"A matemática é o alfabeto com que Deus escreveu o mundo"
Galileu Galilei

Questão 01

As dimensões dos lados de um paralelepípedo reto retângulo, em metros, valem a, b e c. Sabe-se que a, b e c são raízes da equação $6x^3 - 5x^2 + 2x - 3 = 0$. Determine, em metros, o comprimento da diagonal deste paralelepípedo.

A) $\frac{1}{6}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{2}{3}$

E) 1

Resolução:

Sabemos que

$$a+b+c=\frac{-(-5)}{6}=\frac{5}{6} \text{ e } ab+ac+bc=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}.$$

logo:

$$(a+b+c)^2=\left(\frac{5}{6}\right)^2$$

$$a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)=\frac{25}{36}$$

$$a^2+b^2+c^2+\frac{2}{3}=\frac{25}{36}$$

$$a^2+b^2+c^2=\frac{1}{36}$$

Lembrando $D^2=a^2+b^2+c^2$, em que D é a diagonal do paralelepípedo:

$$D^2=\frac{1}{36}$$

$$\therefore D=\frac{1}{6}$$

Alternativa A

Questão 02

São dadas as matrizes quadradas inversíveis A, B e C, de ordem 3. Sabe-se que o determinante de C vale $(4-x)$, onde x é um número real, o determinante da matriz inversa de B vale $-\frac{1}{3}$ e que $\left(CA^t\right)^t = P^{-1}BP$, onde P é uma matriz inversível. Sabendo que $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & x & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, determine os possíveis valores de x.

Obs.: $(M)^t$ é a matriz transposta de M .

A) -1 e 3
B) 1 e -3
C) 2 e 3
D) 1 e 3
E) -2 e -3

Resolução:

$$\det A = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & x & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0+0+0-x-0-0=-x$$

Da igualdade $\left(CA^t\right)^t = P^{-1}BP$ vem

$$\det\left[\left(CA^t\right)^t\right] = \det\left(P^{-1}\cdot B\cdot P\right)$$

$$\det\left(CA^t\right) = \det P^{-1}.\det B.\det P$$

$$\det C.\det A^t = \frac{1}{\det P}.\det B.\det P$$

$$\det C.\det A = \det B = \frac{1}{\det B^{-1}}$$

$$(4-x).(-x) = \frac{1}{-\frac{1}{3}}$$

$$(4-x)x = 3$$

$$x^2-4x+3=1$$

$x=1$ ou $x=3$

Alternativa D

Questão 03

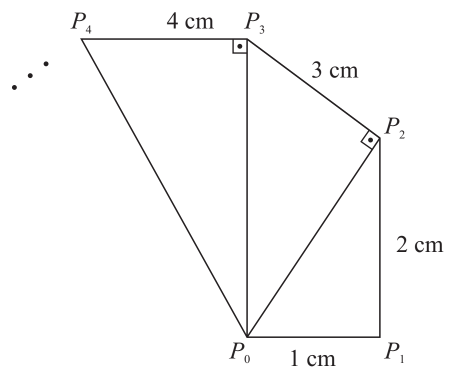
São dados os pontos P_0 e P_1 distantes 1 cm entre si. A partir destes dois pontos são obtidos os demais pontos P_n , para todo n inteiro maior do que um, de forma que:

- o segmento $P_nP_{(n-1)}$ é 1 cm maior do que o segmento $P_{(n-1)}P_{(n-2)}$; e
- o segmento $P_nP_{(n-1)}$ é perpendicular a $P_0P_{(n-1)}$.

Determine o comprimento do segmento P_0P_{24} .

A) 48
B) 60
C) 70
D) 80
E) 90

Resolução:



$$\left(P_0P_2\right)^2 = 1^2+2^2$$

$$\left(P_0P_3\right)^2 = \left(P_0P_2\right)^2+3^2 = 1^2+2^2+3^2$$

$$\left(P_0P_4\right)^2 = \left(P_0P_3\right)^2 + 4^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$$
$$\vdots$$
$$\left(P_0P_{24}\right)^2 = 1^2 + 2^2 + 3^3 + 4^2 + \ldots + 24^2$$

Fazendo:

$$+\begin{cases} (1+1)^3 = 1^3 + 3\cdot 1^2 + 3\cdot 1 + 1 \\ (2+1)^3 = 2^3 + 3\cdot 2^2 + 3\cdot 2 + 1 \\ (3+1)^3 = 3^3 + 3\cdot 3^2 + 3\cdot 3 + 1 \\ \quad \vdots \\ (24+1)^3 = 24^3 + 3\cdot 24^2 + 3\cdot 24 + 1 \end{cases}$$

$$(24+1)^3 = 1^3 + 3\left(1^2 + 2^2 + 3^3 + \ldots + 24^2\right) +$$
$$+3\left(1+2+3+\ldots+24\right) + 24$$
$$25^3 = 1 + 3.\left(P_0P_{24}\right)^2 + 3.\frac{(1+24)24}{2} + 24$$
$$15625 = 925 + 3.\left(P_0P_{24}\right)^2$$
$$\left(P_0P_{24}\right)^2 = 4900$$
$$P_0P_{24} = 70\,\text{cm}$$

Alternativa C

Questão 04

Seja $\operatorname{arcsen}x + \operatorname{arcsen}y + \operatorname{arcsen}z = \frac{3\pi}{2}$, onde x, y e z são números reais pertencentes ao intervalo $[-1,1]$. Determine o valor de $x^{100} + y^{100} + z^{100} - \frac{9}{x^{101} + y^{101} + z^{101}}$.

A) -2
B) -1
C) 0
D) 1
E) 2

Resolução:

A função $\operatorname{arcsen} : [-1,1] \to \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

tem máxima imagem igual a $\frac{\pi}{2}$.

Assim $\operatorname{arcsen}x + \operatorname{arcsen}y + \operatorname{arcsen}z = \frac{3\pi}{2}$

$$\Rightarrow \operatorname{arcsen}x = \operatorname{arcsen}y = \operatorname{arcsen}z = \frac{\pi}{2}$$
$$\Rightarrow x = y = z = 1$$

Donde:

$$x^{100} + y^{100} + z^{100} - \frac{9}{x^{101} + y^{101} + z^{101}} =$$
$$1 + 1 + 1 - \frac{9}{3} = 0$$

Alternativa C

Questão 05

Em um aeroporto existem 12 vagas numeradas de 1 a 12, conforme a figura. Um piloto estacionou sua aeronave em uma vaga que não se encontrava nas extremidades, isto é, distintas da vaga 1 e da vaga 12. Após estacionar, o piloto observou que exatamente 8 das 12 vagas estavam ocupadas, incluindo a vaga na qual sua aeronave estacionou. Determine a probabilidade de que ambas as vagas vizinhas a sua aeronave estejam vazias.

1	2	3	...	10	11	12

A) $\frac{1}{55}$

B) $\frac{2}{55}$

C) $\frac{3}{55}$

D) $\frac{4}{55}$

E) $\frac{6}{55}$

Resolução:

O piloto ocupa uma das 12 vagas. O número de maneiras de outros sete pilotos ocuparem as 11 vagas restantes é $C_{11,7} = 330$

As configurações que nos interessam são aquelas em que nenhum desses outros sete pilotos ocupa uma das duas vagas vizinhas à do primeiro. Isso deixa apenas 9 vagas restantes para esses sete pilotos e o número de maneiras de ocupá-las $C_{9,7} = 36$.

Assim, a probabilidade de que os outros pilotos não ocupem uma vaga vizinha à do primeiro é $\frac{36}{330} = \frac{6}{55}$.

Alternativa E

Questão 06

As raízes cúbicas da unidade, no conjunto dos números complexos, são representadas por 1, w e w^2, onde w é um número complexo. O intervalo que contém o valor de $(1-w)^6$ é:

A) $(-\infty,-30]$

B) $(-30,-10]$

C) $(-10,10]$

D) $(10,30]$

E) $(30,\infty]$

Resolução:

$(1-w)^6 = \left[(1-w)^2\right]^3 = (1-2w+w^2)^3$

Mas $1, w, w^2$ são raízes de $x^3 - 1 = 0$ então $1 + w + w^2 = 0$ (Girard)

Donde $1 + w^2 = -w$

Assim

$(1-2w+w^2)^3 = (-3w)^3 = -27w^3 = -27$

Alternativa B

Questão 07

Uma pirâmide regular possui como base um dodecágono de aresta a. As faces laterais fazem um ângulo de 15° com o plano da base. Determine o volume desta pirâmide em função de a.

A) $\frac{a^3}{2}\frac{\sqrt{\sqrt{3}+2}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

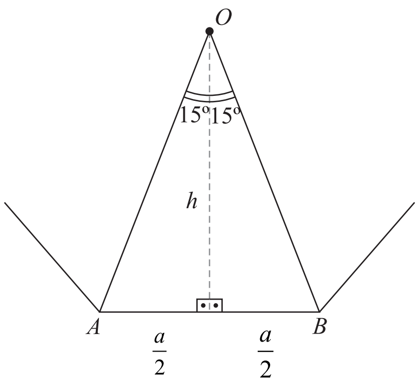
B) $\frac{a^3}{2}\frac{\sqrt{\sqrt{3}-2}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$

C) $a^3\frac{\sqrt{\sqrt{3}+2}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

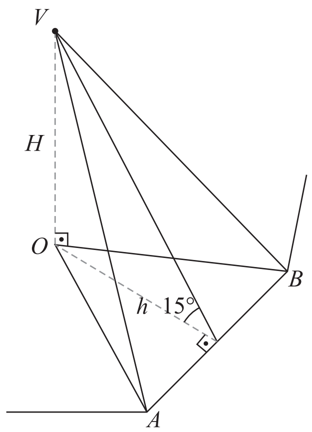
D) $a^3\frac{\sqrt{\sqrt{3}-2}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$

E) $a^3\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt{3}+2}}$

Resolução:



Dodecágono



Pirâmide

Dividindo o decágono em 12 triângulos isósceles de vértice no centro do polígono, base a e altura h, temos:

$$tg15^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{h} \Rightarrow h = \frac{a}{2tg15^\circ}$$

A área da base da pirâmide é

$$A = 12\cdot\frac{ah}{2} = \frac{3a^2}{tg15^\circ}$$

Na pirâmide, de altura H, temos:

$$\frac{H}{h} = tg15^\circ \Rightarrow H = \frac{a}{2}$$

Assim, o volume da pirâmide é:

$$V = \frac{1}{3}\cdot A\cdot H = \frac{1}{3}\cdot\frac{3a^2}{tg15^\circ}\cdot\frac{a}{2} = \frac{a^3}{2tg15^\circ}$$

Da fórmula de arco metade temos:

$$tg15^\circ = tg\left(\frac{30^\circ}{2}\right) = \sqrt{\frac{1-\cos 30^\circ}{1+\cos 30^\circ}} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}$$

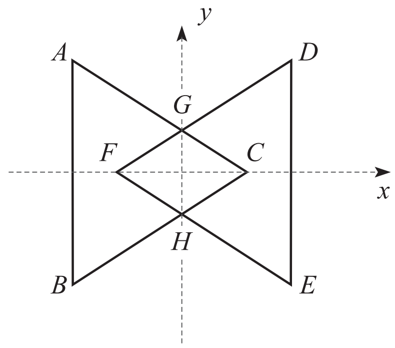
Portanto a fórmula do volume ficaria

$$V = \frac{a^3}{2}\cdot\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$$

Alternativa A

Questão 08

Os triângulos ABC e DEF são equiláteros com lados iguais a m. A área da figura $FHCG$ é igual à metade da área da figura $ABHFG$. Determine a equação da elipse de centro na origem e eixos formados pelos segmentos FC e GH.



A) $48x^2 + 36y^2 - \sqrt{2}m^2 = 0$

B) $8x^2 + 16y^2 - \sqrt{3}m^2 = 0$

C) $16x^2 + 48y^2 - 3m^2 = 0$

D) $8x^2 + 24y^2 - m^2 = 0$

E) $16x^2 - 24y^2 - m^2 = 0$

Resolução:

Seja l a medida do lado do triângulo equilátero GHC, s sua área e S a área do triângulo ABC.

$S = A_{ABHFG} + A_{FHCG} =$

$= 2A_{FHCG} + A_{FHCG} = 3.A_{FHCG}$

$S = 3 \cdot 2s$

$S = 6s$

$\frac{m^2\sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$

$m = l\sqrt{6}$

$l = \frac{m}{\sqrt{6}}$

Logo: $G\left(0, \frac{l}{2}\right)$ e $C\left(\frac{l\sqrt{3}}{2}, 0\right) \Rightarrow G\left(0, \frac{m}{2\sqrt{6}}\right)$ e $C\left(\frac{m}{2\sqrt{2}}, 0\right)$

A elipse pedida tem equação:

$$\frac{x^2}{\left(\frac{m}{2\sqrt{2}}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{m}{2\sqrt{6}}\right)^2} = 1$$

$8x^2 + 24y^2 - m^2 = 0$

Alternativa D

Questão 09

O valor de $y = \text{sen}70^\circ \cos 50^\circ + \text{sen}260^\circ \cos 280^\circ$ é:

A) $\sqrt{3}$

B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

E) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

Resolução:

Da fórmula de prostaferese:

$$\operatorname{sen}p + \operatorname{sen}q = 2\operatorname{sen}\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$$

Primeiro termo:

$$\begin{cases} \dfrac{p+q}{2} = 70^\circ \\ \dfrac{p-q}{2} = 50^\circ \quad \therefore \quad p = 120^\circ \ e \ q = 20^\circ \end{cases}$$

Portanto $2\operatorname{sen}70^\circ\cos 50^\circ = \operatorname{sen}120^\circ + \operatorname{sen}20^\circ$

Segundo termo:

$$\begin{cases} \dfrac{p'+q'}{2} = 260^\circ \\ \dfrac{p'-q'}{2} = 280^\circ \quad \therefore \quad p' = 540^\circ \ e \ q' = -20^\circ \end{cases}$$

Portanto $2\operatorname{sen}260^\circ\cos 280^\circ = \operatorname{sen}540^\circ + \operatorname{sen}(-20^\circ)$

$$\operatorname{sen}70^\circ\cos 50^\circ + \operatorname{sen}260^\circ\cos 280^\circ = x$$
$$2x = 2\operatorname{sen}70^\circ\cos 50^\circ + 2\operatorname{sen}260^\circ\cos 280^\circ$$
$$2x = \operatorname{sen}120^\circ + \operatorname{sen}20^\circ + \operatorname{sen}540^\circ + \operatorname{sen}(-20^\circ)$$
$$2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Alternativa D

Questão 10

A equação da reta tangente à curva de equação $x^2 + 4y^2 - 100 = 0$ no ponto $P(8,3)$ é:

A) $2x + 3y - 25 = 0$

B) $x + y - 11 = 0$

C) $3x - 2y - 18 = 0$

D) $x + 2y - 14 = 0$

E) $3x + 2y - 30 = 0$

Resolução:

$x^2 + 4y^2 - 100 = 0$, derivando implicitamente

$2x\,dx + 8y\,dy = 0$

$8y\,dy = -2x\,dx \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{-x}{4y}$

$E\dfrac{dy}{dx}$ é o coeficiente angular da reta tangente em (x,y).

Assim $m = \dfrac{-8}{4\cdot 3} = \dfrac{-2}{3}$

Reta: $(y - y_0) = m(x - x_0)$

$y - 3 = \dfrac{-2}{3}(x-8)$

$3y - 9 = -2x + 16$

$2x + 3y - 25 = 0$

Alternativa A

Questão 11

Considere o polinômio $5x^3 - 3x^2 - 60x + 36 = 0$. Sabendo que ele admite um solução da forma $\sqrt{n}$, onde n é um número natural, pode se afirmar que:

A) $1 \le n < 5$
B) $6 \le n < 10$
C) $10 \le n < 15$
D) $15 \le n < 20$
E) $20 \le n < 30$

Resolução:

$5x^3 - 3x^2 - 60x + 36 = 0$

Fatorando

$x^2(5x-3) - 12(5x-3) = 0$

$(x^2 - 12)(5x-3) = 0$

$x^2 = 12 \qquad 5x - 3 = 0$

$x = \pm\sqrt{12} \qquad x = \dfrac{3}{5}$

Logo $\sqrt{12}$ é raiz.

$n = 12 \Rightarrow 10 \le n \le 15$

Alternativa C

Questão 12

Se $\log_{10} 2 = x$ e $\log_{10} 3 = y$, então $\log_5 18$ vale:

A) $\dfrac{x+2y}{1-x}$

B) $\dfrac{x+y}{1-x}$

C) $\dfrac{2x+y}{1+x}$

D) $\dfrac{x+2y}{1+x}$

E) $\dfrac{3x+2y}{1-x}$

Resolução:

$\log_5 18 = \dfrac{\log 18}{\log 5} =$

$\dfrac{\log 3 + \log 3 + \log 2}{\log 10 - \log 2}$

$= \dfrac{2y + x}{1-x}$

Alternativa A

Questão 13

Seja a, b e c números reais e distintos. Ao simplificar a função real, de variável real, $f(x) = a^2\dfrac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + b^2\dfrac{(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)} + c^2\dfrac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)}$, obtém-se $f(x)$ igual a:

A) $x^2 - (a+b+c)x + abc$

B) $x^2 + x - abc$
C) x^2
D) $-x^2$
E) $x^2 - x + abc$

Resolução:

Fazendo $x = a$, $x = b$ e $x = c$ vem.
$f(a) = a^2$, $f(b) = b^2$ e $f(c) = c^2$

A função dada é do tipo $f(x) = Ax^2 + Bx + C$:
$f(a) = A \cdot a^2 + B \cdot a + C = a^2$
$f(b) = A \cdot b^2 + B \cdot b + C = b^2$
$f(c) = A \cdot c^2 + B \cdot c + C = c^2$

Que conduz ao sistema linear nas, variáveis A , B e C .

$$\begin{cases} C + a \cdot B + a^2 A = a^2 \\ C + b \cdot B + b^2 \cdot A = b^2 \\ C + c \cdot B + c^2 \cdot A = c^2 \end{cases}$$

Por Cramer temos: $D_C = D_B = 0$ e $D_A = D \neq 0$, logo:
$C = B = 0$ e $A = 1$
$\therefore f(x) = x^2$

Alternativa C

Questão 14

Um curso oferece as disciplinas A , B , C e D . Foram feitas as matriculas dos alunos da seguinte forma:

- 6 alunos se matricularam na disciplina A ;
- 5 alunos se matricularam na disciplina B ;
- 5 alunos se matricularam na disciplina C ; e
- 4 alunos se matricularam na disciplina D .

Sabe-se que cada aluno se matriculou em, no mínimo, 3 disciplinas. Determine a quantidade mínima de alunos que se matricularam nas 4 disciplinas.
A) 0
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4

Resolução:

O total de inscrições feitas nas disciplinas A , B , C , D é $6 + 5 + 5 + 4 = 20$.
Como há 6 alunos inscritos em A , esse é o número mínimo de alunos que temos. Com 7 alunos, inscritos em pelo menos 3 disciplinas, o número de inscrições seria no mínimo $7 \times 3 = 21$, que é impossível pois supera o total de inscrições.

Com exatamente 6 alunos, se nenhum fizer 4 inscrições, teríamos apenas $6 \times 3 = 18$ inscrições, que fica abaixo do número de vagas ocupadas. Se apenas 1 se inscrever em 4 disciplinas então o teríamos $1 \times 4 + 5 \times 3 = 19$ inscrições, que ainda está abaixo do total de inscrições. Com 2 alunos se inscrevendo nas 4 disciplinas, teríamos $2 \times 4 + 4 \times 3 = 20$ inscrições e, portanto, essa é a quantidade mínima procurada.

Alternativa C

Questão 15

Seja F o conjunto cujos elementos são os valores de $n!$, onde n é um número natural. Se G é subconjunto de F que <u>não contém</u> elementos que são múltiplos de 27.209, determine o número de elementos do conjunto G.

A) 6
B) 12
C) 15
D) 22
E) 25

Resolução:

Fatorando obtemos:
$27209 = 7 \cdot 13^2 \cdot 23$

O fatorial de n será múltiplo de 27209 quando possuir os fatores primos 7, 23 e 13, este último em duplicidade.

De $n = 0$ até $n = 22$ não há o fator 23.

Para $n = 23$, $n = 24$ e $n = 25$, o fator 13 só está presente uma vez.

Para $n = 26$ o fator 13^2 já esta presente.

Assim, somente os números de $0!$ a $25!$ são elementos de G. Como $0! = 1!$

$n(G) = 25$

Alternativa E

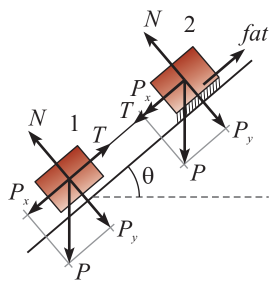
Questão 16

A figura 1 mostra dois corpos de massas iguais a m presos por uma haste rígida de massa desprezível, na iminência do movimento sobre um plano inclinado, de ângulo θ com a horizontal. Na figura 2, o corpo inferior é substituído por outro com massa de $2m$. Para as duas situações, o coeficiente de atrito estático é μ e o coeficiente de atrito cinético é $\mu/2$ para a massa superior, e não há atrito para a massa inferior. A aceleração do conjunto ao longo do plano inclinado, na situação da figura 2 é:

A) $(2g \operatorname{sen} \theta)/3$
B) $(3g \operatorname{sen} \theta)/2$
C) $(g \operatorname{sen} \theta)/2$
D) $g(2 \operatorname{sen} \theta - \cos \theta)$
E) $g(2 \operatorname{sen} \theta + \cos \theta)$

Resolução:

Na figura 1 temos:



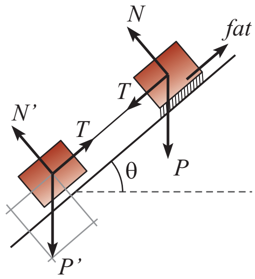
1) $P_x - T = m(o)$
2) $T + P_x - fat = m(o)$
$\therefore 2P_x = fat$

$\therefore 2mg\,\text{sen}\,\theta = \mu \cdot N$

$\therefore 2mg\,\text{sen}\,\theta = \mu \cdot mg\cos\theta$

$\therefore \mu = 2\,\text{tg}\,\theta$

Na figura 2



1) $P_x^{'} - T = 2m \cdot a$

$T + P_x - fat = m \cdot a$

$$\therefore 2mg\,\text{sen}\,\theta + mg\,\text{sen}\,\theta - \left(\frac{\mu}{2}\right) \cdot mg\cos\theta = 3ma$$

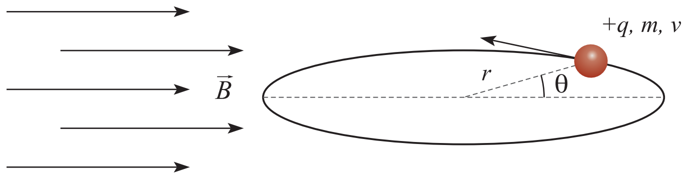
$$\therefore 3mg\,\text{sen}\,\theta - \left(\frac{2\,\text{tg}\,\theta}{2}\right) \cdot mg\cos\theta = 3m \cdot a$$

$$\therefore 2mg\,\text{sen}\,\theta = 3m \cdot a$$

$$\therefore a = \frac{2}{3} g\,\text{sen}\,\theta$$

Alternativa A

Questão 17



Um objeto de massa m e carga $+q$ faz um movimento circular uniforme, com velocidade escalar tangencial v, preso a um trilho sem atrito de raio r. Sabendo que o objeto está sujeito a um campo magnético de módulo B, paralelo ao plano do trilho conforme mostra a figura, o módulo da força normal contra o trilho, em função de θ, é

A) $qvB\,\text{sen}\,\theta + mv^2/r$

B) $\left|qvB\,\text{sen}\,\theta - mv^2/r\right|$

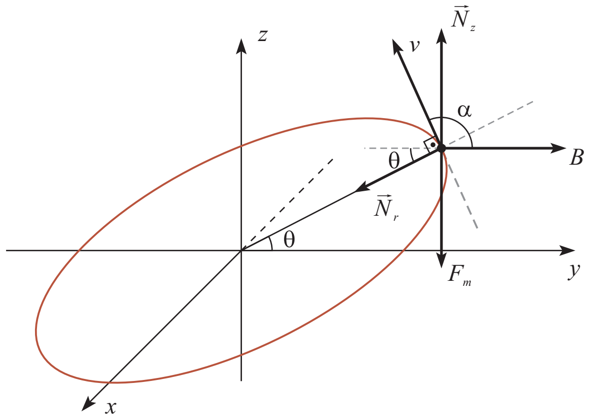
C) $\left|qvB\cos\theta - mv^2/r\right|$

D) $v\sqrt{\left(q^2 \cdot B^2 \cdot \text{sen}^2\,\theta + m^2 \cdot v^2/r^2\right)}$

E) $v\sqrt{\left(q^2 \cdot B^2 \cdot \cos^2\theta + m^2 \cdot v^2/r^2\right)}$

Resolução:

No desenho em perspectiva vemos que:



A força magnética que atua sobre a carga pode ser dada por:
$F_m = qvB\operatorname{sen}\alpha$

Em que:
$\alpha = 180 - (90 - \theta) = 90 + \theta$

Assim:
$F_m = qvB\operatorname{sen}(90 + \theta) = qvB \cdot \cos\theta$

Sendo que $N_Z = F_m$

Por outro lado, a componente da normal no plano $xOy\left(\overrightarrow{N_r}\right)$ é o agente centrípeto:

$$N_r = m\frac{v^2}{r}$$

Por fim:

$$N^2 = N_z^2 + N_r^2$$

$$N^2 = (qvB\cos\theta)^2 + \left(m\frac{v^2}{r}\right)^2$$

$$N^2 = q^2v^2 \cdot B^2\cos^2\theta + m^2\frac{(v^2)^2}{r^2}$$

$$\therefore N = v\sqrt{q^2B^2\cos^2\theta + m^2\frac{v^2}{r^2}}$$

Alternativa E

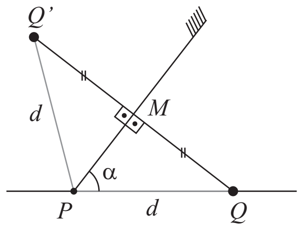
Questão 18

Num instante inicial, um espelho começa a girar em uma de suas extremidades, apoiada em P, com aceleração angular constante e valor inicial de $\theta = \pi/2$. A trajetória que a imagem do objeto puntiforme parado em Q percorre até que a outra extremidade do espelho atinja o solo é um(a)

A) semicircunferência
B) arco de parábola
C) arco de senóide
D) arco de espiral
E) arco de elipse, sem se constituir em uma circunferência

Resolução:

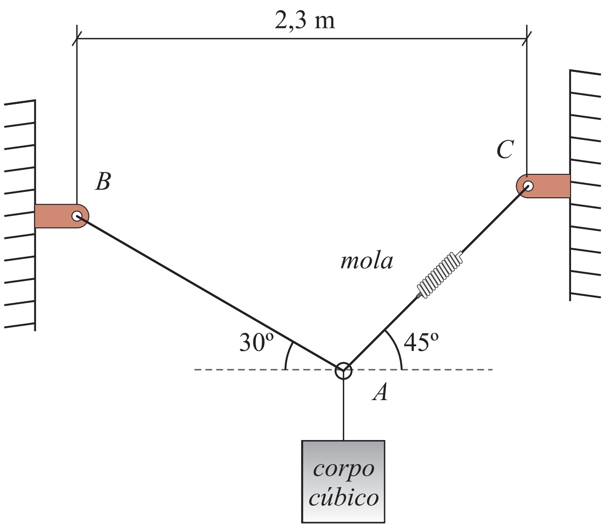
Observe a figura:



Em um instante qualquer com $\theta = \alpha$, temos que $Q'M \equiv QM$, e pelo caso LAL, os triângulos $\Delta PQ'M$ e ΔPQM são congruentes. Sendo assim $PQ' = d$ para qualquer α, e por fim, Q' segue uma trajetória cujos pontos sempre distam d de P, ou seja, semicircunferência.

Alternativa A

Questão 19



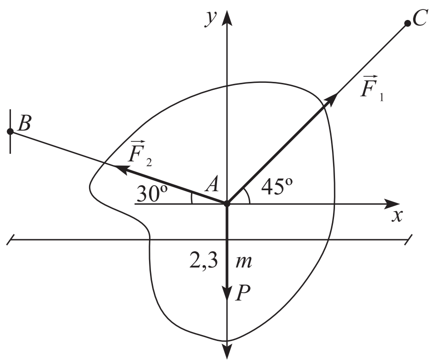
A figura acima mostra um corpo cúbico de $50\,\text{cm}$ de aresta suspenso por dois cabos AB e AC em equilíbrio. Sabe-se que o peso específico volumétrico do material do corpo cúbico, a rigidez da mola do cabo AC e o comprimento do cabo AC antes da colocação do corpo cúbico são iguais a $22{,}4\,\text{kN/m}^3$, $10{,}0\,\text{kN/m}$ e $0{,}5\,\text{m}$. O valor do comprimento do cabo AB, em metros, após a colocação do corpo cúbico é

Adote:
$\sqrt{3} = 1{,}73$ e $\sqrt{2} = 1{,}41$.

A) $1{,}0$
B) $1{,}5$
C) $2{,}0$
D) $2{,}5$
E) $3{,}0$

Resolução:

Na figura vemos que:



1) $F_{1x} = F_{2x}$

2) $F_{1y} + F_{2y} = P$

Por outro lado, sendo j o peso específico:

$$P = jV = (22{,}4 \cdot 10^3) \cdot (0{,}5)^3\, N$$
$$\therefore P = 2800\, N$$

Sendo assim, as equações 1) e 2) ficam da forma:

1) $F_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = F_2 \frac{\sqrt{3}}{2}$

2) $F_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + F_2 \frac{1}{2} = 2800$

Substituindo temos:

$$F_2 = \frac{2 \cdot 2800}{(1+\sqrt{3})} = 2051 N$$

$$F_1 = 2051 \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 2517\, N$$

No cabo AC temos:

$$F_1 = K \cdot \Delta x$$
$$\therefore \Delta x = \frac{2517}{10{,}0 \cdot 10^3} = 0{,}2517\,\text{m}$$

Sendo assim após a colocação do corpo:

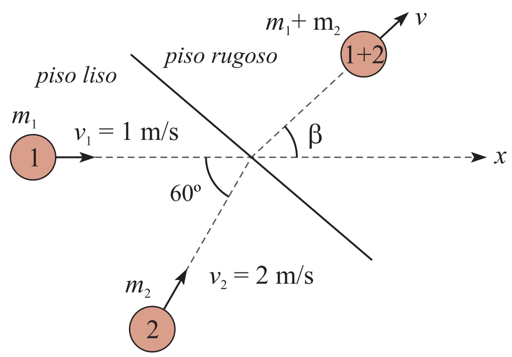
$$\overline{AC} = 0{,}5 + 0{,}25 = 0{,}75\,\text{m}$$

Por fim:

$$\overline{AC} \cdot \cos 45º + \overline{AB} \cdot \cos 30º = 2{,}3$$
$$0{,}75 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \overline{AB} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2{,}3$$
$$\therefore \overline{AB} = 2{,}0\,\text{m}$$

Alternativa C

Questão 20



Duas bolas, 1 e 2, movem-se em um piso perfeitamente liso. A bola 1, de massa $m_1 = 2\,\text{kg}$, move-se no sentido da esquerda para direita com velocidade $v_1 = 1\,\text{m/s}$. A bola 2, de massa $m_2 = 1\,\text{kg}$, move-se com ângulo de 60° com o eixo x, com velocidade $v_2 = 2\,\text{m/s}$. Sabe-se que o coeficiente de atrito cinético entre as bolas e o piso rugoso é $0{,}10\sec^2\beta$ e a aceleração gravitacional é $10\,\text{m/s}^2$. Ao colidirem, permanecem unidas após o choque e movimenta-se em um outro piso rugoso, conforme mostra a figura. A distância percorrida, em metros, pelo conjunto bola 1 e bola 2 até parar é igual a

A) $0{,}2$
B) $0{,}5$
C) $0{,}7$
D) $0{,}9$
E) $1{,}2$

Resolução:

Conservando a quantidade de movimento antes e após a colisão nos eixos x e y temos:

1) $\sum Q_{x_0} = \sum Q_{x_f}$

$$m_1v_1 + m_2v_2\cdot\cos 60^\circ = (m_1+m_2)v\cdot\cos\beta$$

$$2\cdot 1 + 1\cdot 2\cdot\left(\frac{1}{2}\right) = (1+2)\cdot v\cdot\cos\beta$$

$$\therefore v\cos\beta = 1$$

2) $\sum Q_{y_0} = \sum Q_{Y_f}$

$$0 + m_2v_2\cdot\operatorname{sen}60^\circ = (m_1+m_2)\cdot v\cdot\operatorname{sen}\beta$$

$$1\cdot 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 3\cdot v\cdot\operatorname{sen}\beta$$

$$\therefore v\operatorname{sen}\beta = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Sendo assim:

$$\frac{v\operatorname{sen}\beta}{v\cos\beta} = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)}{1} = \operatorname{tg}\beta$$

$$\therefore \beta = 30^\circ$$

Daí:

$$v\cdot\cos 30^\circ = 1$$

$$\therefore v = \frac{1}{\cos 30^\circ} = \frac{1}{\left(\sqrt{3}/2\right)} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\,\text{mb}$$

Portanto temos para o coeficiente de atrito:

$$\mu = 0{,}10\sec^2\beta = 0{,}10\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{0{,}4}{3}$$

Como a partícula é desacelerada pela força atrita, temos:

$$F_R = Fat$$

$$(m_1+m_2)\cdot a = \mu\cdot N = \mu(m_1+m_2)\cdot g$$

$$\therefore a = \mu\cdot g = \frac{0{,}4}{3}\cdot 10 = \frac{4}{3}\,\text{m/s}^2$$

Por fim, fazendo Torricelli:

$$v_f^2 = v_O^2 - 2a\cdot d$$

$$\therefore 0 = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 - 2\cdot\frac{4}{3}\cdot d$$

$$\therefore d = 0{,}5\,\text{m}$$

Alternativa B

Questão 21

Um capacitor de placas paralelas, entre as quais existe vácuo, está ligado a uma a uma fonte de tensão. Ao se introduzir um dielétrico entre as placas

A) a carga armazenada nas placas aumenta.
B) o campo elétrico na região entre as placas aumenta.
C) a diferença de potencial entre as placas aumenta.
D) a capacitância diminui.
E) a energia armazenada no capacitor diminui.

Resolução:
Ao introduzirmos o dielétrico entre as placas aumentamos a capacitância do capacitor e, por conseguinte, aumentamos também a carga nele armazenada.

Alternativa A

Questão 22

A Figura acima apresenta um fio condutor rígido sustentado por dois segmentos, imersos em uma região com o campo magnético uniforme de módulo B, que aponta para dentro da página. O primeiro segmento é composto de uma mola (M_1) e o segundo de uma associação de duas molas (M_2 e M_3). Ao passar uma corrente elétrica por esse condutor, cada segmento apresenta uma tração T. Sabe-se que o campo magnético não atua sobre as molas e que a deformação da mola M_1 é x. A relação entre a diferença de potencial a que o fio é submetido ao produto das deformações dos segmentos e igual a

Dados

- Comprimento do fio : L
- Resistência do fio: R
- Massa do fio: M
- Constante elástica da mola M_1: k
- Constante elástica das molas M_2 e M_3: $2k$
- Módulo do campo magnético: B
- Aceleração da gravidade: g

A) $R(Mg - T)/L.B.x$

B) $R(Mg - 2T)/L.B.x^2$

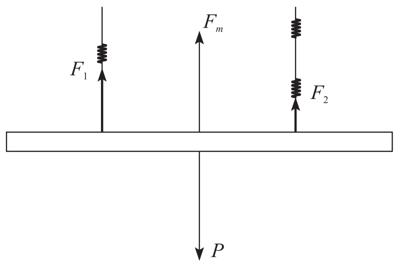
C) $R(Mg - 2T)/4.L.B.x^2$

D) $(Mg - T)/2.R.L.B.x$

E) $(Mg - 2T)/2.R.L.B.x$

Resolução:

Forças atraentes sobre o fio:



Sendo assim, temos:

$P = F_m + F_1 + F_2 \qquad (1)$

Como o segundo segmento tem um sistema de molas em série, temos:

$$k_{eq} = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} = k$$

Portanto

$$T = F_1 = F_2 = k \cdot \Delta x$$

$$\therefore \Delta x = \frac{T}{k}$$

E, da equação (1) resulta:

$Mg = BiL + 2T$, em que $i = \dfrac{U}{R}$

$$\therefore Mg - 2T = B \cdot \left(\frac{U}{R}\right) \cdot L$$

$$\therefore U = \frac{R(Mg - 2T)}{BL}$$

Por fim:

$$\frac{U}{x^2} = \frac{R(Mg - 2T)}{L \cdot B \cdot x^2}$$

Alternativa B

Questão 23

Em problemas relacionados ao aproveitamento de energia térmica, é comum encontrar expressões com o seguinte formato: $V = k \cdot \alpha \cdot \beta$,

Onde:

- V : variável de interesse com dimensão de razão entre a potência e o produto *área* $\times$ *temperatura* ;
- α : representa a taxa de variação de temperatura com relação a uma posição;
- β : é a viscosidade dinâmica de um fluido, cuja dimensão é a razão $(força \times tempo) / área$.

Sabendo-se as dimensões básicas para temperatura, comprimento e tempo são designadas pelos símbolos θ, L e T a dimensão de k é dada por

A) $L^{-2}\theta^{-2}T^{-1}$
B) $L^{2}\theta^{-2}T^{-2}$
C) $L^{-2}\theta^{-2}T$
D) $L^{-2}\theta^{-2}T^{2}$
E) $L^{-2}\theta^{2}T^{-1}$

Resolução:

$$[V] = \frac{[P]}{L^2 \cdot \theta} = \frac{[E]}{L^2 \cdot \theta \cdot T} = \frac{M \cdot L^2 \cdot T^{-2}}{L^2 \theta T} = M\,\theta^{-1}T^{-3}$$

$$[\alpha] = \frac{\theta}{L} = \theta L^{-1}$$

$$[\beta] = \frac{[F]\,T}{L^2} = \frac{M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot T}{L^2} = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}$$

$$[k] = \frac{[V]}{[\alpha] \cdot [\beta]} = \frac{M\,\theta^{-1}T^{-3}}{\theta L^{-1} \cdot M L^{-1} T^{-1}}$$

$$[k] = L^2 \cdot \theta^{-2} T^{-2}$$

Alternativa B

Questão 24

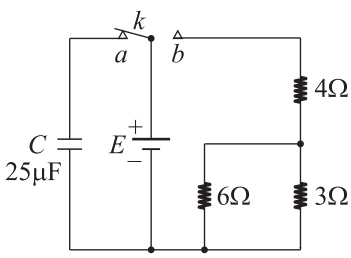


Figura 1

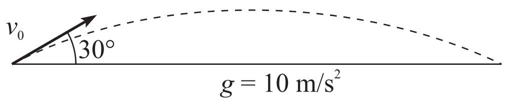


Figura 2

A Figura 1 apresenta um circuito elétrico e a Figura 2 um corpo lançado obliquamente. Na situação inicial do circuito elétrico, a chave k faz contato com o <u>ponto a</u>, carregando o capacitor C com uma energia de $0.0162\,\text{J}$. Em instante t_0 , o corpo é lançado com velocidade v_0 , com um ângulo de 30° e, simultaneamente, a chave k é transferida para o <u>ponto b</u> . Sabe-se que a energia dissipada no resistor de 3Ω entre t_0 e o instante em que a partícula atinge a altura máxima é igual a $432\,\text{J}$. O alcance do lançamento em metros é

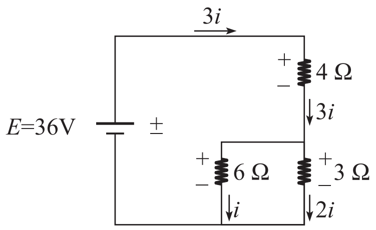
A) $1350\sqrt{3}$
B) $1440\sqrt{3}$
C) $1530\sqrt{3}$
D) $1620\sqrt{3}$
E) $1710\sqrt{3}$

Resolução:

$E_{arm} = \dfrac{C \cdot U^2}{2}$, lembrando que $U = \varepsilon$ temos:

$$E_{arm} = \frac{C \cdot \varepsilon^2}{2} \Rightarrow \varepsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{arm}}{c}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}0162}{25 \cdot 10^{-6}}}$$

$\varepsilon = 36V$



$+4 \cdot 3i + 3 \cdot 2i - 36 = 0$

$18i = 36$

$i = 2A$

Seja P a potência dissipada no resistor de 3Ω :

$P = R \cdot (2i)^2 = 3 \cdot (2 \cdot 2)^2$

$P = 48\ W = \dfrac{432\text{J}}{\Delta t}$, em que Δt é o intervalo de tempo gasto para a partícula atingir a altura máxima.

$\Delta t = \dfrac{432}{48}\ \text{s} = 9\text{s}$

No lançamento

$0 = V_0 \cdot \text{sen}30° - g \cdot \Delta t$

$0 = V_0 \cdot \dfrac{1}{2} - 10 \cdot 9$

$V_0 = 180\ \text{m/s}$

Seja D o alcance pedido:

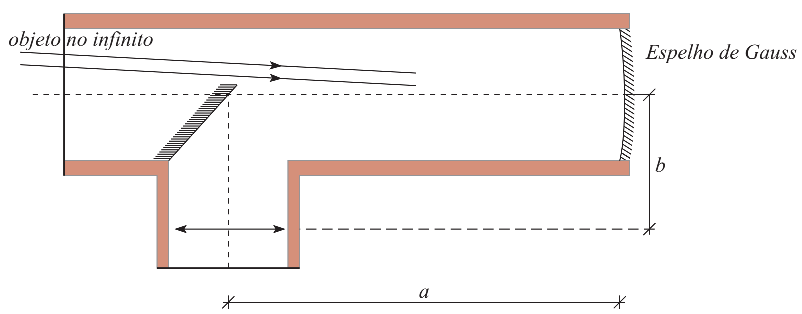
$D = V_0 \cdot \cos 30° \cdot (2 \cdot \Delta t)$

$D = 180 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 \cdot 9$

$D = 1620 \cdot \sqrt{3}\ \text{m}$

Alternativa D

Questão 25



A figura apresenta o esquema de um telescópio refletor composto de:

- Um espelho esférico de Gauss com distancia focal f_E;
- Um espelho plano inclinado 45^o em relação ao eixo principal do espelho esférico e disposto a uma distancia a do vértice do espelho, sendo $a < f_E$.
- Uma lente ocular delgada convergente com distancia focal f_L, disposta a uma distancia b do eixo do espelho esferico.

Para que um objeto no infinito, cujo raios luminosos são oblíquos ao eixo óptico do espelho esférico, apresente uma imagem final focada nas condições usuais de observação (imagem da ocular no seu plano focal) o valor de b deve ser:

A) $f_L + f_E - a$
B) $f_E - f_L - a$
C) $\dfrac{f_L f_E}{a}$
D) $\dfrac{af_E}{f_L}$
E) $f_L + \dfrac{af_E}{f_L}$

Resolução:

A imagem do objeto no infinito formado pelo espelho esférico está f_E à esquerda do mesmo, ou seja, $a - f_E$ do ponto de encontro dos eixos principais da lente e do espelho esférico. Essa imagem será objeto para o espelho plano.
Como a inclinação do espelho plano é de 45^o, a imagem através dele cairá sobre o eixo principal da lente e a uma distancia $a - f_E$ do ponto de encontro dos eixos principais, logo a uma distância $a - f_E + b$ da lente.
Nas condições de questão devemos ter:

$$a - f_E + b = f_L$$
$$b = f_L + f_E - a$$

Alternativa A

Questão 26

As componentes da velocidade em função do tempo (t) de um corpo em MCU de velocidade angular $2\,\text{rad/s}$ são:

$$v_x = 3\cos 2t$$
$$v_y = 3\,\text{sen}\,2t$$

Considere as seguintes afirmações:
I) O vetor momento linear é constante.
II) A aceleração é nula, pois o momento da força que atua sobre o corpo em relação ao ponto $(0,0)$ é nulo.
III) O trabalho da força que atua no corpo é nulo.

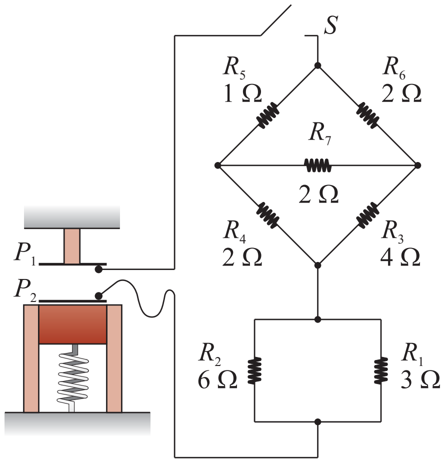
É correto APENAS o que se afirma em
A) II
B) III
C) I e II
D) I e III
E) II e III

Resolução:

I). (F) O momento linear é constante apenas em módulo, sua direção varia
II). (F) Temos aceleração na direção do centro da curva.
III). (V) O trabalho da força resultante é realmente nulo, pois ela é perpendicular ao vetor velocidade

Alternativa B

Questão 27

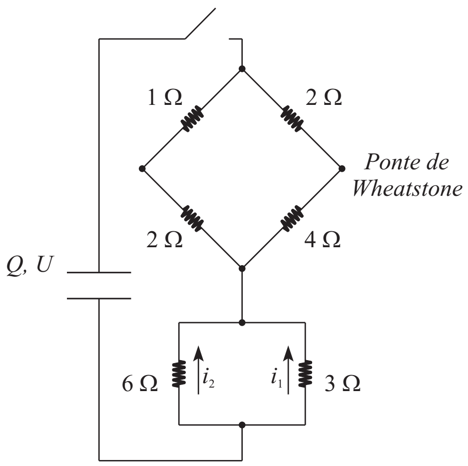


A figura apresenta uma placa positiva metálica p_1, de massa desprezível, fixada no teto, que dista $10\,\text{cm}$ de uma placa idêntica p_2. Ambas constituem um capacitor de $16\,\text{pF}$, carregando com 32pC. A placa p_2 está colada em um bloco de madeira com massa m=1kg, mantido em repouso, encostado sobre uma mola não comprimida. Libera-se o movimento de bloco e, no instante que a compressão da mola é máxima, fecha-se a chave S. Sabe-se que nesse instante a potencia dissipada em R_2 é $2/3\text{W}$ e que a aceleração da gravidade $g = 10\text{m/s}^2$. A constante da mola, em N/m, é

A) 100
B) 120
C) 150
D) 160
E) 180

Resolução:

O circuito pode ser simplificado no formato:



No instante em que a compressão é máxima temos em R_2:

$$P = R_2 \cdot i_2^2$$

$$\therefore \frac{2}{3} = 6 \cdot i_2^2$$

$$\therefore i_2 = \frac{1}{3} A$$

Estando R_2 e R_1 em paralelo:

$$U_1 = U_2$$

$$R_1 \cdot i_1 = R_2 \cdot i_2$$

$$\therefore i_1 = i_2 \cdot \frac{6}{3} = \frac{2}{3} A$$

E, para a corrente total:

$i = i_1 + i_2$

$i = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1A$

E, no circuito completo:

$U = R \cdot i$

$U = \left(\frac{6 \cdot 3}{6+3} + \frac{3 \cdot 6}{3+6} \right) \cdot 1$

$\therefore U = 4V$

No instante inicial tínhamos para o capacitor

$U_0 = \frac{Q_0}{C_0} = \frac{32\,pC}{16\,pF} = 2V$

$C_0 = \frac{\varepsilon A}{10^{-1}} = 16\,pF$

Sabendo que não houve descarga durante a descida, o campo elétrico deve ser constante:

$U_0 = E \cdot d_0$

$U_f = E \cdot d_f$

$\therefore d_f = \frac{U_f}{U_0} \cdot d_0$

$\therefore d_f = 20\text{cm}$

$\therefore C_f = \frac{\varepsilon A}{2 \cdot 10^{-1}} = 8\,pF$

Sendo assim, a compressão máxima da mola foi $\Delta x = 10cm$

Conservando energia mecânica:

$mg\Delta x + \frac{C_0 U_0{}^2}{2} = \frac{K\Delta x^2}{2} + \frac{CU^2}{2}$

$(1) \cdot 10 \cdot 10^{-1} + \frac{16 \cdot 10^{-12}}{2} \cdot 2^2 = \frac{k\left(10^{-1}\right)^2}{2} + \frac{8 \cdot 10^{-12} \cdot 4^2}{2}$

Para efeito de cálculos, podemos nessa equação desprezar os termos de energia potencial elétrico armazenada, resultando:

$10 \cdot 10^{-1} = \frac{k \cdot (10-1)^2}{2}$

$\therefore K = 200 \quad N/m$

Não há alternativa

Observação:

Como a força elétrica entre os placas pode ser calculada, temos

$F = \frac{EQ}{2} = \frac{UQ}{2d_f} = \frac{2}{d_f} \cdot 3{,}2\,pN$

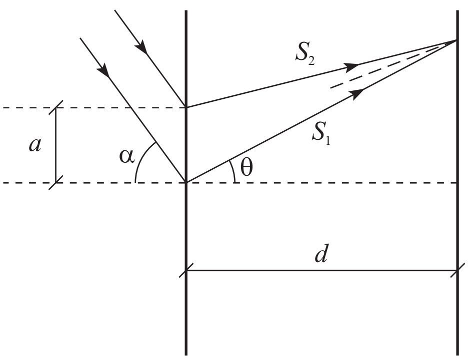
Nata-se que $F << Mg = 10N$

Sendo assim, não concordamos com a situação quase-estática que resultaria:

$Kx \approx\sim mg \therefore K = \frac{10}{x} = 100\,N/m$

Afinal de contas a massa de 1kg foi liberada, ou seja, abandonada em repouso.

Questão 28

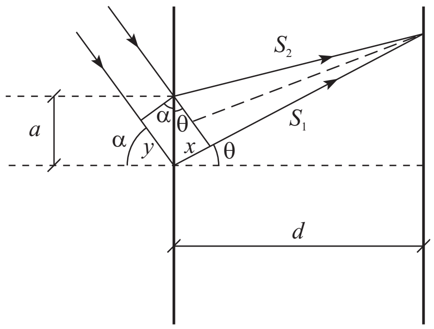


Uma luz com comprimento de onda λ incide obliquamente sobre duas fendas paralelas, separadas pela distância a. Após serem difratados, os feixes de luz que emergem das fendas sofrem interferência e seus máximos podem ser observadas num anteparo, situado a uma distância $d(d >> a)$ das fendas. Os valores de θ associados os máximos de intensidades no anteparo são dados por:

A) $\cos\theta = n\lambda / a - \cos\alpha$; $n = ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...$;
B) $\text{sen}\theta = (2n+1)\lambda / a - \text{sen}\alpha$; $n = ... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...$
C) $\text{sen}\theta = n\lambda / a - \text{sen}\,\alpha$; $n = ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...$
D) $\cos\theta = n\lambda / a - \text{sen}\,\alpha$; $n = ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ..$
E) $\text{sen}\theta = 2n\lambda / a - \cos\alpha$; $n = ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ..$

Resolução:

Observe a figura:



Para interferência construtiva devemos ter:
$x + y = n \cdot \lambda$, com $n = ... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 ...$

Sendo assim:

$$a\,\text{sen}\,\theta + a\,\text{sen}\,\alpha = n\lambda$$

$$\therefore \text{sen}\theta = \frac{n\lambda}{a} - \text{sen}\,\alpha$$

Alternativa C

Questão 29

Um corpo estava em orbita circular em torno da terra a uma distância do solo igual à $2R_T$, sendo R_T ,o raio da terra. Esse corpo é colocado em órbita de outro planeta que tem $1/20$ da massa de $1/3$ do raio da Terra. A distância ao solo deste novo planeta, de modo que sua energia cinética seja $1/10$ da energia cinética de quando está em torno da Terra é:

A) $5/6R_T$
B) R_T
C) $7/6\,R_T$
D) $4/3R_T$
E) $3/2R_T$

Resolução:

Na órbita terrestre tínhamos:

$$F_{cp} = F_G$$

$$\frac{mv_0^{\,2}}{3R_T} = \frac{GMm}{(3R_T)^2}$$

$$\therefore mv_0^2 = \frac{GMm}{3R_T}$$

E, sua energia cinética valia:

$$E_{c_0} = \frac{mv_0^{\,2}}{2} = \frac{GMm}{6R_T}$$

Na nova órbita, temos para a energia cinética:

$$E_{c_f} = \frac{mv_f^2}{2} = \frac{1}{10}\left(\frac{GMm}{6R_T}\right) \quad (1)$$

Sendo assim, temos agora:

$$F_{cp} = F_G$$

$$\frac{mv_f^2}{\left(\frac{R_T}{3}+d\right)} = \frac{G\left(\frac{M}{20}\right)\cdot m}{\left(\frac{R_T}{3}+d\right)}$$

$$\therefore mv_f^2 = \frac{1}{20}\cdot\frac{GMm}{\left(\frac{R_T}{3}+d\right)} \quad (2)$$

E, substituindo (1) em (2)

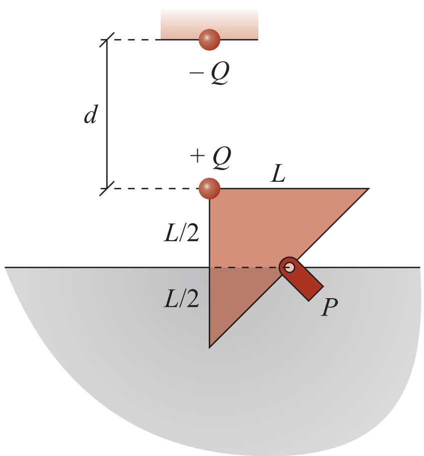
$$\frac{1}{5}\left(\frac{GMm}{6R_T}\right) = \frac{1}{20}\frac{GMm}{\left(\frac{R_T}{3}+d\right)}$$

$$\therefore 6R_T = 4\left(\frac{R_T}{3}+d\right)$$

$$\therefore d = \frac{7}{6}\cdot R_T$$

Alternativa C

Questão 30



Uma chapa triangular, cujo material constituinte tem 3 vezes a densidade específica da água, está parcialmente imersa na água, podendo girar sem atrito em torno do ponto P, situado na superfície da água. Na parte superior da chapa, há uma carga positiva que interage com uma carga negativa presa no teto. Sabe-se que, se colocadas a uma distância L, essas cargas de massas desprezíveis provocam uma força de atração igual ao peso de chapa. Para manter o equilíbrio mostrado na figura, a razão d/L, onde d é a distância entre as cargas, deve ser igual a

A) $\dfrac{\sqrt{10}}{6}$

B) $\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$

C) $\dfrac{\sqrt{14}}{6}$

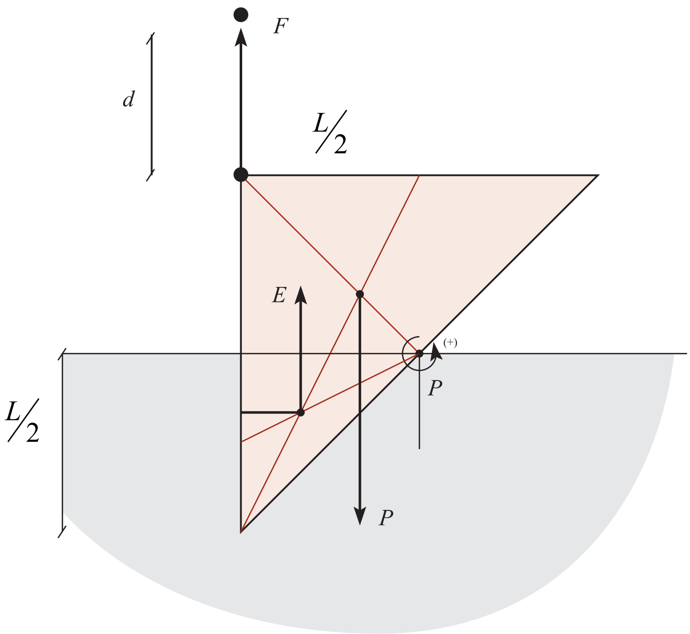
D) $\dfrac{\sqrt{14}}{4}$

E) $\dfrac{\sqrt{30}}{6}$

Resolução:

Do exposto podemos escrever o peso da barra na forma

$P = \dfrac{kQ^2}{L^2}$ Observe a figura :



Para que a chapa fique em equilíbrio é preciso que a soma dos tanques em relação ao ponto P dê zero:

$$\sum \tau = 0$$

$$-F\left(\frac{L}{2}\right) - E\left[\frac{L}{2} - \frac{2}{3}\left(\frac{L}{4}\right)\right] + P \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{L}{2} = 0$$

$$F \cdot \frac{L}{2} = P \cdot \frac{L}{6} E - \frac{L}{3}$$

$$3F = P - 2E \quad (1)$$

Pelos valores das densidades podemos ainda relacionar P e E :

$P = 3 \cdot \rho \cdot V \cdot g$ e,

$$E = \rho g \cdot \left(\frac{V}{4}\right)$$

$$\frac{P}{E} = 12\,(2)$$

Substituindo (2) em (1) :

$$3F = P - 2 \cdot \frac{P}{12}$$

$$3F = \frac{5P}{6} \quad (3)$$

Em que :

$$F = \frac{KQ^2}{d^2} \quad (4)$$

Substituído (4) em (3)

$$18 \cdot \frac{KQ^2}{d^2} = 5 \cdot \frac{KQ^2}{L^2}$$

$$\frac{d^2}{L^2} = \frac{18}{5}$$

$$\frac{d}{L} = \frac{3\sqrt{20}}{5}$$

Alternativa B

Folha de dados										
Massas Atômicas (u):										
H	*C*	*O*	*Na*	*Si*	*S*	*Ca*	*Ge*	*As*	*Te*	*Po*
1	12	16	23	28	32	40	72,6	74,9	127,6	210
Dados Termodinâmicos: $R = 0{,}082$ atm. $L.mol^{-1} . K^{-1} = 8{,}314$ $J.mol^{-1} K^{-1}$										

Questão 31

Dentre as opções abaixo, indique a única que não apresenta estereoisomeria.

A) 3-metil-2-hexeno
B) 2-penteno
C) Ácido butenodióico
D) Propenal
E) 2-buteno

Resolução:
Como o propenal não possui carbono quiral e nem estereocentro geométrico, não apresenta estereoisomeria.

Alternativa D

Questão 32

Sobre a diferença entre sólido amorfo e sólido cristalino, pode-se afirmar o seguinte:

A) os sólidos amorfos não têm uma entalpia de fusão definida, enquanto os sólidos cristalinos têm.
B) sólido amorfo é aquele que pode sofrer sublimação, enquanto sólido cristalino não.
C) embora ambos possuam estrutura microscópica ordenada, os sólidos amorfos não possuem forma macroscópica definida.
D) os sólidos cristalinos têm como unidade formadora átomos, enquanto para os amorfos a unidade formadora são moléculas.
E) os sólidos cristalinos são sempre puros, enquanto os amorfos são sempre impuros.

Resolução:
Sólidos amorfos por não apresentarem uma estrutura microscópica ordenada, não têm uma entalpia de fusão definida, diferentemente dos sólidos cristalinos.

Alternativa A

Questão 33

Um grupo de alunos desenvolveu um estudo sobre três reações irreversíveis de ordens zero, um e dois. Contudo, ao se reunirem para confeccionar o relatório, não identificaram a correspondência entre as colunas da tabela abaixo e as respectivas ordens de reação.

t(s)	$C1$(mol/L)	$C2$(mol/L)	$C3$(mol/L)
200	0,8000	0,8333	0,8186
210	0,7900	0,8264	0,8105
220	0,7800	0,8196	0,8024
230	0,7700	0,8130	0,7945
240	0,7600	0,8064	0,7866

Considere que o modelo $\frac{\Delta c}{\Delta t} = kC^n$ descreva adequadamente as velocidades das reações estudadas. Considere ainda que as magnitudes das constantes de velocidade específica de todas as reações são idênticas à da reação de segunda ordem, que é $1{,}0 \times 10^{-3}$ L/mol.s. Assim, pode-se afirmar que $C1$, $C2$ e $C3$ referem-se, respectivamente, a reações de ordem

A) 1, 2 e 0.
B) 0, 1 e 2.
C) 0, 2 e 1.
D) 2, 0 e 1.
E) 2, 1 e 0.

Resolução:

$C1$ se refere claramente a uma equação de ordem 0, uma vez que as diferenças de concentração são constantes.
Vamos provar que $C3$ é de 1ª ordem, semelhante à uma equação de radioatividade. Chamaremos de T a meia-vida do processo.
De 210 s para 200 s:

$$0{,}8105 = \frac{0{,}8186}{2^{\frac{10}{T}}} \Rightarrow 2^{\frac{10}{T}} = \frac{0{,}8186}{0{,}8105} = 1{,}0100$$

De 220 s para 200 s:

$$0{,}8024 = \frac{0{,}8186}{2^{\frac{10}{T}}} \Rightarrow 2^{\frac{10}{T}} = \frac{0{,}8186}{0{,}8024} = 1{,}0202$$

Mas:

$$2^{\frac{20}{T}} = \left(2^{\frac{10}{T}}\right)^2 \Rightarrow 1{,}0202 \cong (1{,}0101)^2$$

Isto prova que a equação é de 1ª ordem.
Conclui-se portanto, que $C2$ é de 2ª ordem.

Alternativa C

Questão 34

As variáveis de um experimento de difração de raios X obedecem à seguinte lei:

$$2\,d\,\text{sen}\theta = \lambda$$

Onde λ é o comprimento de onda do feixe monocromático de radiação X incidente sobre a mostra, θ é o ângulo no qual se observa interferência de onda construtiva e d é o espaçamento entre as camadas de átomos na amostra.
Ao se incidir raios X de comprimento de onda de 145 pm sobre uma amostra de um metalóide, cuja cela unitária segue a representação da figura abaixo, observa-se interferência construtiva em 13,3º.

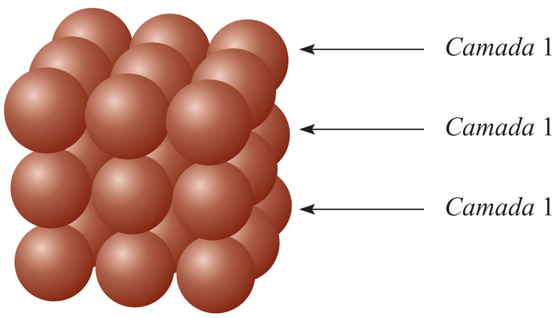


Tabela 1		Tabela 2	
θ	sen θ	Metalóide	Raio Atômico (pm)
7,23º	0,1259	*Si*	117
11,2º	0,1942	*Ge*	123
13,3º	0,2300	*As*	125
15,0º	0,2588	*Te*	143
30,0º	0,5000	*Po*	167

De acordo com as tabelas 1 e 2, pode-se afirmar que o metalóide analisado é:

A) *si*
B) *Ge*
C) *As*
D) *Te*
E) *Po*

Resolução:
Dados:

$\lambda = 154\,\text{pm}$

$\theta = 13{,}3^\circ$

$\text{sen}13{,}3^\circ = 0{,}2300$

Aplicando a lei dada:

$2\,d\,\text{sen}\theta = \lambda$

$2\,d\,\text{sen}13{,}3^\circ = 154$

$d = 334{,}8\ \text{pm}$

Como a distância d corresponde a dois raios, então:

$R = \dfrac{334{,}8}{2} = 167{,}4\ \text{pm}$ (Polônio)

Alternativa E

Questão 35

Sobre um sol, também chamado por muitos de solução coloidal, pode-se afirmar que:

A) como toda solução, possui uma única fase, sendo, portanto, homogêneo.
B) possui, no mínimo, três fases.
C) assemelha-se a uma suspensão, diferindo pelo fato de necessitar um tempo mais longo para precipitar suas partículas.
D) é ao mesmo tempo uma solução e uma suspensão, porque, embora forme uma fase única, deixado tempo suficientemente longo, formam-se duas fases, precipitando-se uma delas.
E) possui duas fases, sendo, portanto, heterogêneo.

Resolução:
Dispersões coloidais são sistemas heterogêneos apresentando, no mínimo, duas fases.

Alternativa E

Questão 36

Ao se adicionar um sólido X em um béquer contendo solução aquosa de fenolftaleína, a solução adquire uma coloração rósea e ocorre a liberação de um composto gasoso binário. A análise elementar desse composto gasoso revelou que a percentagem em massa de um de seus elementos é superior a 90%.
Com base nessas informações, o sólido X é:

A) Na_2CO_3
B) C_6H_5COOH
C) $NaHCO_3$
D) CaC_2
E) C_6H_5OH

Resolução:
$CaC_2(s) + 2H_2O(l) \rightarrow Ca(OH)_2(aq) + C_2H_2(g)$

A formação do $Ca(OH)_2$ é responsável pela coloração rósea da solução e o $C_2H_2(g)$, o gás binário. Calculando a composição percentual desse gás, tem-se:

$26\,g\ de\ C_2H_2$ _____ $24\ g\ de\ carbono$
$100\,g\ de\ C_2H_2$ _____ x
$x = 92{,}30\,g\ de\ carbono$

Portanto, o composto apresenta $92{,}30\%$ de carbono e $7{,}70\%$ de hidrogênio.

Alternativa D

Questão 37

Um volume V_1 de oxigênio e um volume V_2 de ácido sulfídrico, ambos nas mesmas condições de temperatura e pressão, são misturados. Promovendo-se a reação completa, verifica-se que os produtos da reação, quando colocados nas condições iniciais de pressão e temperatura, ocupam um volume de $10\,L$.

Considere que a água formada encontra-se no estado líquido e que as solubilidades dos gases em água são desprezíveis. Sabendo-se que havia oxigênio em excesso na reação e que $V_1 + V_2 = 24\,L$, verifica-se que o valor de V_2 é:

A) $14{,}7$ L.
B) $9{,}3$ L.
C) $12{,}0$ L.
D) $5{,}7$ L.
E) $15{,}7$ L.

Resolução:
A reação que ocorre é:
$H_2S(g) + 3/2\,O_2 \rightarrow H_2O(l) + SO_2(g)$

Como há $O_2(g)$ em excesso, e o volume de H_2S é referenciado como V_2, podemos escrever a primeira equação, na qual y é o volume de O_2 em excesso:

$$V_2 + \frac{3}{2} \times V_2 + y = 24$$

Trabalhando agora o segundo membro, podemos escrever a segunda equação:
$V_2 + y = 10$

Subtraindo as duas equações, obtemos:

$$\frac{3}{2} \times V_2 = 14$$

Assim, $V_2 = 9{,}33\ L$

Alternativa B

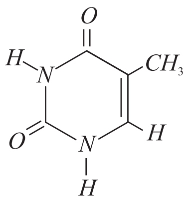
Questão 38

Dos compostos abaixo, aquele que não forma ligação peptídica é:

A) timina
B) glicina
C) prolina
D) asparagina
E) valina

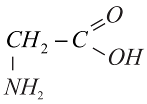
Resolução:
Observe as estruturas a seguir:

Timina:



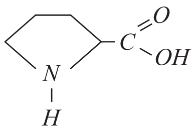
(*Base Nitrogenada*)

Glicina:



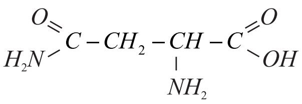
(*Aminoácido*)

Prolina:



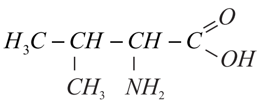
(*Aminoácido*)

Asparagina:



(*Aminoácido*)

Valina:



(*Aminoácido*)

Apenas os aminoácidos se ligam através de ligações peptídicas.

Alternativa A

Questão 39

A determinada profundidade, o organismo de um mergulhador absorve N_2 a uma pressão parcial de $5{,}0$ atm. Considere que a solubilidade do N_2 no sangue, a uma pressão parcial de $0{,}78$ atm, seja $5{,}85 \cdot 10^{-4}$ mol/L. Admita, ainda, que o volume total de sangue no corpo do mergulhador possa ser estimado em $6{,}0$ L. Nessas condições, estima-se que a quantidade de N_2, em mol, que o mergulhador elimina em seu retorno à superfície, onde a pressão parcial desse gás é $0{,}78$ atm, seja:

A) $3{,}50 \times 10^{-3}$

B) $7{,}30 \times 10^{-3}$

C) $1{,}90 \times 10^{-2}$

D) $1{,}21 \times 10^{-2}$

E) $2{,}25 \times 10^{-2}$

Resolução:

Seja S_1 a solubilidade do N_2 no sangue a pressão de $0{,}78$ atm. E S_2 a solubilidade desse mesmo gás sob pressão de 5 atm. Dessa forma, tem-se:

$$S_1 = k \cdot 0{,}78 \rightarrow k = \frac{5{,}85 \cdot 10^{-4} \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}}{0{,}78 \text{atm}} = 7{,}5 \cdot 10^{-4} \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{atm}^{-1}$$

$$S_2 = k \cdot 5 = 7{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot 5 = 37{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Assim,

$$\Delta S = S_2 - S_1 = 37{,}5 \cdot 10^{-4} \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} - 5{,}85 \cdot 10^{-4} \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} = 31{,}65 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$1\ \text{L}\ de\ sangue$ _____ $31{,}65 \cdot 10^{-4}\ \text{mol}\ de\ N_2$
$6\ \text{L}\ de\ sangue$ _____ x
$\rightarrow x = 1{,}899 \cdot 10^{-4}\ \text{mol}\ de\ N_2$
$x = 1{,}90 \cdot 10^{-4}\ \ \text{mol}\ de\ N_2$

Alternativa C

Questão 40

Dada a reação química abaixo, que ocorre na ausência de catalisadores,

$$H_2O(g) + C(s) + 32{,}4\ \text{kcal} \rightleftarrows CO(g) + H_2(g)$$

pode-se afirmar que:

A) o denominador da expressão da constante de equilíbrio é $[H_2O] \cdot [C]$.
B) se for adicionado mais monóxido de carbono ao meio reacional, o equilíbrio se desloca para a direita.
C) o aumento da temperatura da reação favorece a formação dos produtos.
D) se fossem adicionados catalisadores, o equilíbrio iria se alterar tendo em vista uma maior formação de produtos.
E) o valor da constante de equilíbrio é independente da temperatura.

Resolução:
Como a reação direta é endotérmica, o aumento da temperatura favorece a formação dos produtos.

Alternativa C

Professores:

Física
Marcelo Moraes
Rodrigo Bernadelli

Matemática
Marcelo Moraes
Lafayette
Bruno Fraga

Química
Adair
Dalton
Everton
Gildão
Nelson
Thé

Colaboradores
Aline Alkmin
José Diogo
Mateus Grangeiro
Rubem Jade
Thays de Freitas

Digitação e Diagramação
Cristiane Santos
Daniel Alves
João Paulo de Faria
Valdivina Prinheiro

Desenhistas
Leandro Bessa
Luciano Lisboa
Rodrigo Ramos
Vinicius Ribeiro

Projeto Gráfico
Vinicius Ribeiro

Assistente Editorial
Valdivina Pinheiro

Supervisão Editorial
José Diogo
Rodrigo Bernadelli
Marcelo Moraes

opirus

EDITORA

olimpo