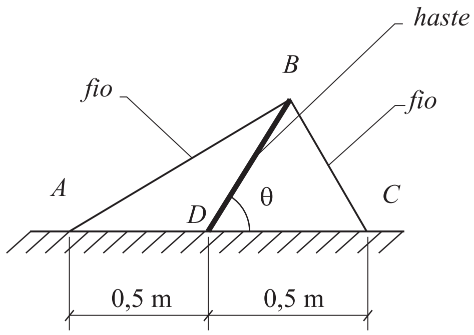
Questão 01



Um varal de roupas foi construído utilizando uma haste rígida DB de massa desprezível, com a extremidade D apoiada no solo e a B em um ponto de um fio ABC com $2,0\text{ m}$ de comprimento, 100 g de massa e tensionado de 15 N, como mostra a figura acima. As extremidades A e C do fio estão fixadas no solo, equidistantes de $0,5\text{ m}$ da extremidade D da haste.

Sabe-se que uma frequência de batimento de 10 Hz foi produzida pela vibração dos segmentos AB e BC em suas frequências fundamentais após serem percutidos simultaneamente. Diante do exposto, determine a inclinação θ da haste.

Resolução:

Cálculo da velocidade de propagação da onda na corda:

$T = 15\text{ N}$

$$\mu = \frac{100\text{ g}}{2\text{ m}} = \frac{0{,}10\text{ kg}}{2\text{ m}} = 0{,}05\text{ kg/m}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{15}{0{,}05}}$$

$$v = 10\sqrt{3}\text{ m/s}$$

Fazendo $BC = \ell$ temos $AB = 2 - \ell$ e daí:

$\lambda_{BC} = 2\ell$ e $\lambda_{AB} = 2(2-\ell)$

Lembrando que $v = \lambda f$, ou seja, $f = \frac{v}{\lambda}$ temos:

$$f_{AB} = \frac{v}{\lambda_{AB}} = \frac{v}{2(2-\ell)}$$

$$f_{BC} = \frac{v}{\lambda_{BC}} = \frac{v}{2\ell}$$

Do batimento de 10 Hz:

$$f_{BC} - f_{AB} = 10\text{ Hz}$$

$$\frac{v}{2\ell} - \frac{v}{2(2-\ell)} = 10$$

$$\frac{v}{2}\left(\frac{1}{\ell} - \frac{1}{2-\ell}\right) = 10$$

$$v\frac{(2-\ell-\ell)}{\ell(2-\ell)} = 20$$

$$\frac{10\sqrt{3}(2-2\ell)}{2\ell-\ell^2}=20$$

$$\ell^2-\left(\sqrt{3}+2\right)\ell+\sqrt{3}=0$$

$$\ell=\frac{\sqrt{3}+2\pm\sqrt{7}}{2}$$

Como $\ell<2$:

$$\ell=\frac{\sqrt{3}+2-\sqrt{7}}{2} \text{ e } 2-\ell=\frac{2-\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2}$$

Fazendo $DB=x$ e lei dos cossenos nos triângulos ABD e BDC:

$$\left.\begin{aligned}\ell^2&=x^2+0{,}5^2-2\cdot x\cdot 0{,}5\cdot\cos\theta\\(2-\ell)^2&=x^2+0{,}5^2-2\cdot x\cdot 0{,}5\cdot\cos(180°-\theta)\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

$$\therefore \ell^2+(2-\ell)^2=2x^2+2\cdot 0{,}5^2$$

$$7-\sqrt{21}=2x^2+\frac{1}{2}$$

$$\frac{13-2\sqrt{21}}{2}=2x^2$$

$$x^2=\frac{13-2\sqrt{21}}{4}$$

$$x=\frac{\sqrt{13-2\sqrt{21}}}{2}$$

Voltando em (1):

$$\frac{14+4\sqrt{3}-2\sqrt{21}-4\sqrt{7}}{4}=\frac{13-2\sqrt{21}}{4}+\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{13-2\sqrt{21}}}{2}\cdot\cos\theta$$

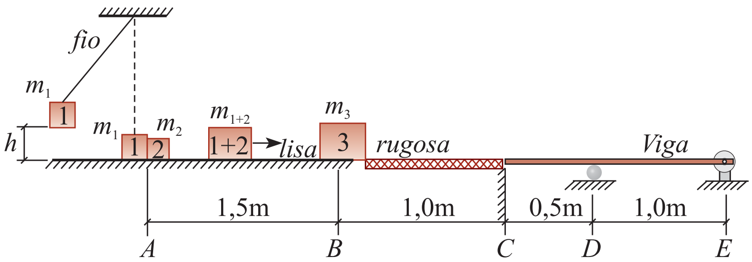
$$\frac{4\sqrt{3}-4\sqrt{7}}{4}=-\frac{\sqrt{13-2\sqrt{21}}}{2}\cdot\cos\theta$$

$$\frac{\sqrt{13-2\sqrt{21}}}{2}\cdot\cos\theta=\sqrt{7}-\sqrt{3}$$

$$\cos\theta=\frac{2\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)}{\sqrt{13-2\sqrt{21}}}$$

$$\theta=\arccos\left(\frac{2\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)}{\sqrt{13-2\sqrt{21}}}\right)$$

Questão 02



Um corpo de massa $m_1=4$ kg está em repouso suspenso por um fio a uma altura h do solo, conforme mostra a figura acima. Ao ser solto, choca-se com o corpo m_2 de 2 kg no ponto A, desprendendo-se do fio. Após o choque, os corpos m_1 e m_2 passam a deslizar unidos sobre uma superfície lisa e colidem com um corpo em repouso, de massa $m_3=8$ kg. Nesse ponto, o conjunto m_1+m_2 para e o corpo m_3 move-se em uma superfície rugosa de coeficiente de atrito cinético igual a $0{,}45$, estacionando no ponto C, situado na extremidade da viga CE. A viga é constituída por um material uniforme e homogêneo, cuja massa específica linear é 4 kg/m. Determine:

a) a altura h;

b) o valor e o sentido da reação vertical do apoio E depois que o corpo m_3 atinge o ponto C da viga.

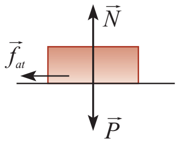
Dado:
aceleração da gravidade: $10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Observação:
Considerar que os corpos m_1, m_2 e m_3 apresentam dimensões desprezíveis.

Resolução:

a)

i) Bloco 3 região BC.



$$F_R = F_{at} = \mu \cdot N$$
$$m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g$$
$$a = 0,45 \times 10$$
$$a = 4,5\ \text{m/s}^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s$$
$$0^2 = v_{3_B}^2 + 2 \cdot (-4,5) \cdot 1$$
$$v_{3_B}^2 = 9$$
$$v_{3_B} = 3\ \text{m/s}$$

ii) Colisão entre o sistema $(m_1 + m_2)$ e o sistema (m_3).

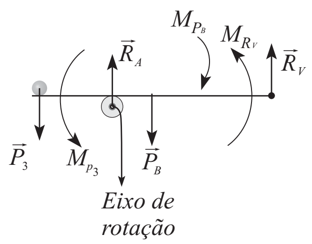
$$\sum \vec{Q}_{antes} = \sum \vec{Q}_{depois}$$
$$\vec{Q}_{12} + \vec{Q}_3 = \vec{Q}'_{12} + \vec{Q}'_3$$
$$m_{12} \cdot v_{12} = m_3 \cdot v_{3_B}$$
$$(4+2) \cdot v_{12} = 8 \cdot v_{3_B} = 8 \cdot 3$$
$$6 \cdot v_{12} = 8 \cdot 3$$
$$v_{12} = 4\ \text{m/s}$$

iii) Colisão entre o sistema (m_1) e o sistema (m_2).

$$\sum \vec{Q}_{antes} = \sum \vec{Q}_{depois}$$
$$\vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 = \vec{Q}'_1 + \vec{Q}'_2$$
$$m_1 \cdot v_{1_A} = (m_1 + m_2) \cdot v_{12}$$
$$4 \cdot v_1 = (4+2) \cdot 4$$
$$v_1 = 6\ \text{m/s}$$

$$\therefore E_{m_F} = E_{m_A}$$
$$E_{C_F} + E_{P_F} = E_{C_A} + E_{P_A}$$
$$mgh_F = \frac{mv_A^2}{2}$$
$$10 \cdot h = \frac{6^2}{2}$$
$$h = 1,8\ \text{m}$$

b)



$$m_B = 4 \times 1,5 = 6\ \text{kg}$$

$P_B = mg = 6 \times 10$
$P_B = 60 \text{ N}$

$\sum M = M_R = 0$
$M_{P_B} = M_{R_V} + M_{P_3}$
$60 \times 0,25 = R_V \cdot 1 + 80 \times 0,5$
$15 = R_V + 40$
$R_V = -25 \text{ N}$

A reação vertical é de 25 N e sentido para baixo.

Questão 03

Em visita a uma instalação fabril, um engenheiro observa o funcionamento de uma máquina térmica que produz trabalho e opera em um ciclo termodinâmico, extraindo energia de um reservatório térmico a 1000 K e rejeitando calor para um segundo reservatório a 600 K. Os dados de operação da máquina indicam que seu índice de desempenho é 80%. Ele afirma que é possível racionalizar a operação acoplando uma segunda máquina térmica ao reservatório de menor temperatura e fazendo com que esta rejeite calor para o ambiente, que se encontra a 300 K. Ao ser informado de que apenas 60% do calor rejeitado pela primeira máquina pode ser efetivamente aproveitado, o engenheiro argumenta que, sob estas condições, a segunda máquina pode disponibilizar uma quantidade de trabalho igual a 30% da primeira máquina. Admite-se que o índice de desempenho de segunda máquina, que também opera em um ciclo termodinâmico, é metade do da primeira máquina. Por meio de uma análise termodinâmica do problema, verifique se o valor de 30% está correto.

<u>Observação:</u>
o índice de desempenho de uma máquina térmica é a razão entre o seu rendimento real e o rendimento máximo teoricamente admissível.

Resolução:

1ª máquina:

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_F}{T_Q} = 1 - \frac{600}{1000}$$
$$\eta_{Carnot} = 0,4$$

$$Índice = \frac{\eta_{Real}}{\eta_{Carnot}}$$
$$0,8 = \frac{\eta_{Real}}{0,4}$$
$$\eta_{Real} = 0,32$$

$$\eta_{Real} = \frac{\tau_{1^a}}{Qt_1}$$
$$\tau_{1^a} = 0,32 \cdot Qt_1$$
$$\therefore |Q_{RET}| = 0,68 \cdot Qt_1$$

2ª máquina:

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_F}{T_Q} = 1 - \frac{300}{600}$$
$$\eta_{Carnot} = 0,5$$

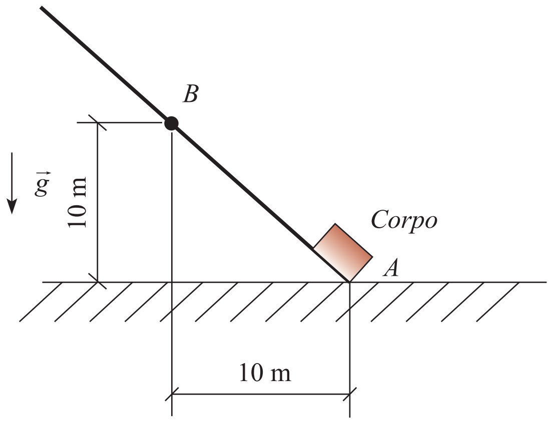
$$Índice = \frac{\eta_{Real}}{\eta_{Carnot}}$$
$$0,4 = \frac{\eta_{Real}}{0,5}$$
$$\eta_{Real} = 0,2$$

$$\eta_{Real} = \frac{\tau_{2^a}}{Qt_2}$$

$$0,2 = \frac{\tau_{2^a}}{0,6 \cdot |Q_{RET}|}$$
$$\tau_{2^a} = 0,2 \times 0,6 \times 0,68 \times Qt_1$$
$$\tau_{2^a} = 0,0816 \times Qt_1$$

$$\therefore \begin{array}{ccc} \tau_{1^a} & \to & 100\% \\ \tau_{2^a} & \to & x\% \end{array} \Rightarrow \begin{array}{ccc} 0,32 \cdot Qt_1 & \to & 100\% \\ 0,0816 \cdot Qt_1 & \to & x\% \end{array}$$
$$\therefore x = 25,5\%$$
A afirmação é falsa.

Questão 04

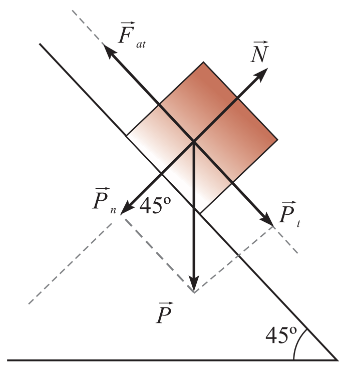


Um corpo com velocidade v parte do ponto A, sobe a rampa AB e atinge o repouso no ponto B. Sabe-se que existe atrito entre o corpo e a rampa e que a metade da energia dissipada pelo atrito é transferida ao corpo sob a forma de calor. Determine a variação volumétrica do corpo devido à sua dilatação.

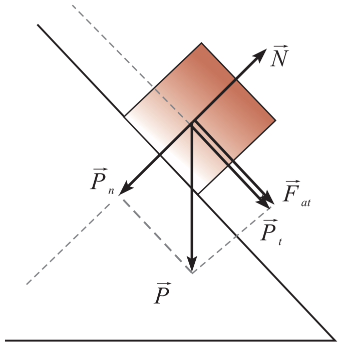
Dados:
- aceleração da gravidade: $g = 10 \ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$;
- volume inicial do corpo: $v_i = 0,001 \ \text{m}^3$;
- coeficiente de dilatação térmica linear do corpo: $\alpha = 0,00001 \ \text{K}^{-1}$;
- calor específico do corpo: $c = 400 \ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Observações:
- o coeficiente de atrito cinético é igual a 80% do coeficiente de atrito estático;
- o coeficiente de atrito estático é o menor valor para o qual o corpo permanece em repouso sobre a rampa no ponto B.

Resolução:



$$F_{at} = P_t$$
$$\mu \cdot N = P_t$$
$$\mu_E \cdot P_N = P_t$$
$$\mu_E \cdot P \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = P \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\mu_E = 1$$



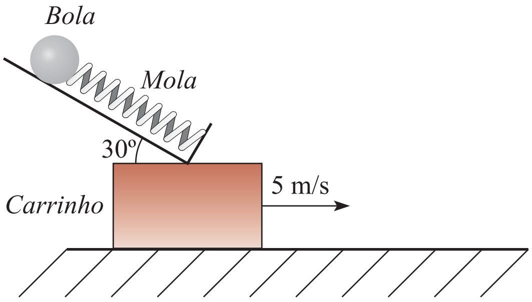
$$\tau_{F_{at}} = F_{at} \cdot d \cdot \cos\theta$$
$$\tau_{F_{at}} = \mu_C \cdot N \cdot d \cdot \cos\theta$$
$$\tau_{F_{at}} = 0{,}8 \times m \times 10 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 10\sqrt{2} \times (-1)$$
$$\tau_{F_{at}} = -80m \text{ J}$$

$$Q = \frac{\left|\tau_{F_{at}}\right|}{2} = \frac{80m}{2}$$
$$Q = 40m \text{ J}$$

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$
$$40m = m \cdot 400 \cdot \Delta\theta$$
$$\Delta\theta = \frac{8}{40}$$
$$\Delta\theta = 0{,}1 \text{ K}$$

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta\theta$$
$$\Delta V = 10^{-3} \times 3 \times 10^{-5} \times 0{,}1$$
$$\Delta V = 3 \times 10^{-9} \text{ m}^3$$
$$\Delta V = 3 \text{ mm}^3$$

Questão 05



A figura apresenta um carrinho que se desloca a uma velocidade constante de 5 m/s para a direita em relação a um observador que está no solo. Sobre o carrinho encontra-se um conjunto formado por um plano inclinado de 30°, uma mola comprimida inicialmente de 10 cm e uma pequena bola apoiada em sua extremidade. A bola é liberada e se desprende do conjunto na posição em que a mola deixa de ser comprimida. Considerando que a mola permaneça não comprimida após a liberação da bola, devido a um dispositivo mecânico, determine:

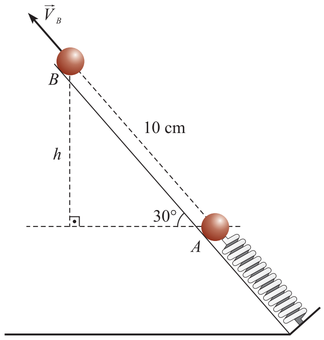
a) o vetor momento linear da bola em relação ao solo no momento em que se desprende do conjunto;
b) a distância entre a bola e a extremidade da mola quando a bola atinge a altura máxima.

Dados:
- Constante elástica da mola: $k = 100 \text{ N.m}^{-1}$
- Massa da bola: $m = 200 \text{ g}$
- Aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$

Observação:
A massa do carrinho é muito maior que a massa da bola.

Resolução:

a)



$$\text{sen}30° = \frac{h}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore h = 5\text{cm}$$

$$E_{MB} = E_{MA}$$

$$E_{CB} + E_{PB} = E_{CA} + E_{PA}$$

$$\frac{mV_B{}^2}{2} + \text{mg}h_B = \frac{kx^2}{2}$$

$$\frac{0{,}2 \cdot V_B^2}{2} + 0{,}2 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-2} = \frac{100 \cdot (0{,}1)^2}{2}$$

$$0{,}1V_B{}^2 + 0{,}1 = 0{,}5$$

$$V_B = 2\text{m/s}$$

$$V_{B_V} = V_B \,\text{sen}\,30° = 2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\therefore V_{B_V} = 1\text{m/s}$$

$$V_{B_H} = V_B \cdot \cos 30° = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore V_{B_H} = \sqrt{3}\,\text{m/s}$$

$$\overrightarrow{V_{BT}} = \overrightarrow{V_{BC}} + \overrightarrow{V_{CT}}$$

$$\overrightarrow{V_{CT}} = 5\vec{i}$$

$$\overrightarrow{V_{BC}} = -\sqrt{3}\vec{i} + 1\vec{j}$$

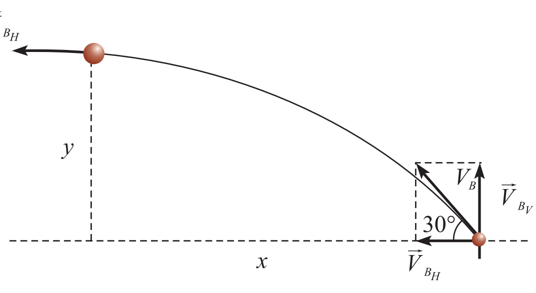
$$\therefore \overrightarrow{V_{BT}} = -\sqrt{3}\vec{i} + 1\vec{j} + 5\vec{i} \quad \therefore \overrightarrow{V_{BT}} = \left(5 - \sqrt{3}\right)\vec{i} + 1\,\vec{j}$$

$$\therefore \vec{Q} = m\vec{v}$$

$$\therefore \vec{Q} = 0{,}2\left(5 - \sqrt{3}\right)\vec{i} + 0{,}2\left(\,\vec{j}\,\right)$$

$$\therefore \vec{Q} = \left(1 - 0{,}2\sqrt{3}\right)\vec{i} + 0{,}2\,\vec{j}$$

b)



Na vertical (muv)

$$V = V_0 + at$$

$$0 = 1 - 10 \cdot t_s$$

$$\therefore t_s = 0{,}1\text{s}$$

$$V^2 = V_0{}^2 + 2a\,\Delta s$$

$$0 = 1^2 + 2(-10) \cdot y$$

$$20y = 1$$

$y = \frac{1}{20}$

$\therefore y = 0{,}05\,\text{m}$

Na horizontal (mu)

$S = S_0 + Vt$

$\Delta S = Vt$

$x = \sqrt{3} \cdot 0{,}1$

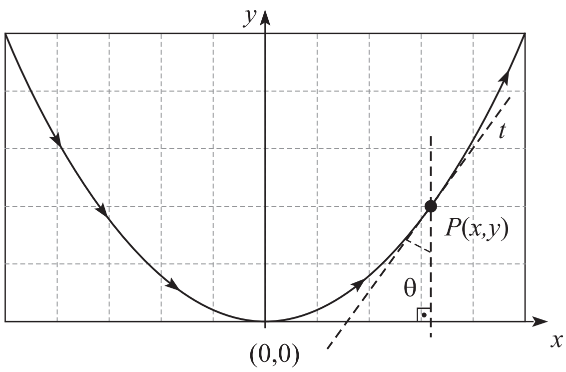
$\therefore x = 0{,}173\,\text{m}$

$d^2 = y^2 + x^2$

$d^2 = 0{,}05^2 + 0{,}173^2$

$\therefore d = 0{,}18\,\text{m}$

Questão 06



A figura acima mostra a trajetória parabólica de um raio luminoso em um meio não homogêneo.
Determine o índice de refração n desse meio, que é uma função de y, sabendo que a trajetória do raio é descrita pela equação $y = ax^2$, onde $a > 0$.

Dados:

- $\text{cotg}\,\theta = 2ax$;
- $n(0) = n_o$.

Observação:

$P(x, y)$ é o ponto de tangência entre a reta t e a parábola.

Resolução:

Aplicando lei de Snell na refração que ocorre quando o raio sai da origem e se encaminha para um ponto $P(x, y)$ tão próximo quanto se queira, temos;

$\text{sen}\,90^\circ\, n_o = \text{sen}\,\theta\; n(x, y)$

$\therefore n(x, y) = \frac{n_0}{\text{sen}\,\theta}$

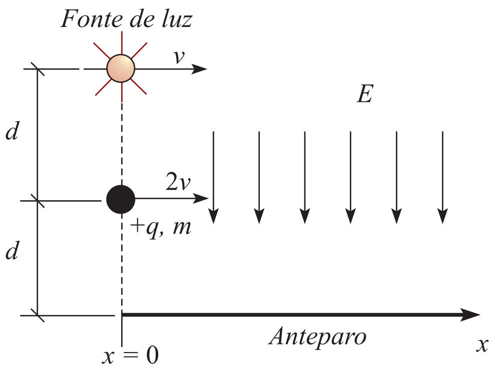
Em que:

$\text{sen}\,\theta = \frac{1}{\sqrt{1 + 4a^2x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 4ay}}$

Por fim;

$n(x, y) = n_0\sqrt{1 + 4ay}$

Questão 07



A figura apresenta uma fonte de luz e um objeto com carga $+q$ e massa m que penetram numa região sujeita a um campo elétrico E uniforme e sem a influência da força da gravidade. No instante $t=0$, suas velocidades horizontais iniciais são v e $2v$, respectivamente. Determine:

a) o instante t em que o objeto se choca com o anteparo;
b) a equação da posição da sombra do objeto no anteparo em função do tempo;
c) a velocidade máxima da sombra do objeto no anteparo;
d) a equação da velocidade da sombra do objeto no anteparo em função do tempo caso o campo elétrico esteja agindo horizontalmente da esquerda para a direita.

Resolução:
Colocando o eixo vertical y fixo na frente na fonte de luz temos um novo referencial conforme as figuras:

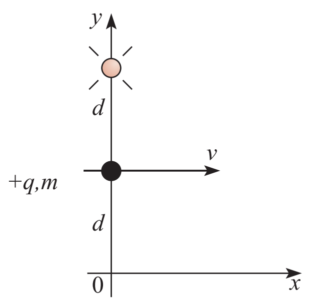


Figura 1

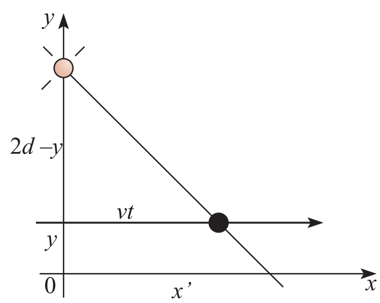


Figura 2

a) Na vertical temos para o objeto um MUV com aceleração

$$F_R = F_E$$
$$m\,a = q\,E$$
$$\therefore a = \frac{q \cdot E}{m}$$

E tempo de queda.

$$S = S_0 + V_0\,t + \frac{a\,t^2}{2}$$
$$d = \frac{qE}{2m} \cdot t^2 \;\therefore\; t = \sqrt{\frac{2md}{qE}}$$

b) Podemos determinar a posição da sombra pela semelhança de triângulos na figura 2:

$$\frac{x`}{2d} = \frac{vt}{2d - y} \quad (1)$$

Sendo que :

$$y = d - \frac{q\,E\,t^2}{2m} \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1) temos:

$$x` = vt \cdot \left(\frac{2d}{2d - \left(d - \frac{qEt^2}{2m} \right)} \right)$$

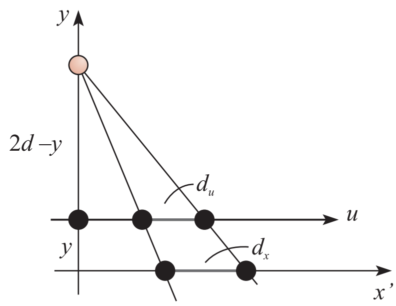
$$\therefore x` = \frac{2dvt}{d + \frac{qEt^2}{2m}}$$

E , por fim,

$x = x`+vt$

$$\therefore x = vt\left(1 + \frac{2d}{d + \frac{qEt^2}{2m}}\right)$$

c) observe a figura :



Em um intervalo de tempo tão pequeno quanto requeira enquanto o objeto desloca d_u a sombra desloca d_x , sendo que esses valores são proporcionais a suas velocidades horizontais.

Pela figura:

$$\frac{d_x}{2d} = \frac{d_u}{2d - y}$$

$$\therefore d_x = \frac{2d}{(2d - y)} \cdot d_u$$

Sendo que o maior valor de $\frac{2d}{2d - y}$ ocorre para $y = d$:

$$d_x = 2d_u$$

Logo, a velocidade máxima da sombra no novo sistema $x`oy$ vale:

$v`_x = 2v$

E , no sistema inicial:

$v_x = 3v$

d) Nesse caso teríamos uma altura constante para o corpo $y = d$ e uma aceleração constante horizontal no sistema $x`oy$:

$F_R = F_E$

$ma = q \cdot E$

$$\therefore a_x = \frac{qE}{m}$$

E para a velocidade em $x`oy$:

$$\frac{v`_x}{2d} = \frac{v + \frac{qE}{m}.t}{d}$$

$$\therefore v`_x = 2v + \frac{2qEt}{m}$$

E no referencial xoy temos finalmente:

$$v_x = 3v + \frac{2qEt}{m}$$

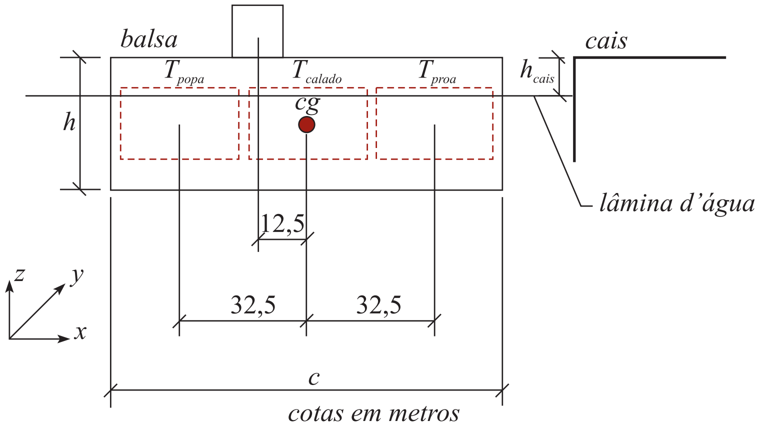


Figura 1

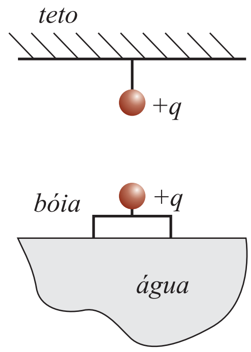


Figura 2

Uma balsa de 2×10^6 kg encontra-se ancorada em um cais realizando uma operação de carregamento. O alinhamento horizontal da balsa é controlado por dois tanques denominados tanque de proa e tanque de popa (T_{proa} e T_{popa}). Cada um desses tanques possui uma bomba que realiza a transferência da água contida em seu interior para o outro tanque. Além desses dois tanques, existe o tanque de calado, denominado T_{calado}, que controla a profundidade (posição vertical) da balsa, captando ou rejeitando a água do mar, de modo que seu plano de embarque permaneça no nível do cais. Um corpo de massa 400×10^3 kg está embarcado na balsa, a uma distância de 12,5 m a esquerda do centro de gravidade da balsa (*cg*) e centralizada em relação ao eixo *y*. Toda situação descrita acima se encontra representada na Figura 1.
Para a determinação do volume de água contido no tanque de calado, foi idealizado um dispositivo composto por duas cargas positivas iguais a 1 μC, que é capaz de medir a força de repulsão entre as cargas. A primeira carga se localiza em uma bóia no interior do tanque e a segunda carga se localiza no teto, conforme apresentado na Figura 2.
Sabendo-se que: a massa total de água dos tanques de proa e de popa é $1,4\times10^6$ kg; a altura do cais (h_{cais}) medida a partir da lâmina d´água é 4 m; a balsa encontra-se nivelada com o cais; e em equilíbrio mecânico, determine:

a) A massa de água em cada um dos três tanques.
b) O módulo da força de repulsão entre as cargas.

<u>Dados:</u>
- Densidade da água $\rho = 1000\,\text{kg.m}^{-3}$
- Permissividade do vácuo $\varepsilon_0 = 8,85\times10^{-12}\ \text{F.m}^{-1}$

- Dimensões da balsa:
  - Comprimento: $c = 100$ m;
  - Altura: $h = 10$ m; e
  - Largura: 10 m.
- Dimensões do taque de calado:
  - Comprimento: 30 m;
  - Altura: 9 m; e
  - Largura: 9 m.

Observações:
- O corpo possui dimensões desprezíveis quando comparado à balsa;
- Só é permitida a rotação da balsa em torno de seu eixo *y* (ver Figura 1).

Resolução:

a) Sejam x, y e z as massas de água nos tanques da popa, do calado e da proa respectivamente; e V o volume de água deslocada pela balsa.

$$V = c\cdot L\cdot(h - h_{cais}) = 100\,\text{m}\cdot10\,\text{m}(10\,\text{m} - 4\,\text{m})$$
$$V = 6\cdot10^3\,\text{m}^3$$

Do equilíbrio das forças:

$$E = P_{balsa} + P_{corpo} + P_{água}$$
$$\rho\cdot V\cdot g = m_{balsa}\cdot g + m_{corpo}\cdot g + (x+y+z)\cdot g$$
$$1000\cdot6\cdot10^3 = 2\cdot10^6 + 400\cdot10^3 + x + y + z$$
$$x + y + z = 3,6\cdot10^6\,\text{kg}$$

$$\sum M = 0$$
$$x \cdot g \cdot 32{,}5 + m_{corpo} \cdot g \cdot 12{,}5 - z \cdot g \cdot 32{,}5 = 0$$
$$32{,}5x + 0{,}4 \cdot 10^6 \cdot 12{,}5 - 32{,}5 \cdot z = 0$$
$$32{,}5x + 5 \cdot 10^6 - 32{,}52 = 0$$

Lembrando que $x + z = 1{,}4 \cdot 10^6$ vem $x = 0{,}62 \cdot 10^6$ kg , $y = 2{,}2 \cdot 10^6$ kg e $z = 0{,}78 \cdot 10^6$ kg

b) Calculo da altura h' do nível da água no interior do tanque de calado:

$$30 \cdot 9 \cdot h' = V = \frac{y}{\rho} = \frac{2{,}2 \cdot 10^6}{10^3}$$
$$h' = 8{,}15\,\text{m}$$

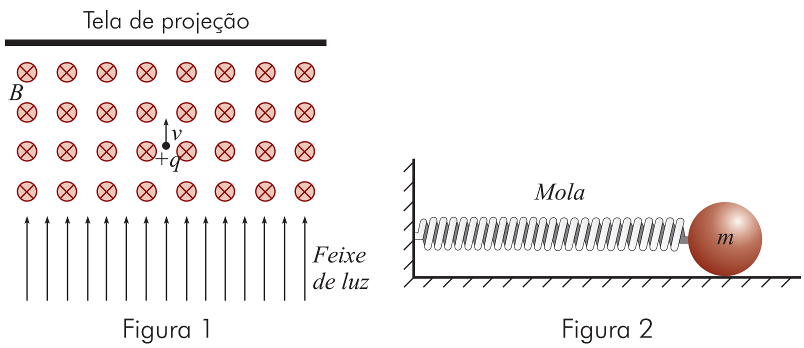
Logo a distância d entre as cargas seria

$$d = 9\,\text{m} - \text{h}'$$
$$d = 0{,}85\,\text{m}$$

Seja F o módulo da força pedida:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q}{d^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} 10^{-6}}{0{,}85^2}$$
$$F = 1{,}25 \cdot 10^{-2}\, N$$

Questão 09



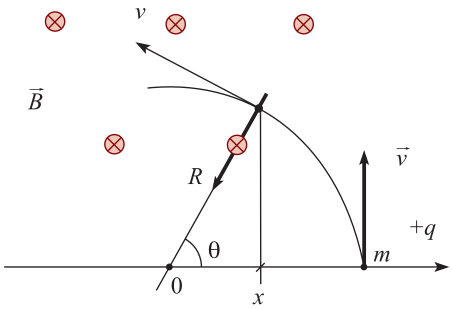
Na Figura 1 é apresentado um corpo de massa *m* e carga $+q$ imerso em um campo magnético *B*. O corpo possui uma velocidade *v* perpendicular ao campo magnético. Nele incide um feixe de luz paralela que o ilumina, projetando a sua sombra em uma tela onde executa um movimento equivalente ao de um corpo com massa *m* preso a uma mola, conforme apresentado na Figura 2. Determine:

a) o valor da constante elástica da mola;
b) a energia potencial elástica máxima;
c) a velocidade máxima do corpo;
d) a frequência do movimento.

Observação:
Despreze a ação da gravidade.

Resolução:

a) A partícula está sujeita apenas à força magnética que atua na direção perpendicular ao vetor velocidade:



$$Fm = Fcp$$

$$qvB \cdot \operatorname{sen}\alpha = m\frac{v^2}{R}$$

$$\therefore R = \frac{mv}{qB}$$

Sendo R o raio do MCU descrito. Podemos projetar esse MCU no eixo x da figura obtendo o MHS equivalente ao sistema massa mola.
No MCU temos:

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{v}{\left(\frac{mv}{qB}\right)} = \frac{qB}{m}$$

No MHS: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

E sendo os movimentos equivalentes:

$$\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{qB}{m}$$

$$\therefore k = \frac{q^2B^2}{m}$$

b) A energia potencial máxima pode ser dada por:

$$Ep_{Max} = \frac{kA^2}{2}$$

$$\therefore Ep_{Max} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{q^2B^2}{m}\right) \cdot \left(\frac{mv}{qB}\right)^2$$

$$\therefore Ep_{Max} = \frac{mv^2}{2}$$

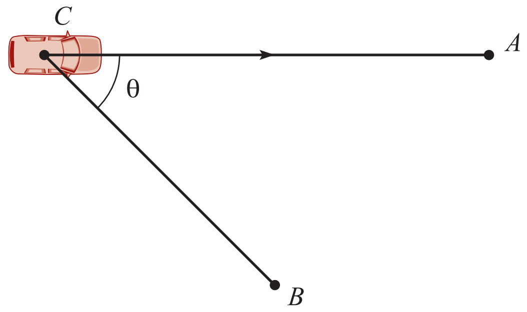
c) Observe na figura que a velocidade do MHS é a projeção em O_x de v.
Sendo assim, sem valor é máximo para $\theta = 90^\circ$:

$$v_{Max} = v$$

d) A frequência do MHS é a mesma do MCU:

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{qB}{m}\right)$$

Questão 10



A figura apresenta um carro C que está se movendo a uma velocidade de 36 km/h em direção a um observador situado no ponto A e que passa próximo de um observador situado no ponto B. A reta CB forma um ângulo θ com a reta CA. A buzina do carro, cuja frequência é 440 Hz, é acionada no momento em que θ = 60°. Sabendo que a frequência ouvida pelo observador situado em A é igual à frequência fundamental de um tubo de 0,19 m de comprimento aberto em uma das extremidades, determine:

a) a velocidade do som no local;
b) a frequência ouvida pelo observador situado em B.

Observação:
o tubo encontra-se no mesmo local dos observadores.

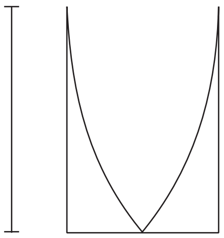
Resolução:

a) Cálculo da frequência ouvida em A (tubo aberto):

$$v = \lambda \cdot f_A \therefore f_A = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{4\ell}$$

$$f_A = \frac{v}{4 \cdot (0{,}19)} = \frac{v}{0{,}76} \qquad (1)$$

$\ell = \frac{\lambda}{4}$



Sendo v a velocidade do som no ar.

Devido ao efeito Doppler, a frequência ouvida em A também pode ser calculada da forma:

$$f_A = f_0 \frac{V}{V - V_f}$$

$$\therefore f_A = 440 \cdot \frac{v}{v - 10} \qquad (2)$$

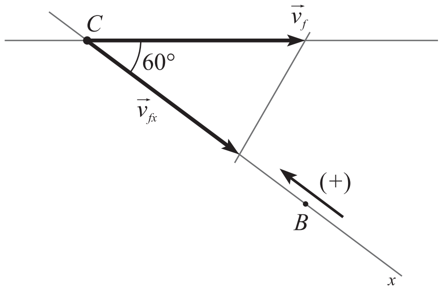
Igualando (1) e (2) temos:

$$\frac{v}{0{,}76} = 440 \cdot \left(\frac{v}{v-10}\right)$$

Daí: $v - 10 = 440 \cdot 0{,}76$

$\therefore v = 344 \text{ m/s}$

b) Observe a figura:



Podemos determinar a frequência ouvida em B da forma:

$$f_B = f_0 \cdot \frac{V}{V - V_{fx}}, \text{ sendo } V_{fx} = V_f \cdot \cos 60^o$$

$$\therefore\ f_B = 440 \cdot \frac{344}{344 - 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$\therefore\ f_B = 446{,}5 \text{ Hz}$$

Professores
Bernadelli
Bruno Steger
Marcelo Moraes

Colaboradores
Aline Alkmin
José Diogo
Mateus Grangeiro
Rubem Jade

Digitação e Diagramação
Daniel Alves
Érika Rezende
João Paulo de Faria

Desenhistas
Rodrigo Ramos
Vinicius Ribeiro

Projeto Gráfico
Vinicius Ribeiro

Assistente Editorial
Valdivina Pinheiro

Supervisão Editorial
José Diogo
Rodrigo Bernadelli
Marcelo Moraes

*A **Resolução Comentada** das provas do IME poderá ser obtida diretamente no*

OLIMPO** Pré-Vestibular, ou pelo telefone **(62) 3088-7777

As escolhas que você fez nessa prova, assim como outras escolhas na vida, dependem de conhecimentos competências e habilidades específicos. Esteja preparado.

www.grupoolimpo.com.br

opirus
EDITORA

olimpo