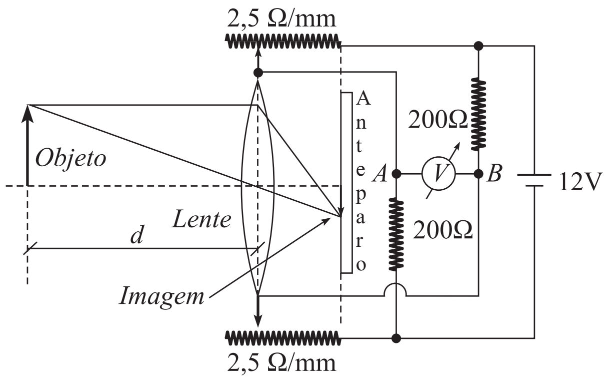
"A matemática é o alfabeto com que Deus escreveu o mundo"
Galileu Galilei

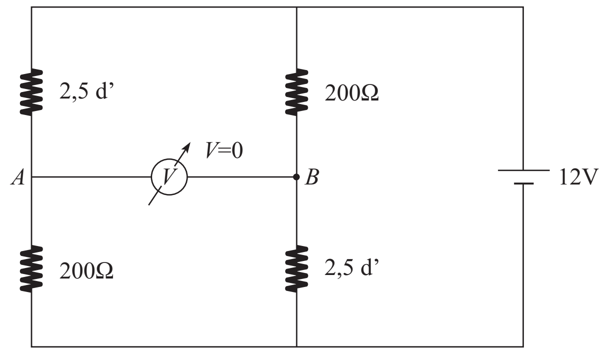
Questão 01

Um dispositivo óptico de foco automático, composto por uma lente biconvexa delgada móvel, posiciona automaticamente a lente, de modo a obter no anteparo fixo a imagem focada do objeto, conforme apresentado na figura. Sobre esse dispositivo, instalou-se um circuito elétrico alimentado por 12 V, composto de dois resistores fixos de 200 Ω e dois resistores variáveis de 2,5 Ω/mm. Quando a distância entre o objeto e a lente é 1,2 m, a ddp no circuito entre os pontos A e B é zero. Determine a distância d entre o objeto e a lente do dispositivo para a ddp $V_B - V_A$, medida pelo voltímetro V, de 2,4 V.



Resolução:

Pela figura, observamos que os comprimentos dos resistores são iguais à distância entre o anteparo e a lente, a saber d'.
Observe o circuito indicado abaixo, com $V_{BA} = 0$.



$V_{AB} = 0$
$(2{,}5\, d')^2 = 200^2$

$2{,}5\, d' = 200$
$d' = 80$ mm

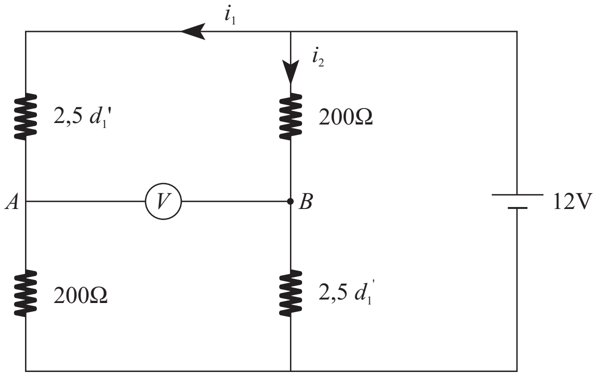
Para a lente,

$\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'}$, em que $d = 1{,}2$ m $= 1200$ mm

Então,

$\frac{1}{f} = \frac{1}{1200} + \frac{1}{80} \therefore f = 75\text{mm}$

Quando $V_{BA} = 2{,}4$ V, há um novo valor de $R = 2{,}5 d_1'$ e posição do objeto (d_1).



$$i_1 = i_2 = \frac{12}{200 + 2{,}5 d_1^{'}}$$

$$V_A = \frac{200 \cdot 12}{200 + 2{,}5 d_1^{'}}$$

$$V_B = \frac{2{,}5 d_1^{'} \cdot 12}{200 + 2{,}5 d_1^{'}}$$

$$V_{BA} = \frac{2{,}5 d_1^{'} \cdot 12}{200 + 2{,}5 d_1^{'}} - \frac{200 \cdot 12}{200 + 2{,}5 d_1^{'}} = 2{,}4$$

$$\left(2{,}5 d_1^{'} - 200\right) \cdot \frac{12}{200 + 2{,}5 d_1^{'}} = 2{,}4$$

$$2{,}5 d_1^{'} - 200 = 40 + 0{,}5 d_1^{'}$$

$$2 d_1^{'} = 240 \therefore d_1^{'} = 120\,\text{mm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_1^{'}} \Rightarrow \frac{1}{75} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{120} \Rightarrow d_1 = 200\,\text{mm}$$

A distância entre o objeto e a lente é de 0,2 m.

Questão 02

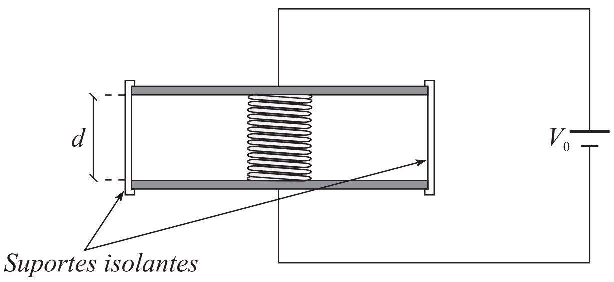
Um capacitor de capacitância inicial C_0 tem suas placas metálicas mantidas paralelas e afastadas de uma distância d pelos suportes e conectadas a uma fonte de V_0 volts, conforme a figura (SITUAÇÃO 1). No interior de tal capacitor, encostada às placas, se encontra uma mola totalmente relaxada, feita de material isolante e massa desprezível. Em determinado instante a fonte é desconectada e, em seguida, a placa superior é liberada dos suportes, deslocando-se no eixo vertical. Considerando que a placa superior não entre em oscilação após ser liberada e que pare a uma distância L da placa inferior (SITUAÇÃO 2), determine:

a) a energia total em cada uma das duas situações, em função de C_0, V_0, d e L;

b) a constante elástica da mola em função de C_0, V_0, e d que resulte em um afastamento de $L = d/2$ entre as placas do capacitor.

Observações:

- Despreze o peso da placa superior, o efeito de borda no capacitor e o efeito da mola sobre a capacitância.
- Os suportes são de material isolante.



Resolução:

a) Na SITUAÇÃO 1 a energia armazenada pelo capacitor equivale a toda energia do sistema:

$$\epsilon_T = \frac{C_0 V_0^2}{2}$$

Na SITUAÇÃO 2 além da energia do capacitor temos a energia potencial elástica:

$$\epsilon_T = \frac{CV^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$, em que $x = d - L$;

cálculo da nova capacidade:

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \therefore \varepsilon_0 A = C_0 \cdot d$$ (no início)

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{L} \therefore C = C_0 \cdot \frac{d}{L}$$

Cálculo da nova voltagem no capacitor:

$Q = C_0 V_0$ (a carga não varia)

$Q = C \cdot V \;\therefore\; V = \dfrac{Q}{C} = \dfrac{C_0 V_0}{C_0 \cdot d} L = V_0 \cdot \dfrac{L}{d}$

Cálculo de k:

A força elástica equilibra a atração entre as placas:

$F_{el} = F_{el} \;\therefore$

$k(d - L) = Q \cdot \dfrac{E}{2}$

Sendo que $E = \dfrac{V}{L} = \dfrac{V_0}{d}$, resulta

$k \cdot (d - L) = \dfrac{C_0 V_0^2}{2d} \;\therefore$

$k = \dfrac{C_0 V_0^2}{2d(d-L)} \qquad (\text{I})$

Sendo assim, a energia total na SITUAÇÃO 2 vale:

$\epsilon_T = \dfrac{1}{2}\left(C_0 \cdot \dfrac{d}{L}\right) \cdot \left(\dfrac{V_0 L}{d}\right)^2 + \dfrac{1}{2} \dfrac{C_0 V_0^2}{2d(d-L)} (d-L)^2$

$\epsilon_T = \dfrac{1}{2} \dfrac{C_0 V_0^2}{d} L + \dfrac{1}{2} \dfrac{C_0 V_0^2}{d} \cdot \dfrac{(d-L)}{2} = \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{C_0 V_0^2 (d+L)}{d}$,

já que houve conservação de energia:

$\epsilon_T = \dfrac{C_0 V_0^2}{2}$

b) Da equação (I), para $L = \dfrac{d}{2}$ temos:

$k = \dfrac{C_0 V_0^2}{2d\left(d - \dfrac{d}{2}\right)} = \dfrac{C_0 V_0^2}{d^2}$

Questão 03

Dois vagões estão posicionados sobre um trilho retilíneo, equidistantes de um ponto de referência sobre o trilho. No primeiro vagão existe um tubo sonoro aberto onde se forma uma onda estacionária com 4 nós, cuja distância entre o primeiro e o último nó é $255\ \text{cm}$, enquanto no segundo vagão existe um observador.

Inicialmente, apenas o vagão do observador se move e com velocidade constante. Posteriormente, o vagão do tubo sonoro também passa a se mover com velocidade constante, distinta da velocidade do vagão do observador. Sabendo que a frequência percebida pelo observador na situação inicial é $210\ \text{Hz}$ e na situação posterior é $204\ \text{Hz}$, determine:

a) a frequência do som que o tubo emite;

b) a velocidade do vagão do observador, na situação inicial;

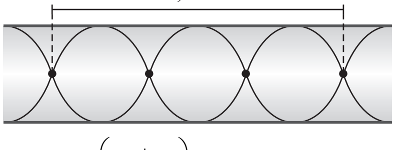
c) a velocidade do vagão da fonte, na situação final.

<u>Dado:</u>

velocidade do som no ar: $v_{som} = 340\ \text{m/s}$.

Resolução:

a)



$1{,}5\lambda = 2{,}55 \Rightarrow \lambda = 1{,}7\ \text{m}$

$v_S = \lambda_0 f_0$

$340 = 1{,}7 \cdot f_0$

$\therefore f_0 = 200\ \text{Hz}$.

b) $f_{Ap} = f_0 \left(\dfrac{v_S + v_0}{v_S}\right)$

$210 = 200\left(\dfrac{340 + v_0}{340}\right)$

$\therefore v_0 = 17\ \text{m/s}$, em sentido contrário ao da fonte.

c) $204 = 200\left(\dfrac{340 + 17}{340 + v_f}\right)$

$\therefore v_f = 10\ \text{m/s}$, no mesmo sentido da fonte.

Questão 04

A figura mostra o perfil de um par de espelhos planos articulado no ponto O e, inicialmente, na vertical. Ao centro do espelho OB é colado um pequeno corpo, cuja massa é muito maior que a do espelho. O espelho OA encontra-se fixo e, frente ao mesmo, é colocado um objeto P. Em um dado instante, é aplicado um impulso no espelho OB, conferindo a extremidade B uma velocidade inicial v_0, no sentido de fechar os espelhos face contra face. Tomando como referência o eixo x, determine:

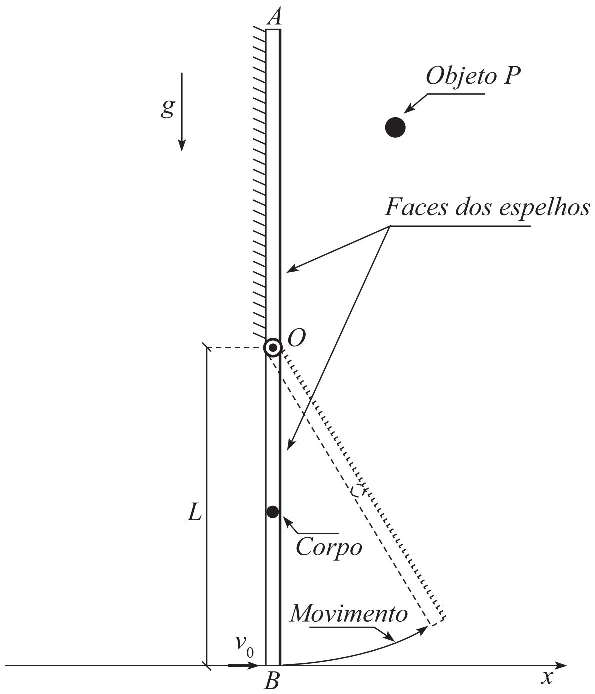
a) a altura máxima atingida pela extremidade B.

b) os módulos dos vetores velocidade da extremidade B, para cada instante em que uma imagem adicional do objeto P é formada, até que B atinja sua altura máxima.

Dados:

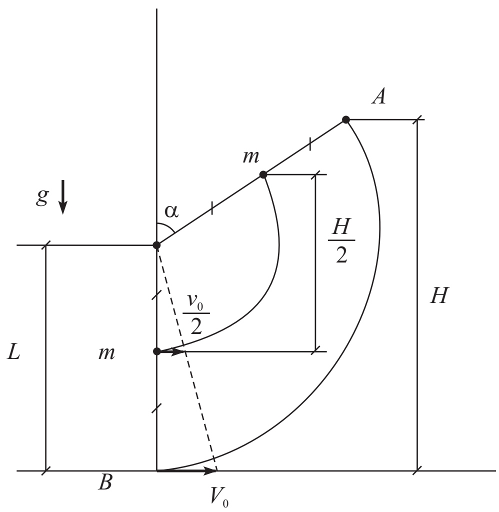
- $L = 90$ cm
- $v_0 = 7$ m/s
- $g = 10$ m/s

α	36º	40º	45º	51,4º	60º	72º	90º	120º	180º
$\cos\alpha$	0,81	0,77	0,71	0,62	0,5	0,31	0	–0,5	–1



Resolução:

a)



Em $\boldsymbol{A}$ a velocidade é nula e a altura $\boldsymbol{H}$ é máxima.
Da conservação da energia mecânica

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = mg\frac{H}{2}$$

$$\frac{v_0^2}{8} = \frac{g \cdot H}{2}$$

$$H = \frac{v_0^2}{4g} = \frac{7^2}{4 \cdot 10}\text{ m}$$

$$H = 1{,}225 \text{ m}$$

b) Seja α o ângulo formado entre os dois espelhos.
No item anterior notemos que α é mínimo na condição da altura máxima, ou seja:

$$\cos\alpha = \frac{H - L}{L} = \frac{1{,}225 - 0{,}9}{0{,}9} = 0{,}3611$$

Consultando a tabela dada:

$$60^\circ < \alpha_{mínimo} < 72^\circ$$

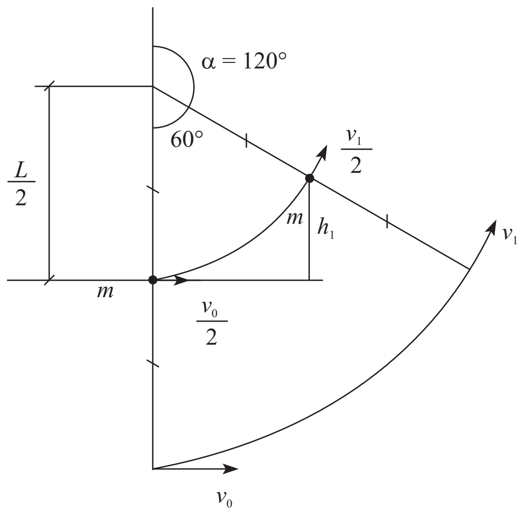
$$\therefore \alpha_{mínimo} \leq \alpha \leq 180^\circ$$

Para os valores de 90° e 120° teremos a formação de uma nova imagem do objeto.
Cálculo dos módulos das velocidades de B nos ângulos citados.
Da figura *i*):

$$h_1 = \frac{L}{2} - \frac{L}{2}\cos 60^\circ$$

$$h_1 = \frac{L}{4}$$

Fig. *i*)



O sistema é conservativo:

$$\frac{1}{2}\text{m}\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\text{m}\left(\frac{v_1}{2}\right)^2 + mgh_1$$

$$\frac{v_0^2}{8} = \frac{v_1^2}{8} + gh_1$$

$$v_1^2 = v_0^2 - 8gh_1 = v_0^2 - 8g\frac{L}{4}$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gL}$$

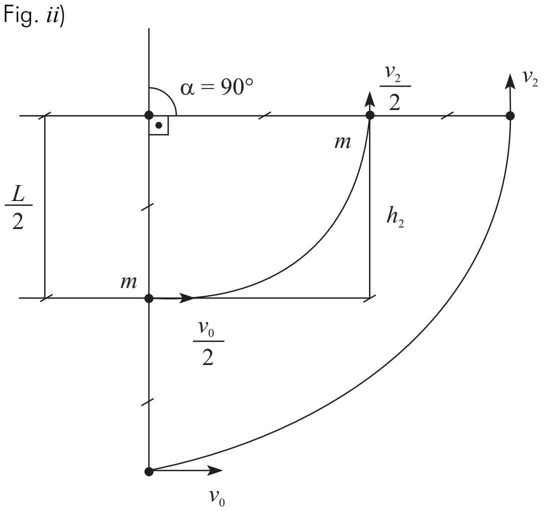
$$v_1 = \sqrt{7^2 - 2 \cdot 10 \cdot 0{,}9} = \sqrt{31}$$

$$v_1 = 5{,}6 \text{ m/s}$$

Da figura *ii*):

$h_2 = \dfrac{L}{2}$

Fig. *ii*)



O sistema é conservativo:

$$\frac{1}{2}\mathrm{m}\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\mathrm{m}\left(\frac{v_2}{2}\right)^2 + mgh_2.$$

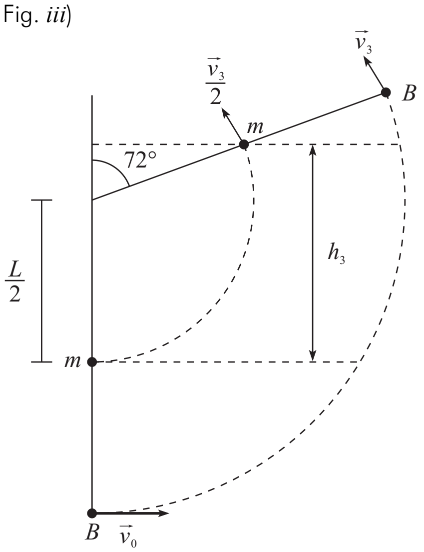
$$v_2^2 = v_0^2 - 8gh_2 = v_0^2 - 8g\frac{L}{2}$$

$$v_2 = \sqrt{v_0^2 - 4gL}$$

$$v_2 = \sqrt{7^2 - 4\cdot 10\cdot 0{,}9} = \sqrt{13}$$

$$v_2 = 3{,}6 \text{ m/s}$$

Fig. *iii*)



..

O sistema é conservativo:

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{v_3}{2}\right)^2 + mgh_3$$

$$h_3 = \frac{L}{2} + \frac{L}{2}\cos 72^\circ$$

$$h_3 = L\left(0{,}50 + 0{,}155\right) = 0{,}655\,L$$

$$h_3 = 0{,}5895 \text{ m}$$

$$v_0^2 = v_3^2 + 8gh_3$$

$$v_3 = \sqrt{7{,}0^2 - 8\cdot 10\cdot 0{,}655\cdot 0{,}9}$$

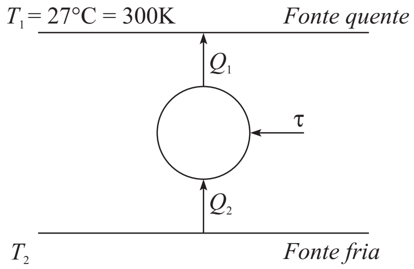
$$v_3 = \sqrt{49 - 47{,}16} = \sqrt{1{,}84}$$

$$v_3 = 1{,}36 \text{ m/s}$$

Questão 05

Atendendo a um edital do governo, um fabricante deseja certificar junto aos órgãos competentes uma geladeira de baixos custo e consumo. Esta geladeira apresenta um coeficiente de desempenho igual a 2 e rejeita 9/8 kW para o ambiente externo. De acordo com o fabricante, estes dados foram medidos em uma situação típica de operação, na qual o compressor da geladeira se manteve funcionando durante 1/8 do tempo à temperatura ambiente de 27 °C. O edital preconiza que, para obter a certificação, é necessário que o custo mensal de operação da geladeira seja, no máximo igual a R$ 5,00 e que a temperatura interna do aparelho seja inferior a 8 °C. O fabricante afirma que os dois critérios são atendidos, pois o desempenho da geladeira é 1/7 do máximo possível. Verifique, baseado nos princípios da termodinâmica, se esta assertiva do fabricante está tecnicamente correta. Considere que a tarifa referente ao consumo de 1 kWh é R$ 0,20.

Resolução:



$\tau + Q_2 = Q_1$ ①

$e = \dfrac{Q_2}{\tau}$, em que e é a eficiência de geladeira.

$\therefore\ 2 = \dfrac{Q_2}{\tau} \Rightarrow Q_2 = 2\tau$

Lembrando que $Q_1 = \dfrac{9}{8}\ \text{kJ}$, para cada 1s de funcionamento;

e voltando em ①:

$\tau + 2\tau = \dfrac{9}{8}\ \text{kJ} \Rightarrow \tau = \dfrac{3}{8}\ \text{kJ}$

Resultado que conduz a uma potência $P = \dfrac{3}{8}\ \text{kW}$

Seja Δt o intervalo de tempo que a geladeira funciona em 1 mês:

$\Delta t = \dfrac{1}{8} \cdot 30 \cdot 24\text{h} = 90\text{h}$

$\therefore\ E = P \cdot \Delta t = \dfrac{3}{8} \cdot 90\,\text{kwh} = 33{,}75\ \text{kwh}$

Como a tarifa cobrada é de R$ 0,20 por kwh, teremos um custo mensal de R$ 6,75.
O valor calculado anteriormente supera o teto máximo de R$ 5,00, ou seja, não atende às exigências do edital.
Na máquina frigorífica ideal teríamos:

$e = \dfrac{Q_2}{\tau} = \dfrac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \dfrac{T_2}{T_1 - T_2}$

$7{,}2 = \dfrac{T_2}{300 - T_2}$

$4200 - 14T_2 = T_2$

$T_2 = 280K = 7°C$

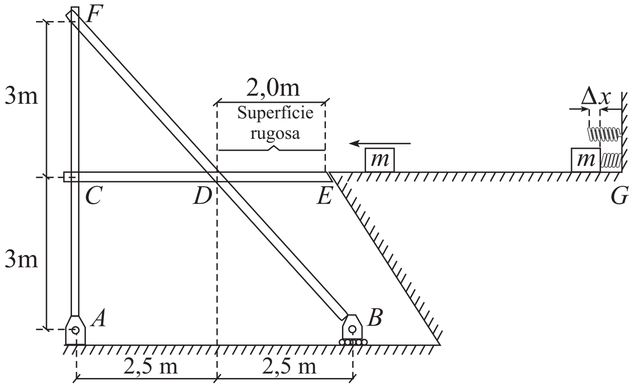
Temperatura que está dentro do limite exigido pelo edital.

Questão 06

Uma mola com constante elástica k, que está presa a uma parede vertical, encontra-se inicialmente comprimida de Δx por um pequeno bloco de massa m, conforme mostra a figura. Após liberado do repouso, o bloco desloca-se ao longo da superfície horizontal lisa EG, com atrito desprezível, e passa a percorrer um trecho rugoso DE até atingir o repouso na estrutura (que permanece em equilíbrio), formada por barras articuladas com peso desprezível. Determine os valores das reações horizontal e vertical no apoio A e da reação vertical no apoio B, além das reações horizontal e vertical nas ligações em C, D e F.

Dados:

- Constante elástica: $k = 100\ \text{kN/m}$;
- Compressão da mola: $\Delta x = 2\,\text{cm}$;
- Massa do bloco: $m = 10\ \text{kg}$;
- Coeficiente de atrito cinético do trecho DE: $\mu_C = 0{,}20$;
- Aceleração gravitacional: $g = 10\,\text{m/s}^2$.



Resolução:

Seja d a distância percorrida pelo bloco na superfície rugosa:

$$\tau_{Fat} = \Delta E_M$$

$$F_{at} \cdot d \cdot \cos 180° = 0 - \frac{k(\Delta x)^2}{2}$$

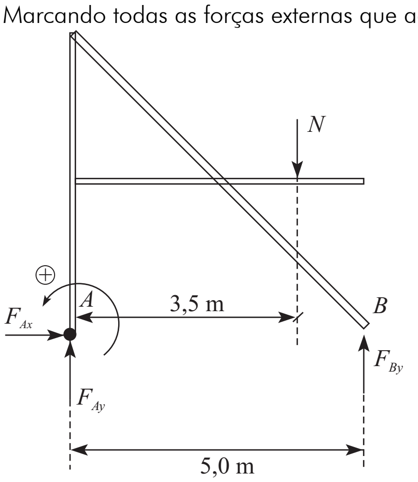
$$-\mu mg \cdot d = -\frac{k(\Delta x)^2}{2}$$

$$d = \frac{k \cdot (\Delta x)^2}{2 \cdot \mu \text{mg}} = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2}{2 \cdot 0{,}2 \cdot 10 \cdot 10}$$

$$d = 1{,}0\,\text{m}$$

O bloco para no ponto médio do trecho DE.

Marcando todas as forças externas que agem na estrutura:



N é a normal de contato entre a estrutura e o bloco, como o bloco está em equilíbrio:

$N = P = mg = 10.10$

$N = 100\ \text{N}$

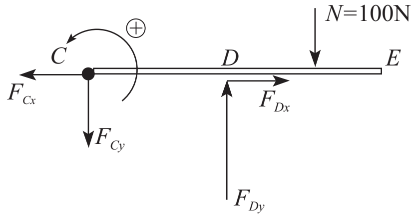
$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow F_{Ax} = 0$ e $F_{Ay} + F_{By} = N = 100\text{N}$ (1)

$\sum M_{(A)} = 0 \Rightarrow F_{By} \cdot 5 - N \cdot 3{,}5 = 0 \Rightarrow F_{By} = 0{,}7\text{N}$ (2)

De (1) e (2):

$F_{By} = 70\text{N}, F_{Ax} = 0$ e $F_{Ay} = 30\text{N}$

Isolando cada uma das barras:

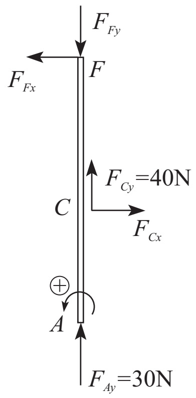


$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow F_{Dx} = F_{Cx} = 0$ e $F_{Dy} = F_{Cy} + 100$ (3)

$\sum M_{(C)} = 0 \Rightarrow F_{Dy} \cdot 2{,}5 - N \cdot 3{,}5 = 0 \Rightarrow F_{Dy} = 140\text{N}$

Voltando em (3):

$F_{Cy} = 40\text{N}$

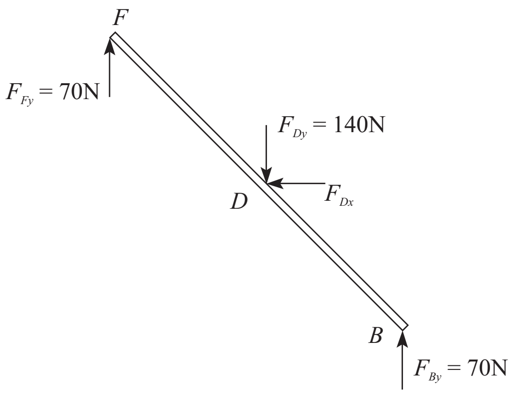


$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow F_{Fy} = F_{Cy} + F_{Ay}$ e $F_{Cx} = F_{Fx}$ (4)

$\sum M_{|A|} = 0 \Rightarrow F_{Fx} \cdot 6 - F_{Cx} \cdot 3 = 0$ (5)

De (4) e (5):

$F_{Cx} = F_{Fx} = 0$ e $F_{Fy} = 70\text{N}$.



$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow F_{Dx} = 0$

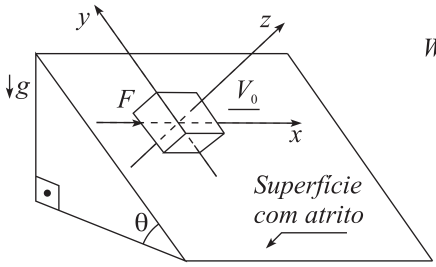
Questão 07

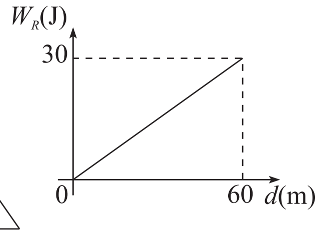
A figura ilustra um plano inclinado com ângulo $\theta = 30^{\circ}$ cuja superfície apresenta atrito. Um bloco de massa $m = 1$ kg, carregado eletricamente com a carga negativa $q = 10^{-2}$ C, apresenta velocidade inicial $v_0 = 2$ m/s e realiza um movimento retilíneo sobre o eixo x (paralelo ao plano horizontal) a partir do instante $t = 0$. Além disso, este bloco se encontra submetido à força constante $F = 4{,}5$ N na direção x e a um campo magnético $B = 100$ T normal à superfície (direção z). Considerando que o gráfico ilustra o trabalho da força resultante R que age sobre o bloco em função da distância percorrida, determine:

a) o tempo gasto e a velocidade do bloco após percorrer 60 m;

b) os gráficos das componentes da força de atrito (direções x e y) em função do tempo até o bloco percorrer 60 m.

Dado: aceleração da gravidade: $g = 10\ \text{m/s}^2$





Resolução:

a)

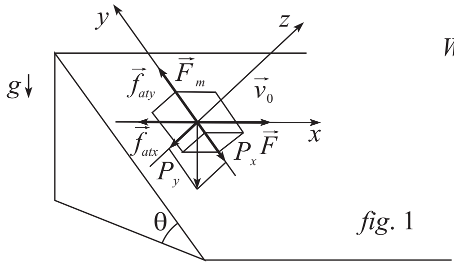
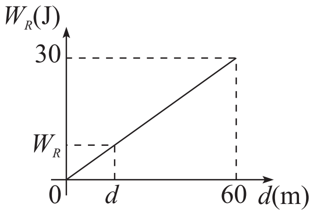


fig. 1



Pelo diagrama de forças observamos que realizam trabalho apenas $\vec{F}$ e $\vec{f}_{atx}$, as outras forças são perpendiculares ao deslocamento. Assim, o trabalho resultante pode ser calculado da forma:

$$w_R = \left(F - f_{Atx}\right) \cdot d \quad (I)$$

Do gráfico de trabalho vemos que para um deslocamento d qualquer podemos escrever:

$$\frac{w_R}{d} = \frac{30}{60} \quad \therefore \quad w_R = 0{,}5 \cdot d \quad (II)$$

De (I) e (II) concluímos que a força resultante sobre a partícula F_R e força de atrito no eixo x valem:

$$F_R = 0{,}5\ N$$

$$F_{atx} = F - F_R = 4{,}0N$$

Sendo assim temos em x um MUV:

$$F_R = m \cdot a \quad \therefore \quad a = \frac{0{,}5}{1} = 0{,}5\ \text{m/s}^2$$

O tempo gasto para percorrer $60\ \text{m}$ vale:

$$S = S_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2} \quad \therefore \quad 60 = 2t + \frac{t^2}{4} \quad \therefore$$

$$t = 12\,\text{s}$$

A velocidade final vale:

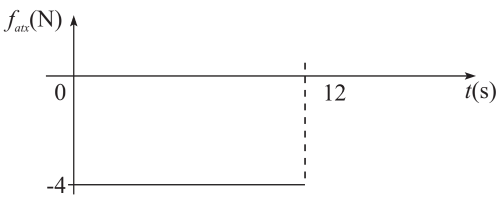
$$v = v_0 + at \quad \therefore$$

$$v = 2 + 0{,}5 \cdot (12) = 8\ \text{m/s}$$

b) i) a força atrito em x é constante e vale

$$f_{atx} = 4{,}0\,N$$

Portanto, o gráfico é de forma:



ii) No eixo y a partícula está em equilíbrio:

$$F_{Ry} = 0$$

$$F_m + f_{aty} - P_x = 0 \quad \therefore$$

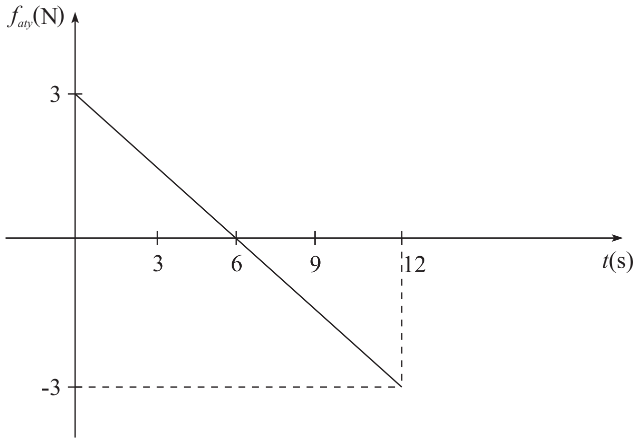
$$f_{aty} = P_x - F_m \quad \therefore$$

$$f_{aty} = mg\,\text{sen}\,\theta - qvB \quad \therefore$$

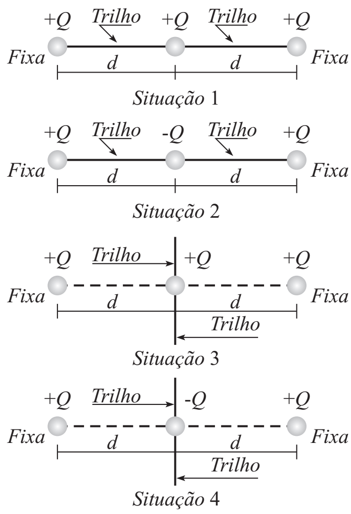
$$f_{aty} = 1 \cdot 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) - 10^{-2} \cdot \left(v_0 + at\right) \cdot 100$$

$$f_{aty} = 5 - \left(2 + 0{,}5t\right) = 3 - 0{,}5t$$

Portanto, o gráfico é da forma:



Questão 08



A figura apresenta 4 situações, nas quais 2 cargas de valor $+Q$ são fixas e uma carga móvel, inicialmente em repouso, pode deslizar sem atrito por um trilho não condutor. Os trilhos das situações 1 e 2 estão na horizontal, enquanto os das situações 3 e 4 estão na vertical. Considerando cada uma das situações, ao submeter a carga móvel a uma pequena perturbação, pede-se:

a) verificar, justificando, se haverá movimento oscilatório em torno do ponto de equilíbrio;

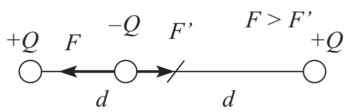
b) calcular o período de oscilação para pequenas amplitudes se comparadas com a distância d, em caso de haver movimento oscilatório.

Dados:

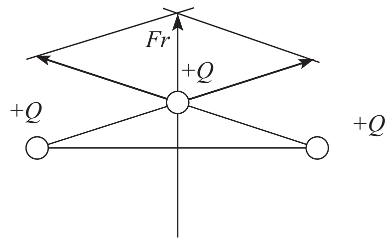
- $1(d^2 \pm x^2) \approx 1/d^2 \ se \ d \gg x$;
- Massa das cargas: $M_{cargas} = m$.

Resolução:

a) Nas situações 2 e 3 não há movimento oscilatório. Quando há uma pequena perturbação, a força resultante sobre a partícula não é restauradora (equilíbrio instável):

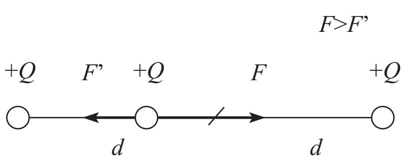


Situação 2

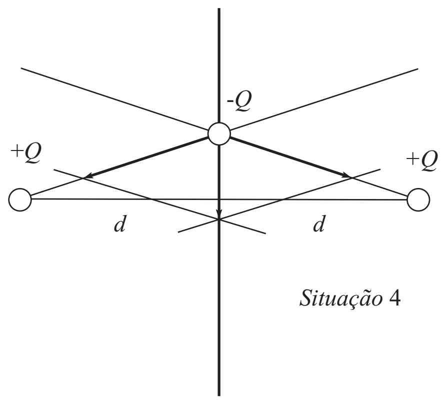


Situação 3

Nas situações 1 e 4 há movimento oscilatório. A força resultante sobre a partícula nesses casos é restauradora (equilíbrio estável):



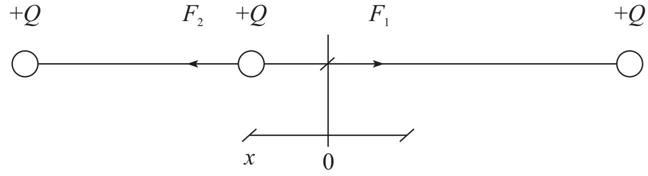
Situação 1



Situação 4

b) Cálculo dos períodos:

Situação 1:



A partícula é deslocada de x e fica sujeita a uma força resultante F:

$$F = F_1 - F_2 = \frac{KQ^2}{(d-x)^2} - \frac{KQ^2}{(d+x)^2} \quad \therefore$$

$$F = KQ^2 \cdot \frac{\left[(d+x)^2 - (d-x)^2\right]}{(d^2-x^2)^2} = KQ^2 \cdot \frac{4dx}{(d^2-x^2)^2}$$

E, fazendo $\frac{1}{(d^2-x^2)} \approx \frac{1}{d^2}$

$$F = KQ^2 \cdot \frac{4dx}{d^4} = \frac{4KQ^2}{d^3} \cdot x$$

Temos então uma força do tipo $F = -kx$, em que:

$$k_1 = \frac{4KQ^2}{d^3} = \frac{4Q^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot d^3} = \frac{Q^2}{\pi\varepsilon_0 d^3}$$

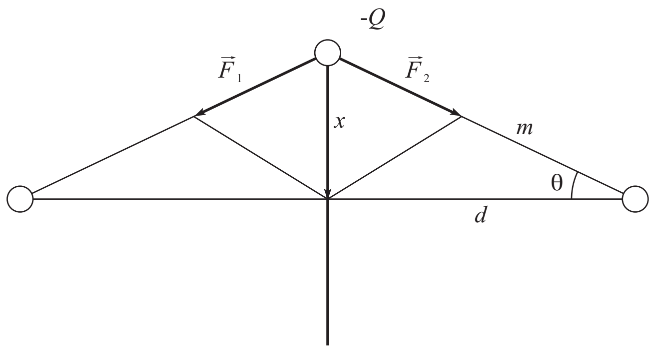
E o período pode ser calculado por:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{m\pi\varepsilon_0 d^3}{Q^2}}$$

$$T_1 = \frac{2}{Q}\sqrt{\pi^3\varepsilon_0 m d^3}$$

$$T_1 = \frac{2\pi d}{Q}\sqrt{\pi\varepsilon_0 m d}$$

Situação 4:



A partícula é deslocada de x e fica sujeita a uma força resultante F:

$F = 2\,\frac{KQ^2}{m^2} \cdot \text{sen}\theta$, em que:

$m = \sqrt{d^2 + x^2}$, e $\text{sen}\theta = \frac{x}{\sqrt{d^2+x^2}}$.

Então:

$$F = 2KQ^2 \cdot x\left(\sqrt{\frac{1}{d^2+x^2}}\right)^3 = \frac{2KQ^2}{d^3} \cdot x$$

Temos então uma força do tipo $F = -kx$, em que:

$k_2 = 2\,\frac{KQ^2}{d^3}$, sendo que: $k_2 = \frac{k_1}{2}$

E o período pode ser calculado por:

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{k_1}} \quad \therefore$$

$$T_2 = \frac{2}{Q}\sqrt{2\pi^3\varepsilon_0 m d^3}$$

$$T_2 = \frac{2\pi d}{Q}\sqrt{2\pi\varepsilon_0 m d}$$

Questão 09

As situações 1 e 2 da figura apresentam uma caldeira que fornece vapor sob pressão a uma turbina, a fim de proporcionar a sua rotação. A turbina está ligada solidariamente ao Gerador 1 por meio de seu eixo, que gera a energia elétrica E_1. O vapor expelido é aproveitado para impulsionar as pás de um sistema de geração eólico, que são acopladas por meio de seu eixo ao Gerador 2, que gera a energia elétrica E_2.

Determine

a) a energia a ser fornecida pelo aquecedor à caldeira, em função de E_1 e E_2, mantidas constantes, nas seguintes situações:

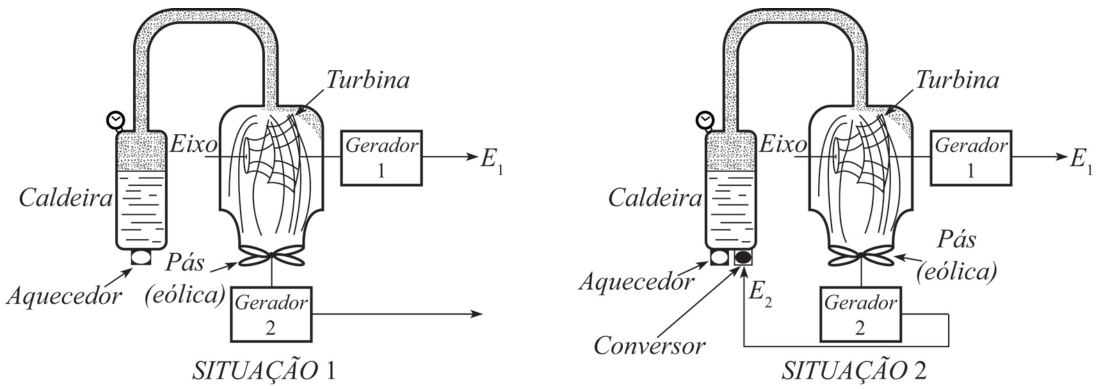
- SITUAÇÃO 1:
  As energias E_1 e E_2 são utilizadas para atender o consumidor final.
- SITUAÇÃO 2:
  Toda a energia elétrica E_2 é utilizada por um conversor eletrotérmico, mantendo E_1 com a mesma destinação da SITUAÇÃO 1.

b) o rendimento do sistema para as duas situações.

c) a potência térmica necessária a ser fornecida pelo aquecedor, a fim de permitir que um sistema de bombeamento eleve $1000\,\text{m}^3$ de água a uma altura de $100\,\text{m}$ em 4 horas, utilizando as energias E_1 e E_2 da SITUAÇÃO 1.

Dados:

- rendimentos:
  – caldeira: 40%;
  – turbina: 60%;
  – gerador 1: 70%;
  – das pás (gerador eólico): 30%;
  – gerador 2: 50%;
  – conversor eletrotérmico: 50%;
  – sistema de bombeamento de água: 70%;
- massa específica da água: $1\,\text{kg/L}$;
- aceleração da gravidade: $10\,\text{m/s}^2$.



Resolução:

a) SITUAÇÃO 1:
A energia a ser fornecida pelo aquecedor vale E_f, sendo assim, em função de E_1:

- rendimento da caldeira (40%): $0{,}4 \cdot E_f$
- rendimento da turbina (60%): $0{,}6 \cdot (0{,}4 \cdot E_f)$
- rendimento do gerador 1 (70%): $E_1 = 0{,}7 \cdot [0{,}6 \cdot (0{,}4 \cdot E_f)] \therefore E_f = 5{,}95 E_1 \quad (\text{I})$

E em função de E_2:

- rendimento da caldeira (40%): $0{,}4 \cdot E_f$
- dissipado na turbina (40%): $0{,}4 \cdot (0{,}4 \cdot E_f)$
- rendimento das pás (30%): $0{,}3 \cdot [0{,}4 \cdot (0{,}4 \cdot E_f)]$
- rendimento do gerador 2 (50%): $E_2 = 0{,}5 \cdot \{0{,}3 \cdot [0{,}4 \cdot (0{,}4 \cdot E_f)]\} \therefore E_f = 41{,}7 E_2 \quad (\text{II})$

SITUAÇÃO 2:
Energia fornecida E_f em função de E_1:

- a energia, que entra na caldeira é agora E_f mais a do conversor eletrotérmico (50%). E pela equação I:

$$E_f + 0{,}5E_2 = 5{,}95E_1 \ \text{(III)}$$

- analogamente para E_2, usando a equação II :

$$E_f + 0{,}5E_2 = 41{,}7E_2 \ \text{(IV)}$$

Portanto,

$E_f = 41{,}2E_2$ e substituindo em III :

$$E_f + 0{,}5\left(\frac{E_f}{41{,}2}\right) = 5{,}95E_1$$

$$\therefore E_f = 5{,}88E_1$$

b) Rendimento na SITUAÇÃO 1 :

$$\eta = \frac{E_1 + E_2}{E_f} = \frac{\frac{E_f}{5{,}95} + \frac{E_f}{41{,}7}}{E_f} = 0{,}192$$

$$\therefore \eta_{\%} = 19{,}2\%$$

Rendimento na SITUAÇÃO 2 :

$$\eta = \frac{E_1}{E_f} = \frac{\frac{E_f}{5{,}88}}{E_f} = 0{,}170$$

$$\therefore \eta_{\%} = 17{,}0\%$$

c) A potência útil fornecida para a água vale:

$$E_B = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{10^6 \cdot 10 \cdot 10^2}{4 \cdot 60 \cdot 60} = 69{,}4\,\text{kW}$$

E já que o sistema de bombeamento tem rendimento de 70% :

$$(E_1 + E_2) \cdot 0{,}7 = 69{,}4\,\text{kW}$$

$$\left(\frac{E_f}{5{,}95} + \frac{E_f}{41{,}7}\right) \cdot 0{,}7 = 69{,}4\,\text{kW}$$

$$\therefore E_f = 516\,\text{kW}$$

Questão 10

Na figura, a SITUAÇÃO 1 apresenta um bloco cúbico de madeira, de aresta $1\,\text{m}$, com metade de seu volume imerso em água, sustentando o anteparo A_2 e mantendo-o afastado $4{,}6\,\text{m}$ do anteparo A_1, sobre o qual estão duas fendas separadas de $2\,\text{mm}$.

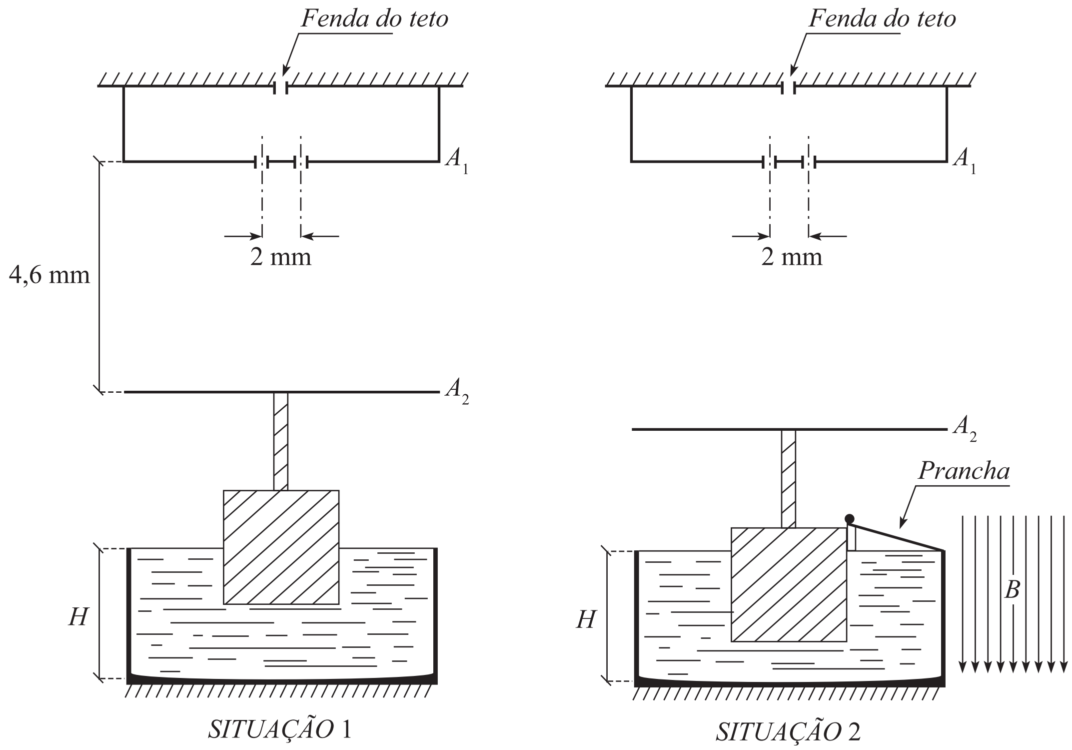
Na SITUAÇÃO 2, troca-se a água por um líquido de densidade menor, mantendo o mesmo nível H. Coloca-se uma prancha de massa desprezível e de comprimento $20\,\text{cm}$, apoiada pela aresta superior direita do bloco e a borda do tanque.

Em seguida, um corpo puntiforme de massa $2 \times 10^{-6}\,\text{kg}$ e carga positiva de $2 \times 10^{-6}\,\text{C}$ é abandonado do ponto mais alto da prancha, deslizando sem atrito. Ao sair da prancha, com velocidade $\sqrt{2}\,\text{m/s}$, penetra em um campo magnético uniforme $B = 4\,\text{T}$, com as linhas de indução paralelas ao plano do papel, descrevendo uma trajetória helicoidal de raio $\frac{\sqrt{6}}{8}\,\text{m}$.

Neste momento incide, na fenda localizada no teto, uma luz monocromática que, ao passar pelas fendas em A_1, produz em A_2 duas franjas claras consecutivas separadas por $1{,}6\,\text{mm}$. Admitindo a densidade da água igual a 1, determine:

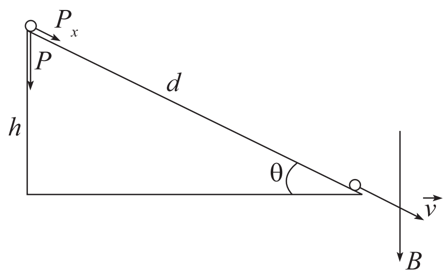
a) o comprimento de onda da luz incidente nos anteparos;

b) a densidade do líquido na SITUAÇÃO 2.



Resolução:

a)



Enquanto a partícula desce o plano inclinado ela tem uma aceleração $a = g \cdot \operatorname{sen}\theta$:

$$v^2 = v_0^2 + 2ad$$

$$\left(\sqrt{2}\right)^2 = 2a \cdot \left(2 \cdot 10^{-1}\right)$$

$$\therefore a = 5\,\text{m/s}^2$$

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{a}{g} = \frac{1}{2} \therefore \theta = 30°$$

E para determina h :

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{h}{d} \quad \therefore \quad h = 0{,}1\,\text{m}$$

Sendo assim, na SITUAÇÃO 2 o bloco está $0{,}4\,\text{m}$ mais fundo que em 1 :

$$D = 4{,}6 + 0{,}4 = 5\,\text{m}$$

E, para a interferência em fenda dupla temos:

$$\frac{x}{D} = \frac{\lambda}{a}$$

$$\lambda = \frac{a \cdot x}{D} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-3}}{5} = 0{,}64 \cdot 10^{-6}\,\text{m}$$

$$\therefore \lambda = 6400\,\text{Å}$$

b) Na SITUAÇÃO 1 o corpo está em equilíbrio imerso em água:

$$P = E \quad \therefore \quad P = \rho \cdot g \cdot V_{\ell_1} \ (1)$$

Na SITUAÇÃO 2 está em equilíbrio imerso num líquido x :

$$P = \rho_x \cdot g \cdot V_{\ell_x} \ (2)$$

Igualando (1) e (2):

$$\rho_1 \cdot g \cdot V_{\ell_1} = \rho_x \cdot g \cdot V_{\ell_x}$$

$$10^3 \cdot 10 \cdot 1^2 \cdot (0{,}5) = \rho_x \cdot 10 \cdot 1^2 \cdot (0{,}9) \ \therefore \ \rho_x = \frac{5}{9} \cdot 10^3\,\text{kg/m}^3 = 0{,}56 \cdot 10^3\,\text{kg/m}^3$$

Professores
Bruno Werneck
Marcelo Moraes
Rodrigo Bernadelli
Vinícius Miranda

Colaboradores
Aline Alkmin
Henrique
José Diogo
Paula Esperidião
Trajano Reis

Digitação e Diagramação
Érika Resende
Márcia Santana
Valdivina Pinheiro
Vinícius Ribeiro

Desenhistas
Arthur Vitorino
Mariana Fiusa
Rodrigo Ramos

Projeto Gráfico
Vinicius Ribeiro

Supervisão Editorial
João Neto
Rodrigo Bernadelli

A ***Resolução Comentada*** *das provas do IME poderá ser obtida diretamente no*

OLIMPO *Pré-Vestibular, ou pelo telefone* ***(62) 3637-4185***

As escolhas que você fez nessa prova, assim como outras escolhas na vida, dependem de conhecimentos, competências, conhecimentos e habilidades específicos. Esteja preparado.

www.grupoolimpo.com.br