ \mathrm{kg/L}$; e
- calor específico da água: $4200\ \mathrm{J/kg\ ^{\circ}C}$.

A) $2{,}5$ e 40
B) 25 e 4
C) 25 e 40
D) $2{,}5$ e 4
E) 25 e $0{,}4$

Resolução:
Em regime estacionário de vazão temos que num intervalo de tempo Δt a quantidade de água que entra na tubulação Δm é igual à que sai. Assim:

$Q = \Delta m \cdot c \cdot \Delta\theta \quad (1)$

Em que $\Delta\theta = 57 - 25 = 32\ °C$ e: $Q = P \cdot \Delta t = (16{,}8\ \text{kW}) \cdot A \cdot \Delta t \quad (2)$

Podemos calcular a vazão da forma: $Z = \dfrac{\Delta m}{\Delta t} = \dfrac{36\ \text{kg}}{30 \cdot 60\text{s}} = 0{,}02\ \text{kg/s}$

E igualando (1) e (2) temos: $\Delta m \cdot c \cdot \Delta\theta = \dfrac{(16{,}8\ \text{kW})}{m^2} \cdot A \cdot \Delta t$

$$\therefore\ A = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot \frac{c \cdot \Delta\theta}{(16{,}8\ \text{kW})} = \frac{\left(0{,}02\dfrac{\text{kg}}{\text{s}}\right) \cdot \left(4200\dfrac{\text{J}}{\text{kg °C}}\right)(32\ °C)}{\left(16{,}8 \cdot 10^3 \dfrac{W}{\text{m}^2}\right)}$$

$\therefore\ A = 0{,}16\ \text{m}^2$

$\therefore\ 2\pi R \cdot L = 0{,}16$

$\therefore\ d = \dfrac{0{,}16}{\pi L} = 25\ \text{mm}$

Podemos determinar a velocidade da forma:

$Z_\ell = \dfrac{\Delta V}{\Delta t} = A_c \cdot \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = A_c \cdot v$

$\therefore\ v = \dfrac{Z_\ell}{A_c} = \dfrac{0{,}02 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot R^2}\ \text{m}^3/\text{s} \qquad \therefore\ v = \dfrac{0{,}02 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 0{,}8 \cdot \dfrac{(25 \cdot 10^{-3})^2}{2}} = 4\ \text{cm/s}$

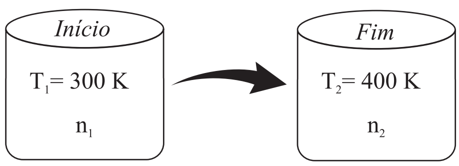
Alternativa B

Questão 31

Um recipiente de paredes rígidas, contendo apenas ar, aberto para a atmosfera, é aquecido de $27\,°C$ a $127\,°C$. Calcule a percentagem mássica de ar que saiu do recipiente, quando atingido o equilíbrio final.

A) 79%
B) 75%
C) 30%
D) 25%
E) 21%

Resolução:



Cálculo do número final de $\text{mol}(n_2)$

$n_1 T_1 = n_2 T_2$

$n_1\, 300 = n_2\, 400 \qquad \therefore n_2 = \dfrac{3}{4} n_1$

Cálculo do número de mol que saiu (n_s)

$n_s = n_1 - n_2$

$n_s = n_1 - \dfrac{3}{4} n_1 \qquad \therefore n_s = \dfrac{1}{4} n_1\ \therefore\ 25\%$

Como o número de mol e diretamente proporcional a massa $n = \dfrac{m}{M}$

A porcentagem mássica que escapou é de 25%

Alternativa D

Questão 32

Sabendo que $18{,}0\,g$ de um elemento de X reagem exatamente com $7{,}75\,g$ de oxigênio para formar um composto de fórmula X_2O_5, a massa de um mol de X é:

A) $99{,}2\,g$
B) $92{,}9\,g$
C) $74{,}3\,g$
D) $46{,}5\,g$
E) $18{,}6\,g$

Resolução:

Reação: $4X + 5O_2 \rightarrow 2X_2O_5$
Proporção em massa
$4 \times M_x$ _________ $5 \times 32\,g\,O_2$
$18\,g$ _________ $7{,}75\,g\,O_2$

$$M_x = \frac{18 \times 5 \times 32}{4 \times 7{,}75}$$

$M_x = 92{,}90\,g/mol$
Onde M_x = massa molar do elemento X

Alternativa B

Questão 33

Marque a resposta certa, correspondente aos números de oxidação dos elementos sublinhados em cada fórmula, na ordem em que estão apresentados.

$$\underline{Ag}O;\ Na\underline{O_2};\ H_2\underline{S_2}O_8;\ \underline{Ni}(CO)_4;\ \underline{U_3}O_8$$

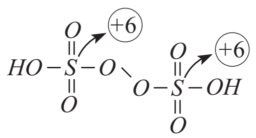
A) $+2$; -1; $+7$; $+2$ e $+8/3$
B) $+1$; -1; $+7$; 0 e $+16/3$
C) $+2$; $-1/2$; $+6$; 0 e $+16/3$
D) $+1$; $-1/2$; $+7$; $+2$ e $+16/3$
E) $+2$; -1; $+6$; $+2$ e $+8/3$

Resolução:
Em uma substância composta o somatório dos Nox de todos os participantes é numericamente igual a zero. Considere que X seja o número de oxidação do elemento destacado.

$Ag^{x}O^{-2} \qquad x - 2 = 0 \qquad \therefore\ x = 2$

$Na^{+1}O_2^{x} \qquad +1 + 2x = 0 \qquad \therefore\ x = -\tfrac{1}{2}$

$H_2S_2O_8 \Rightarrow$ No caso do peroxidissufúrico, devemos lembrar que há uma ligação peróxido $(O-O)$ que não produz diferença de eletronegatividade. Portanto, calculando o número oxidação do enxofre por diferença de eletronegatividade, temos o valor $+6$.



$\underset{zero}{\underset{\downarrow}{Ni}}(CO)_4 \Rightarrow$ O complexo tetracarbonilniquel é eletricamente neutro, sendo formado pela interação de grupos CO com o metal níquel, que apresenta número de oxidação zero.

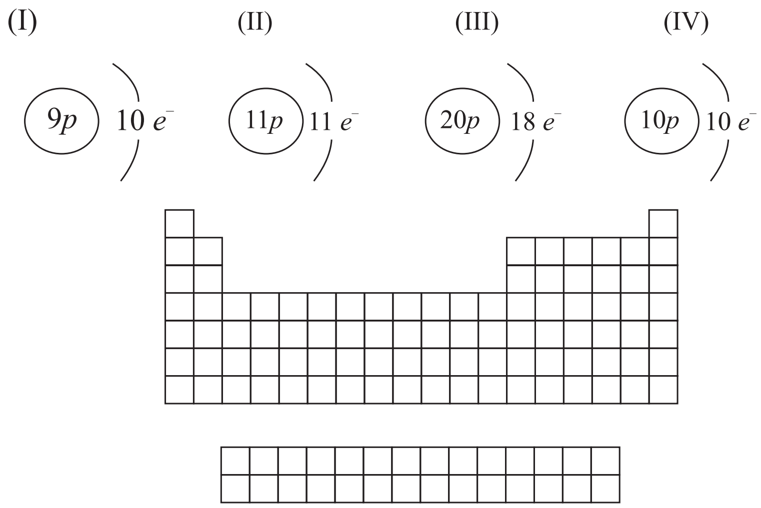
$U_3^{x}O_8^{-2} \qquad 3x - 16 = 0 \qquad x = \dfrac{+16}{3}$

Obs.: AgO é uma fórmula empírica. Fica melhor representado como $Ag^{I}Ag^{III}O_2$, e deve ser chamado de óxido de prata (I, III), correspondendo ao Ag_2O. Ag_2O_3. Dois enganos foram cometidos ao longo do tempo.
1) Que a prata fosse $+2$ – não é, uma vez que o composto é diamagnético.
2) Que fosse peróxido de prata, com Ag^{+1} e $(O_2)^{2-}$, correspondendo a Ag_2O_2 – não há íons peróxido na estrutura.

Este composto é usado na manufatura de pilhas "óxido de prata-zinco". É um sólido cinza escuro, que pode ser preparado pela solução de um mol de prata a uma solução de persulfato, por exemplo, $AgNO_3 + Na_2S_2O_8$.

Alternativa C

Questão 34



Considere as espécies de (I) a (IV) e o arcabouço da Tabela Periódica representados a seguir. Assinale a alternativa correta.
A) A espécie (II) é um gás nobre.
B) A camada de valência da espécie (I) pode ser representada por: $ns^2\ np^5$.
C) A camada de valência da espécie (III) pode ser representada por: $ns^2\ np^6$.
D) A espécie (IV) é um metal eletricamente neutro.
E) As espécies (I) e (III) são cátions.

Resolução:
Observa-se pelos dados do exercício que:
- A espécie (I) e o íon $_{9}F^{-}$
- A espécie (II) é o átomo neutro de sódio $_{11}Na^{0}$
- A espécie (III) é o íon $_{20}Ca^{2+}$
- A espécie (IV) é o átomo neutro de neônio $_{10}Ne$

Podemos concluir que o íon $_{20}Ca^{2+}$ apresenta configuração de gás nobre.

Alternativa C

Questão 35

O número máximo de aldeídos que podem ser obtidos pela ozonólise de uma mistura dos hidrocarbonetos com fórmula molecular C_5H_{10} é:
A) 4
B) 5
C) 6
D) 7
E) 8

Resolução:
Com a fórmula C_5H_{10} podemos escrever as estruturas dos seguintes alcenos:

$$CH_3-CH_2-CH_2-CH=CH_2 \quad : Pent\text{ - }1\text{ - }eno\ (A)$$

$$CH_3-CH_2-CH=CH-CH_3 \quad : Pent\text{ - }2\text{ - }eno\ (B)$$

$$CH_3-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}-CH=CH_2 \quad : 3\text{ - }metilbut\text{ - }1\text{ - }eno\ (C)$$

$$CH_3-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}=CH-CH_3 \quad : 2\text{ - }metilbut\text{ - }2\text{ - }eno\ (D)$$

$$CH_3-CH-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}=CH_2 \quad : 2\text{ - }metilbut\text{ - }1\text{ - }eno\ (E)$$

Considerando as reações de ozonólise (seguida de hidrólise na presença de zinco) teremos.

<u>A</u> forma <u>metanal</u> e <u>butanal</u>
<u>B</u> forma <u>etanal</u> e <u>propanal</u>
<u>C</u> forma metanal e <u>metilpropanal</u>
<u>D</u> forma etanal e propanona
<u>E</u> forma metanal e butanona
Logo são possíveis 5 aldeídos

Alternativa B

Questão 36

A entalpia de fusão de uma determinada substância é $200\ \text{kJ/kg}$, e seu ponto de fusão normal é $27°\text{C}$. Após a solidificação de $3\ \text{kg}$ do material, pode-se afirmar que a entropia desse sistema:

A) diminuiu $2\ \text{kJ/K}$.
B) diminuiu $600\ \text{kJ/K}$.
C) não variou.
D) aumentou $2\ \text{kJ/K}$.
E) aumentou $600\ \text{kJ/K}$.

Resolução:
Substância X
$X_{(s)} \rightarrow X_{(l)}$

$$\begin{cases} \Delta H_{fusão} = 200\ \text{kJ/kg} \\ PF = 27°\text{C} = 300\ \text{K} \end{cases}$$

Cálculo de quantidade de calor envolvido na fusão.

$1\ \text{kg}$ ——— $200\ \text{kJ}$
$3\ \text{kg}$ ——— $Q_{fusão}$
$\therefore Q_{fusão} = 600\ \text{kJ}$ liberados

Cálculo da variação de entropia de solidificação

$$\Delta S = \frac{Q}{T} \therefore \Delta S = \frac{-600}{300} \therefore \Delta S = -2\ \text{kJ}$$

Portanto, a entropia diminui de $2\ \text{kJ}$.

Alternativa A

Questão 37

Em sistemas envolvendo reações paralelas, um importante parâmetro é a seletividade (se), definida como a razão entre as taxas de geração dos produtos de interesse (I) e dos secundários (S).
Considere o caso em que a taxa de produção de I é dada por $K_I C_r^{\xi}$ e a de S por $K_S C_r^{\gamma}$, onde:

- C_r é a concentração do reagente;
- K_I e K_S são as velocidades específicas de reação para I e S, respectivamente;
- ξ e γ são dois números inteiros e positivos.

Para uma temperatura constante, pode-se afirmar que a seletividade:

A) permanece constante independentemente de C_r.
B) permanece constante quaisquer que sejam os valores de ξ e γ.
C) é maior no início da reação quando $\xi = \gamma$.
D) é menor no fim da reação quando $\xi < \gamma$.
E) é maior no início da reação quando $\xi > \gamma$.

Resolução:

$(se) = \frac{R_I}{R_S}$; onde

R_I = taxa de geração de interesse
R_S = taxa de geração dos secundários
R_I e R_S são dados por:

$R_I = K_I \cdot C_r^{\xi}$ e $R_S = K_S \cdot C_r^{\gamma}$

Dividindo, temos:

$\frac{R_I}{R_S} = \frac{K_I \cdot C_r^{\xi}}{K_S \cdot C_r^{\gamma}} \therefore \frac{K_I \cdot C_r^{\xi}}{K_S \cdot C_r^{\gamma}}$

$Se = K \cdot C_r^{(\xi-\gamma)}$

Como a seletividade é dada pela fórmula

$(se) = K \cdot C_r^{(\xi-\gamma)}$

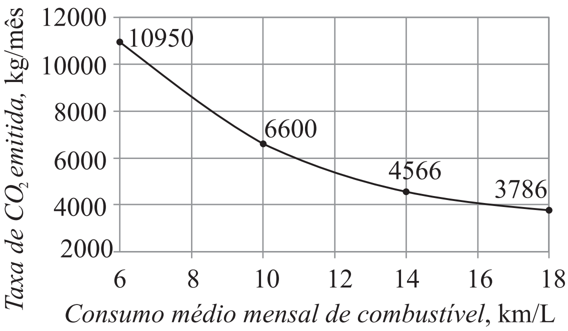
temos que ela é maior quando

$\xi > \gamma$

Alternativa E

Questão 38

A taxa de emissão de dióxido de carbono em função do consumo médio de certo combustível, em um carro de testes, é apresentada a seguir.



Para um consumo médio de 10 km/L, a massa total mensal de combustível consumida é 2175 kg. Dentre as opções abaixo, pode-se afirmar que o combustível testado foi o:

A) metano
B) propano
C) butano
D) heptano
E) octano

Resolução:

Sendo M a massa molar do combustível e n o número de átomos de carbono na fórmula deste combustível, teremos

M ——— $n \cdot 44 \text{g}$

2175kg ——— 6600kg

$M = 14{,}5n$

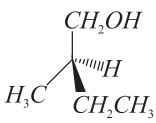
Como n deve ser inteiro a resposta conveniente é o butano, pois:

$n = 4 \Rightarrow M = 58 \text{ g/mol}$

Alternativa C

Questão 39

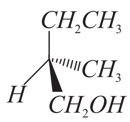
Observe as estruturas abaixo e analise as afirmativas feitas sobre elas.



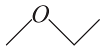
(I)

$CH_3CH_2CH{=}CHCH(OH)CH_3$

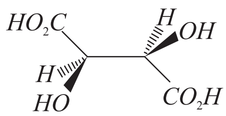
(II)



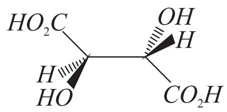
(III)



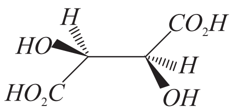
(IV)



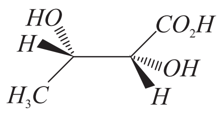
(V)



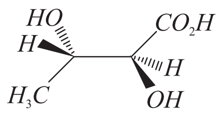
(VI)



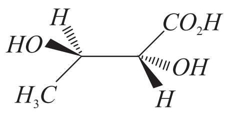
(VII)



(VIII)



(IX)



(X)

1 – As estruturas (I) e (IV) representam isômeros constitucionais.

2 – As estruturas (I) e (III) representam um par de enantiômeros.

3 – Existem quatro estereoisômeros que têm a fórmula estrutural condensada (II).

4 – Os compostos (V) e (VII) apresentam pontos de fusão idênticos.

5 – As estruturas (VIII) e (IX) representam um par de diastereoisômeros.

6 – Todos os compostos (V) a (X) apresentam atividade óptica.

7 – As estruturas (VIII) e (X) são representações do mesmo composto.

Podemos concluir que são verdadeiras as afirmativas:

A) 1, 3 e 5
B) 2, 5 e 6
C) 1, 4 e 7
D) 3, 4 e 5
E) 3, 6 e 7

Resolução:

- Afirmação 1 $\rightarrow$ (falsa)
  (I) e (IV) não são isômeros.
- Afirmação 2 $\rightarrow$ (falsa)
  (I) e (III) são o mesmo composto.
- Afirmação 3 $\rightarrow$ (verdadeira)
  Possui 2 estereocentros (1 geométrico e 1 óptico).
- Afirmação 4 $\rightarrow$ (verdadeira)
  Propriedades físicas idênticas é característica de isômeros ópticos.
- Afirmação 5 $\rightarrow$ (verdadeira)
  São isômeros ópticos não enanciômeros (meso e R).
- Afirmação 6 $\rightarrow$ (falsa)
  (VI) representa um mesômero e portanto, não apresenta atividade óptica.
- Afirmação 7 $\rightarrow$ (falsa)
  (VIII) e (X) são estereoisômeros.

Alternativa D

Questão 40

Um gás ideal sofre uma mudança de estado ilustrada pelos gráficos I e II abaixo.

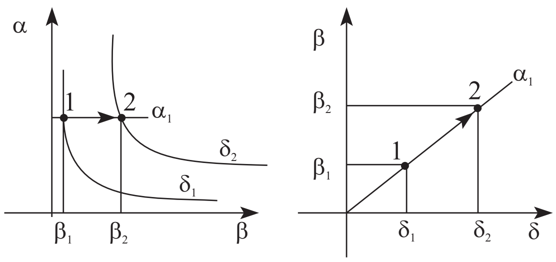


Gráfico I Gráfico II

Dentre as alternativas abaixo, assinale aquela que se ajusta aos gráficos acima.

A) α é o volume, β é a temperatura, δ é a pressão e o processo é uma expansão a temperatura constante.
B) δ é a temperatura, β é a pressão, α é o volume e o processo é uma compressão.
C) α é o volume, β é a pressão, δ é a temperatura e o processo é um resfriamento isobárico.
D) α é o volume, β é a temperatura, δ é a pressão e o processo é uma compressão isotérmica.
E) α é a pressão, β é o volume, δ é a temperatura e o processo é um aquecimento isobárico.

Resolução:
Observa-se pelo gráfico I que as curvas δ_1 e δ_2 representam isotermas em um gráfico $P \times V$ ou $V \times P$. Portanto δ é a temperatura sendo δ_2 maior que δ_1. Conclui-se, então que a transformação $1 \rightarrow 2$ é uma expansão isobárica que ocorre devido ao aquecimento do gás ideal.

Alternativa E

Professores

Física
Rodrigo Bernadelli

Matemática
Bruno Fraga
Lafayette
Luís Antônio
Marcelo Moraes
Ney Marcondes

Química
Dalton
Everton
Nelson
Thé

Colaboradores
Aline Alkmin
Amanda Zardini
Fabrício Almeida
Henrique Schaper
José Diogo
Pedro Gonçalves

Digitação e Diagramação
Érika Rezende
João Paulo
Leandro Bessa
Márcia Santana
Val Pinheiro
Vinícius Ribeiro

Desenhistas
Deise Lara
Leandro Bessa
Mariana Fiusa
Rodrigo Ramos
Taís Dourado
Vinicius Ribeiro

Projeto Gráfico
Mariana Fiusa
Vinicius Ribeiro

Assistente Editorial
Val Pinheiro

Supervisão Editorial
Rodrigo Bernadelli
Marcelo Moraes

A ***Resolução Comentada*** *das provas do IME poderá ser obtida diretamente no*

OLIMPO *Pré-Vestibular.*

As escolhas que você fez nessa prova, assim como outras escolhas na vida, dependem de conhecimentos, competências, conhecimentos e habilidades específicos. Esteja preparado.

www.grupoolimpo.com.br

opirus
EDITORA

olimpo