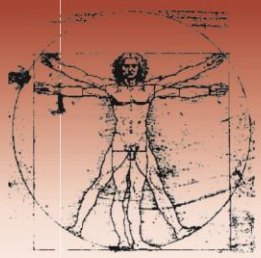


"A matemática é o alfabeto com que Deus escreveu o mundo"
Galileu Galilei

Questão 01

Os polinômios $P(x)=x^3+ax^2+18$ e $Q(x)=x^3+bx+12$ possuem duas raízes comuns. Sabendo que a e b são números reais, pode-se afirmar que satisfazem a equação

A) $a=b$
B) $2a=b$
C) $a=2b$
D) $2a=3b$
E) $3a=2b$

Resolução:

Sejam x_1, x_2, x_3 as raízes de P.
e x_1, x_2, x_4 as raízes de Q.

Girard: $\begin{cases} x_1x_2x_3=-18 \\ x_1x_2x_4=-12 \end{cases}$

$$\frac{x_1x_2x_3}{x_1x_2x_4}=\frac{3}{2} \Rightarrow x_3=\frac{3}{2}x_4$$

Também $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=-a \\ x_1+x_2+x_4=0 \end{cases} \Rightarrow x_3-x_4=-a$

Substituindo:

$$\frac{3}{2}x_4-x_4=-a \Rightarrow x_4=-2a$$
$$x_3=-3a$$

Substituindo x_3 em $p(x)$:

$$(-3a)^3+a(-3a)^2+18=0$$
$$-27a^3+9a^3+18=0$$
$$18a^3=18 \Rightarrow a=1 \quad (a \text{ é real})$$

Então $x_4=-2$ substituindo em $Q(x)$:

$$(-2)^3+b\cdot(-2)+12=0$$
$$-8-2b+12=0$$
$$-2b=-4$$
$$b=2$$

Logo, $b=2a$

Alternativa B

Questão 02

Assinale a alternativa que apresenta o mesmo valor da expressão $\left[4\cos^2(9°)-3\right]\left[4\cos^2(27°)-3\right]$:

A) $\operatorname{sen}(9°)$

B) $\operatorname{tg}(9°)$

C) $\cos(9°)$

D) $\sec(9°)$

E) $\operatorname{cossec}(9°)$

Resolução:

Lembrando da fórmula do arco triplo:

$$\cos(2x+x)=\cos 2x\cos x-\operatorname{sen} 2x\operatorname{sen} x$$

$$\cos(3x)=\left(2\cos^2 x-1\right)\cos x-2\operatorname{sen}^2 x\cos x$$

$$\cos(3x)=2\cos^3 x-\cos x-2\left(1-\cos^2 x\right)\cos x$$

$$\therefore \cos(3x)=4\cos^3 x-3\cos x$$

Chamando de y a expressão dada:

$$y=\left(4\cos^2 9°-3\right)\left(4\cos^2 27°-3\right)$$

$$y\cdot\cos 9°\cdot\cos 27°=\left(4\cos^3 9°-3\cos 9°\right)\left(4\cos^3 27°-3\cos 27°\right)$$

$$y\cdot\cos 9°\cdot\cos 27°=\cos 27°\cdot\cos 81°$$

$$\therefore y=\frac{\cos 81°}{\cos 9°}=\frac{\operatorname{sen} 9°}{\cos 9°}=\operatorname{tg} 9°$$

Alternativa B

Questão 03

Considere a equação $\log_{3x}\frac{3}{x}+\left(\log_3 x\right)^2=1$. A soma dos quadrados das soluções reais dessa equação está contida no intervalo

A) $[0,5)$

B) $[5,10)$

C) $[10,15)$

D) $[15,20)$

E) $[20,\infty)$

Resolução:

$$\frac{\log_3\frac{3}{x}}{\log_3 3x}+\left(\log_3 x\right)^2=1$$

$$\frac{\log_3 3-\log_3 x}{\log_3 3+\log_3 x}+\left(\log_3 x\right)^2=1$$

Substituindo $\log_3 x=y$

$$\frac{1-y}{1+y}+y^2=1$$

$$1-y+y^2+y^3=1+y$$

$$\therefore y^3+y^2-2y=0$$

$$y\left(y^2+y-2\right)=0$$

$y=0$ ou $y=1$ ou $y=-2$

Retornando à variável original.

$\log_3 x = 0 \Rightarrow x = 1$

$\log_3 x = 1 \Rightarrow x = 3$

$\log_3 x = -2 \Rightarrow x = \frac{1}{9}$

Soma dos quadrados: $1^2 + 3^2 + \left(\frac{1}{9}\right)^2 = \frac{811}{81}$

Alternativa C

Questão 04

Considere as inequações abaixo:

I) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

II) $a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$

III) $\left(a^2 - b^2\right) \geq (a - b)^4$

Esta(ão) correta(s), para quaisquer valores reais positivos de a, b e c, a(s) inequação(ões)

A) II apenas.
B) I e II apenas.
C) I e III apenas.
D) II e III apenas.
E) I, II e III.

Resolução:

I) Para todo par de números reais x, y, temos:

$(x - y)^2 \geq 0$

$x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$

$x^2 + y^2 \geq 2xy$

Usando esta última desigualdade:

$a^2 + b^2 \geq 2ab$

$a^2 + c^2 \geq 2ac$

$b^2 + c^2 \geq 2bc$,

Daí:

$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 \geq 2ab + 2ac + 2bc$

$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$

Portanto a afirmativa (I) é verdadeira.

II) $a^3 + b^3 = (a + b)\left(a^2 - ab + b^2\right) \qquad (1)$

$a^2b + ab^2 = ab(a + b) \qquad (2)$

Como $(a - b)^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 - ab + b^2 \geq ab$, segue que $\frac{a^2 - ab + b^2}{ab} \geq 1$.

Dividindo (1) por (2), temos:

$$\frac{a^3 + b^3}{a^2b + ab^2} = \frac{(a + b)\left(a^2 - ab + b^2\right)}{(a + b)(a \cdot b)} = \frac{a^2 - ab + b^2}{a \cdot b} \geq 1,$$

Logo segue que: $a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$, concluindo que a afirmativa (II) é verdadeira.

III) Usando $a = 5$ e $b = 1$, temos:

$5^2 - 1^2 = 24$ e $(5 - 1)^4 = 256$, logo serve como um contra-exemplo, o que faz com que (III) seja falsa.

Alternativa B

Questão 05

Considere o sistema de equações $\begin{cases} ax+by=c \\ px+qy=d \end{cases}$, com a, b, c, d, p e q reais, $abcd \neq 0$, $a+b=m$ e $d=nc$. Sabe-se que o sistema é indeterminado. O valor de $p+q$ é

A) m

B) $\frac{m}{n}$

C) m^2-n^2

D) mn

E) $m+n$

Resolução:

Graficamente, o sistema corresponde a duas retas coincidentes para ser indeterminado.
Segue que uma equação é múltipla da outra.

Assim $\frac{p}{a}=\frac{q}{b}=\frac{d}{c}$

Do enunciado, $d=nc$ logo:

$$\frac{p}{a}=\frac{q}{b}=n$$

Propriedade das proporções:

$$\frac{p+q}{a+b}=n$$

$$\frac{p+q}{m}=n$$

$$p+q=mn$$

Alternativa D

Questão 06

O coeficiente de x^4y^4 no desenvolvimento de $(1+x+y)^{10}$ é

A) 3150

B) 6300

C) 75600

D) 81900

E) 151200

Resolução:

O termo geral é:

$$T=\frac{10!}{m!n!p!}\cdot 1^m\cdot x^n\cdot y^p$$

Para $m+n+p=10$, m, n, p naturais.

Tomando $m=2$, $n=4$, $p=4$.

$$T=\frac{10!}{2!4!4!}\cdot 1^2\cdot x^4\cdot y^4$$

$$T=3150x^4y^4$$

Alternativa A

Questão 07

Seja um triângulo ABC. AH é a altura relativa de BC, com H localizado entre B e C. Seja BM a mediana relativa de AC. Sabendo que $BH=AM=4$, a soma dos possíveis valores inteiros de BM é

A) 11

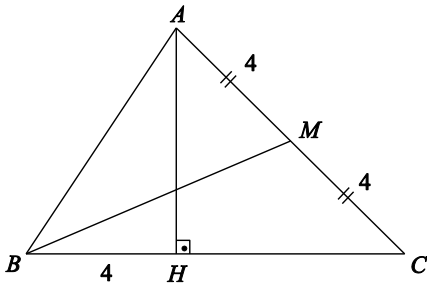
B) 13

C) 18

D) 21

E) 26

Resolução:



$$\begin{cases} AH^2 + HC^2 = 64 \\ AH^2 + 16 = AB^2 \end{cases}$$

$\therefore HC^2 - 16 = 64 - AB^2$

$HC^2 + AB^2 = 80$

Usando a relação de Stewart:

$BM^2 \cdot AC + AM \cdot MC \cdot AC = AB^2 \cdot MC + BC^2 \cdot AM$

$BM^2 \cdot 8 + 4 \cdot 4 \cdot 8 = AB^2 \cdot 4 + BC^2 \cdot 4$

$2 \cdot BM^2 + 32 = AB^2 + BC^2$

$2 \cdot BM^2 + 32 = AB^2 + (4 + HC)^2$

$2 \cdot BM^2 + 32 = AB^2 + 16 + 8 \cdot HC + HC^2$

$2 \cdot BM^2 + 32 = 80 + 16 + 8 \cdot HC$

$BM^2 = 32 + 4 \cdot HC$

Como BM deve ser inteiro, devemos ter que $(32 + 4HC)$ é um quadrado perfeito, com $HC < 8$.

Portanto, devemos ter:

$HC = 1$ e $BM = 6$

$HC = \frac{17}{4}$ e $BM = 7$

Portanto a soma dos possíveis valores inteiros de BM é: $6 + 7 = 13$.

Alternativa B

Questão 08

Seja Δ o determinante da matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & x^2 & x^3 \\ x & x & 1 \end{bmatrix}$. O número de possíveis valores de x reais que anulam Δ é

A) 0
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4

Resolução:

$\Delta = 0$

$x^2 + 2x^4 + 3x^2 - 3x^3 - x^4 - 2x = 0 \quad \therefore x(x^3 - 3x^2 + 4x - 2) = 0$

$x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x = 0$

Uma raiz é $x' = 0$.

As outras são as raízes de $x^3 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$.

Uma delas, por inspeção, é $x'' = 1$.

Reduzindo o grau:

1	1	–3	4	–2
	1	–2	2	0

$\therefore x^2 - 2x + 2 = 0$

Que não admite raiz real.

Logo, são duas as raízes reais.

Alternativa C

Questão 09

Seja o número complexo $z = \dfrac{a}{ib(1+ib)^2}$, onde a e b são números reais positivos e $i = \sqrt{-1}$. Sabendo que o módulo e o argumento de z valem, respectivamente, 1 e $(-\pi)\text{rd}$, o valor de a é

A) $\dfrac{1}{4}$
B) $\dfrac{1}{2}$
C) 1
D) 2
E) 4

Resolução:

Do enunciado tem-se que

$z = 1(\cos(-\pi) + i \cdot \text{sen}(-\pi))$

$z = -1$

Segue: $\dfrac{a}{ib(1+ib)^2} = -1$

$a = -ib(1 + 2bi - b^2)$

$a = -ib + 2b^2 + ib^3$

$a = 2b^2 + i(b^3 - b)$, logo

$a = 2b^2$ e $b^3 - b = 0$

$\therefore b = 0$ ou $b = \pm 1$

Para satisfazer às condições de existência, temos $b \neq 0$, logo $b = \pm 1$ e, neste caso, $a = 2$.

Alternativa D

Questão 10

Entre os números 3 e 192 insere-se igual número de termos de uma progressão aritmética e de uma progressão geométrica com razão r e q, respectivamente, onde r e q são números inteiros. O número 3 e o número 192 participam destas duas progressões. Sabe-se que o terceiro termo de $\left(1 + \dfrac{1}{q}\right)^8$, em potências crescentes de $\dfrac{1}{q}$, é $\dfrac{r}{9q}$. O segundo termo da progressão aritmética é

A) 12
B) 48
C) 66
D) 99
E) 129

Resolução:

As únicas progressões geométricas possíveis são:

$(3, 6, 12, 24, 48, 96, 192)$,

$(3, 12, 48, 192)$,

$(3, 24, 192)$

Por inspeção observa-se que somente no segundo caso, com 4 termos, a razão da P.A. é inteira como descrita no enunciado.

Logo a P.A. tem 4 termos:

$a_4 = a_1 + 3r$

$192 = 3 + 3r$

$r = 63$

Logo $a_2 = a_1 + r = 3 + 63 = 66$

Alternativa C

Questão 11

Um menino, na cidade do Rio de Janeiro, lança uma moeda. Ele andará 1m para leste se o resultado for cara ou 1m para oeste se o resultado for coroa. A probabilidade deste menino estar a 5m de distância de sua posição inicial, após 9 lançamentos da moeda, é

A) $\frac{9}{2^6}$

B) $\frac{35}{2^6}$

C) $\frac{2}{9!}$

D) $\frac{35}{2^9}$

E) $\frac{9!}{2^9}$

Resolução:

O menino só terminará 5 m distante da posição inicial em duas situações:
S_1: 7 caras e 2 coroas, ou
S_2: 7 coroas e 2 caras

O número de sequências descritas por S_1 é a permutação de 7 caras e 2 coroas (em qualquer ordem)

$$n_1 = \frac{9!}{7!2!} = 9 \cdot 4$$

A situação S_2 é simétrica, e o número de sequências que levam a ela também é:

$$n_2 = \frac{9!}{7!2!} = 9 \cdot 4$$

O total de sequências possíveis é $N = 2^9$, pelo princípio fundamental da contagem.

Assim a probabilidade pedida é

$$P = \frac{n_1 + n_2}{N} = \frac{9 \cdot 2^3}{2^9} = \frac{9}{2^6}$$

Alternativa A

Questão 12

Considere uma haste AB de comprimento 10 m. Seja um ponto P localizado nesta haste a 7 m da extremidade A. A posição inicial desta haste é horizontal sobre o semieixo x positivo, com a extremidade A localizada na origem do plano cartesiano. A haste se desloca de forma que a extremidade A percorra o eixo y, no sentido positivo, e a extremidade B percorra o eixo x, no sentido negativo, até que a extremidade B esteja sobre a origem do plano cartesiano. A equação do lugar geométrico, no primeiro quadrante, traçado pelo ponto P ao ocorrer o deslocamento descrito é

A) $49x^2 + 9y^2 - 280x + 120y - 441 = 0$

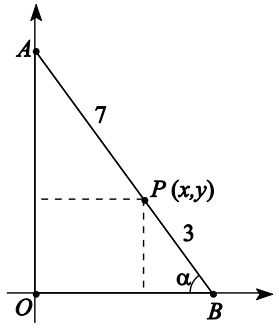
B) $49x^2 - 406x - 49y^2 + 441 = 0$

C) $9x^2 + 49y^2 - 441 = 0$

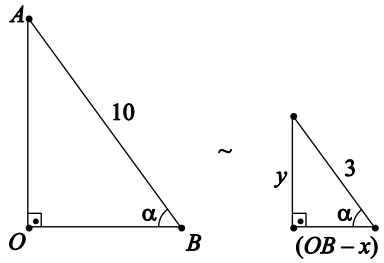
D) $9x^2 + 9y^2 + 120y - 441 = 0$

E) $9x^2 - 49y^2 - 441 = 0$

Resolução:



Destaca-se a semelhança:



Segue: $\frac{OB}{10} = \frac{OB - x}{3} \Rightarrow OB = \frac{10}{7}x$

$\frac{OA}{10} = \frac{y}{3} \Rightarrow OA = \frac{10y}{3}$

Como $OA^2 + OB^2 = 10^2$

$$\left(\frac{10y}{3}\right)^2 + \left(\frac{10x}{7}\right)^2 = 100$$

$$\frac{y^2}{9} + \frac{x^2}{49} = 1$$

$$\therefore\ 9x^2 + 49y^2 - 441 = 0$$

Alternativa C

Questão 13

Considere uma pirâmide regular de base hexagonal e altura h. Uma esfera de raio R está inscrita nesta pirâmide. O volume desta pirâmide é

A) $\frac{2h\sqrt{3}}{3}\frac{R^2h}{h-2R}$

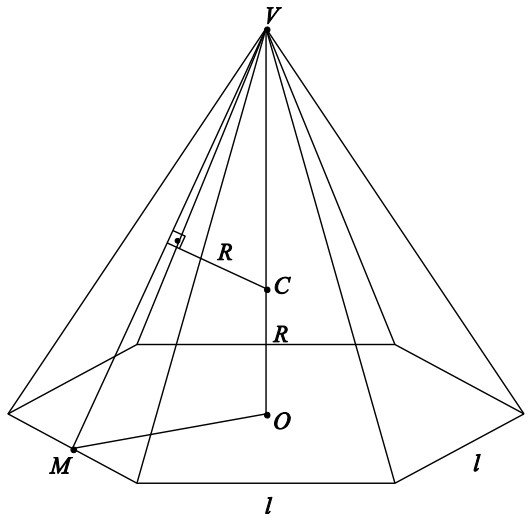
B) $\frac{h\sqrt{3}}{3}\frac{R^2h}{h+2R}$

C) $\frac{2h\sqrt{3}}{3}\frac{R^2h}{h+2R}$

D) $\frac{h\sqrt{3}}{3}\frac{R^2h}{h-2R}$

E) $\frac{2h\sqrt{3}}{3}\frac{R^2h}{h-R}$

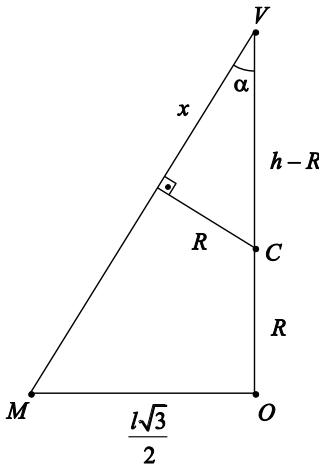
Resolução:



Na figura, $OV = h$.

$\overline{VM}$ é altura da face lateral.

C é o centro da esfera (não mostrada)



1) $x^2 + R^2 = (h - R)^2$

$x^2 + R^2 = h^2 - 2Rh + R^2$

$\therefore\ x = \sqrt{h^2 - 2Rh}$

Como $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{R}{x} = \dfrac{\frac{l\sqrt{3}}{2}}{h}$

$$\therefore\ \frac{R}{\sqrt{h^2 - 2Rh}} = \frac{l\sqrt{3}}{2h} \Rightarrow l = \frac{2Rh}{\sqrt{3(h^2 - 2Rh)}}$$

O volume é:

$$v = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h = \frac{1}{3}\left(\frac{6l^2\sqrt{3}}{4}\right) \cdot h$$

$$v = \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{4} \cdot \frac{4R^2h^2}{3(h^2 - 2Rh)}\sqrt{3} \cdot h$$

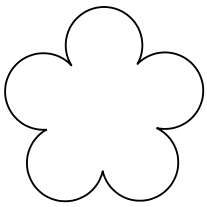
$$v = \frac{2h^2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{R^2h}{h(h - 2R)}$$

$$v = \frac{2h\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{R^2h}{(h - 2R)}$$

Alternativa A

Questão 14

Considere a figura abaixo formada por arcos de circunferência tangentes cujos centros formam um pentágono regular inscritível em uma circunferência de raio R. O perímetro da figura é



(A) $\frac{7\pi R}{2}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$

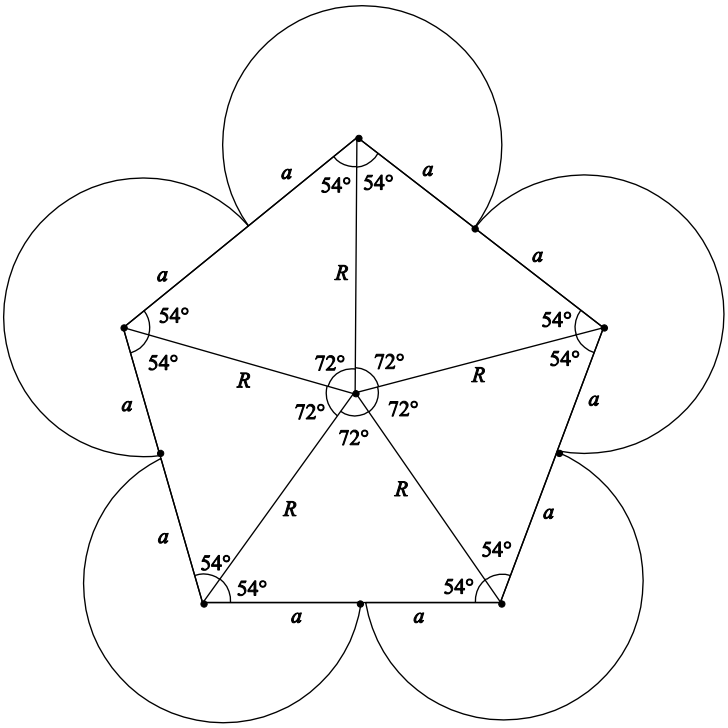
(B) $\frac{7\pi R}{4}\sqrt{10+\sqrt{5}}$

(C) $\frac{7\pi R}{2}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$

(D) $\frac{7\pi R}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$

(E) $\frac{7\pi R}{4}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$

Resolução:

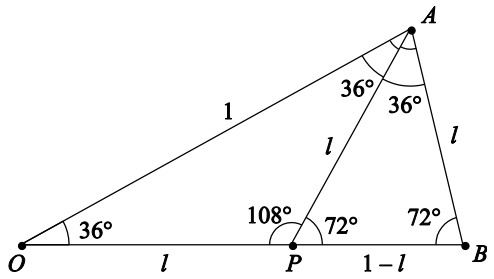


Da figura concluímos que o perímetro é composto de cinco arcos circulares de raio "a" e ângulo central $252° = \frac{7\pi}{5} rad$.

Logo, o perímetro será:

$$L = 5 \cdot \frac{7\pi}{5} \cdot a = 7\pi a$$

Para calcular o valor de cada raio a, recorremos ao triângulo áureo:



$\Delta OAB \sim \Delta APB$

$\frac{l}{1} = \frac{1-l}{l} \Rightarrow l^2 = 1 - l$

$l = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

Considerando que a bissetriz de O (não mostrada) também é mediana, vem:

$\text{sen } 18^\circ = \frac{l/2}{1} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

Assim, $\cos 72^\circ = \text{sen } 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$.

De volta à figura inicial:

$(2a)^2 = R^2 + R^2 - 2R^2 \cdot \cos 72^\circ$

$4a^2 = 2R^2 - 2R^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right)$

$4a^2 = \frac{8R^2 - 2R^2\sqrt{5} + 2R^2}{4}$

$a^2 = \frac{10R^2 - 2R^2\sqrt{5}}{16} \Rightarrow a = \frac{R\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$

E o perímetro é:

$L = 7\pi a = \frac{7\pi R}{4}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$

Alternativa E

Questão 15

Considere os conjuntos A, B, C e D, não vazios, contidos no mesmo conjunto universo U. A simbologia $\overline{F}$ representa o complemento de um conjunto F em relação ao conjunto U. Assinale a opção correta

A) Se $A \cap D \subset C$ e $B \cap D \subset C$ então $A \cap B \subset C$

B) $\left[\left(A \cap \overline{B} \cap C\right) \cup \left(\overline{A} \cap B \cap C\right)\right] \cap \left(A \cap B \cap C\right) = \left(A \cap B\right)$

C) $\overline{\left(A \cap \overline{B} \cap C\right) \cup \left(\overline{A} \cap B \cap C\right) \cup \left(A \cap B \cap \overline{C}\right)} = \left(A \cap B \cap C\right)$

D) $\left(A \cap \overline{B} \cap C\right) \cup \left(\overline{A} \cap B \cap C\right) \cup \left(A \cap B \cap \overline{C}\right) =$
$= \left(A \cap B\right) \cup \left(B \cap C\right) \cup \left(A \cap C\right)$

E) Se $A \subset C$ e $B \subset C$ então $\overline{\overline{A} \cup \overline{B}} \subset C$

Resolução:

Da álgebra dos conjuntos temos:

$\overline{\overline{A} \cup \overline{B}} = \overline{\overline{A}} \cap \overline{\overline{B}} = A \cap B$

Como $A \subset C$ e $B \subset C$, segue que $A \cap B \subset C$,

Logo:

$\overline{\overline{A} \cup \overline{B}} \subset C$

Alternativa E

Questão 16

Uma partícula de carga q e massa m está sujeita a dois campos elétricos ortogonais $E_x(t)$ e $E_y(t)$, dados pelas equações:

$E_x(t) = 5 \text{ sen } (2t)$
$E_y(t) = 12 \cos (2t)$

Sabe-se que a trajetória da partícula constitui uma elipse. A velocidade escalar máxima atingida pela partícula é:

A) $\frac{5}{2}\left|\frac{q}{m}\right|$

B) $5\left|\frac{q}{m}\right|$

C) $6\left|\frac{q}{m}\right|$

D) $\frac{13}{2}\left|\frac{q}{m}\right|$

E) $13\left|\frac{q}{m}\right|$

Resolução:

As componentes de força sobre a partícula são:

$$F_x(t) = 5q \cdot \text{sen}(2t)$$
$$F_y(t) = 12q \cdot \cos(2t)$$

E daí, as acelerações são:

$$A_x(t) = 5\left(\frac{q}{m}\right)\text{sen}(2t)$$
$$A_y(t) = 12\left(\frac{q}{m}\right)\cdot\cos(2t)$$

Estudando os movimentos em x e em y como dois MHS distintos, temos para as velocidades:

$$v_x(t) = -\frac{5}{2}\left(\frac{q}{m}\right)\cdot\cos(2t)$$
$$v_y(t) = \frac{12}{2}\left(\frac{q}{m}\right)\cdot\text{sen}(2t)$$

Assim, o módulo da velocidade escalar em cada instante vale:

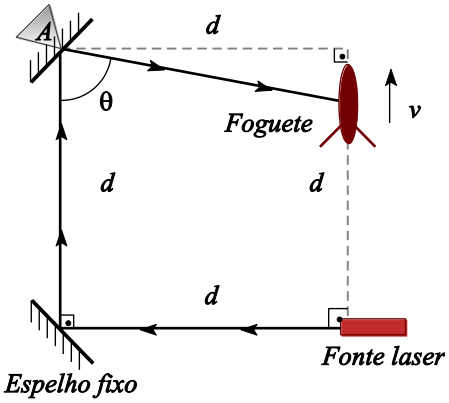
$$v^2(t) = v_x^2(t) + v_y^2(t)$$
$$v^2(t) = \frac{25}{4}\left(\frac{q}{m}\right)^2\cdot\cos^2(2t) + \frac{144}{4}\left(\frac{q}{m}\right)^2\cdot\text{sen}^2(2t)$$
$$v^2(t) = \frac{144}{4}\left(\frac{q}{m}\right)^2\cdot\left[\text{sen}^2(2t) + \cos^2(2t)\right]$$
$$-\frac{119}{4}\left(\frac{q}{m}\right)^2\cdot\cos^2(2t)$$
$$\therefore v(t) = \sqrt{\frac{144}{4}\left(\frac{q}{m}\right)^2 - \frac{119}{4}\left(\frac{q^2}{m}\right)\cos^2(2t)}$$

Cujo valor máximo ocorre para $\cos(2t) = 0$:

$$v_{max} = 6\left|\frac{q}{m}\right|$$

Alternativa C

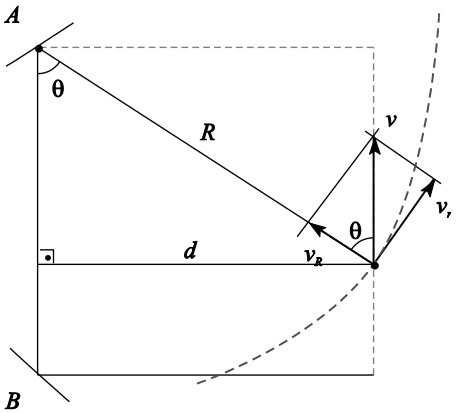
Questão 17



Um foguete de brinquedo voa na direção e sentido indicados pela figura com velocidade constante v. Durante todo o voo, um par de espelhos, composto por um espelho fixo e um espelho giratório que gira em torno do ponto A, faz com que um raio laser sempre atinja o foguete, como mostra a figura acima. O módulo da velocidade de rotação do espelho é:

A) $[v \text{ sen } (\theta)] / d$
B) $[v \text{ sen}^2(\theta/ 2)] / d$
C) $[v \text{ sen}^2(\theta)] / d$
D) $[v \text{ sen}(\theta)] / 2d$
E) $[v \text{ sen}^2(\theta)] / 2d$

Resolução:



Observe a figura do enunciado.
Nela podemos decompor a velocidade em componentes tangencial (v_T) e radial (v_R) em relação a A. Então:

$$v_T = v \cdot \text{sen}\,\theta$$

E, a velocidade angular (de rotação do raio refletido) vale:

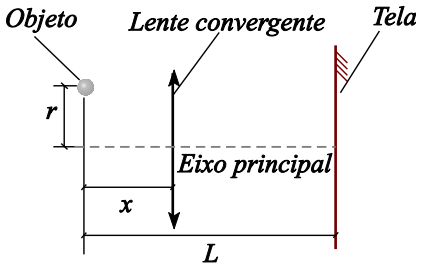
$$\omega = \frac{v_T}{R} = \frac{v \cdot \text{sen}\,\theta}{\left(\dfrac{d}{\text{sen}\,\theta}\right)} = \frac{v}{d} \cdot \text{sen}^2\,\theta$$

E, por fim, como a velocidade de rotação do espelho é a metade do raio refletido:

$$\omega_e = \left[v \cdot \text{sen}^2(\theta)\right] / 2d$$

Alternativa E

Questão 18



Um objeto puntiforme encontra-se a uma distância L de sua imagem, localizada em uma tela, como mostra a figura acima. Faz-se o objeto executar um movimento circular uniforme de raio r ($r<<L$) com centro no eixo principal e em um plano paralelo à lente. A distância focal da lente é $3L/16$ e a distância entre o objeto e a lente é x. A razão entre as velocidades escalares das imagens para os possíveis valores de x para os quais se forma uma imagem na posição da tela é:

A) 1
B) 3
C) 6
D) 9
E) 12

Resolução:

$$f=\frac{3L}{16} \qquad p=x \qquad p`=L-x$$

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p`}$$

$$\frac{1}{\frac{3L}{16}}=\frac{1}{x}+\frac{1}{L-x}$$

$$\frac{16}{3L}=\frac{L-x+x}{x(L-x)}$$

$$\frac{16}{3L}=\frac{L}{x(L-x)}$$

$$3L^2=16xL-16x^2$$

$$\therefore 16x^2-6xL+3L^2=0$$

$$\Delta=b^2-4ac=(-16L)^2-4(16)(3L^2)$$

$$\Delta=256L^2-192L^2=64L^2$$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=-\frac{(-16L)\pm 8L}{2(16)}=\frac{16L\pm 8L}{32}$$

$$x'=\frac{24L}{32}\Rightarrow x'=\frac{3L}{4}$$

$$x''=\frac{8L}{32}\Rightarrow x''=\frac{L}{4}$$

$$A=\frac{i}{o}=\frac{p'}{p}=\frac{f}{f-p}\Rightarrow A=\frac{R'}{R}=\frac{3L/16}{\frac{3L}{16}-\frac{3L}{4}}=\frac{3L/16}{\frac{3L-12L}{16}}$$

$$A'=\frac{R'}{R}=\frac{3L}{16}\cdot\frac{16}{-9L}\Rightarrow A'=\frac{R'}{R}=\frac{-1}{3}\quad\therefore R'=\frac{-R}{3}$$

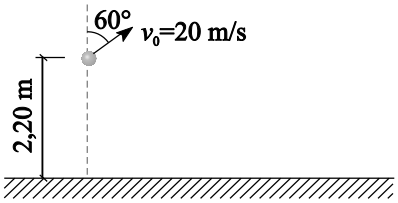
$$A''=\frac{R''}{R}=\frac{3L/16}{\frac{3L}{16}-\frac{L}{4}}=\frac{3L/16}{\frac{3L-4L}{16}}=\frac{3L}{16}\cdot\frac{16}{-L}\Rightarrow R''=-3R$$

$$\therefore\frac{v'}{v''}=\frac{\Delta S'/\Delta t}{\Delta S''/\Delta t}=\frac{\Delta S'}{\Delta t}\cdot\frac{\Delta t}{\Delta S''}=\frac{2\pi R'}{2\pi R''}=\frac{-R/3}{-3R}$$

$$\frac{v'}{v''}=\frac{R}{3}\cdot\frac{1}{3R}\Rightarrow\frac{v'}{v''}=\frac{1}{9}\Rightarrow\frac{v''}{v'}=9$$

Alternativa D

Questão 19



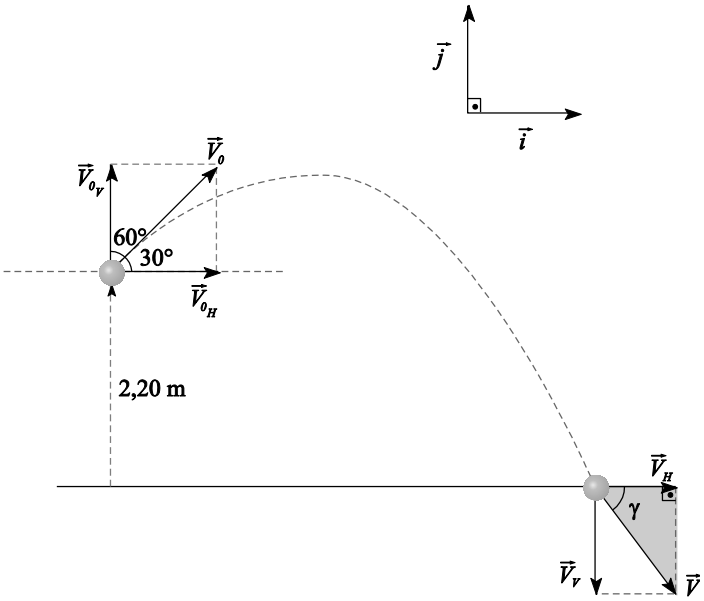
Um corpo de 300 g de massa é lançado de uma altura de 2,20 m em relação ao chão como mostrado na figura acima. O vetor velocidade inicial v_0 tem módulo de 20 m/s e faz um ângulo de 60º com a vertical. O módulo do vetor diferença entre o momento linear no instante do lançamento e o momento linear no instante em que o objeto atinge o solo, em kg.m/s, é:

Dado:

aceleração da gravidade: 10 m/s^2.

A) 0,60
B) 1,80
C) 2,25
D) 3,00
E) 6,60

Resolução:



$$v_{ov} = v_0 \cdot \text{sen}\,30^o = 20x\frac{1}{2}$$

$$v_{ov} = 10\,\text{m/s}$$

$$v_{o_H} = v_0 \cdot \cos 30^o : 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$v_{o_H} = 10\sqrt{3}\,\text{m/s}$$

Vertical (muv)

$$v_2 = v_0^2 + 2_0 \Delta S \Rightarrow v_v^2 = 10^2 + 2(10)(2,20)$$

$$v_v^2 = 44 + 100 \Rightarrow v_v = 12\,\text{m/s}$$

$$\vec{D} = m\vec{v}_0 - m\vec{v} = m\left[\left(v_{0_H} \cdot \vec{i} + v_{0v}\vec{j}\right) - \left(v_H\vec{i} - v_v\vec{j}\right)\right]$$

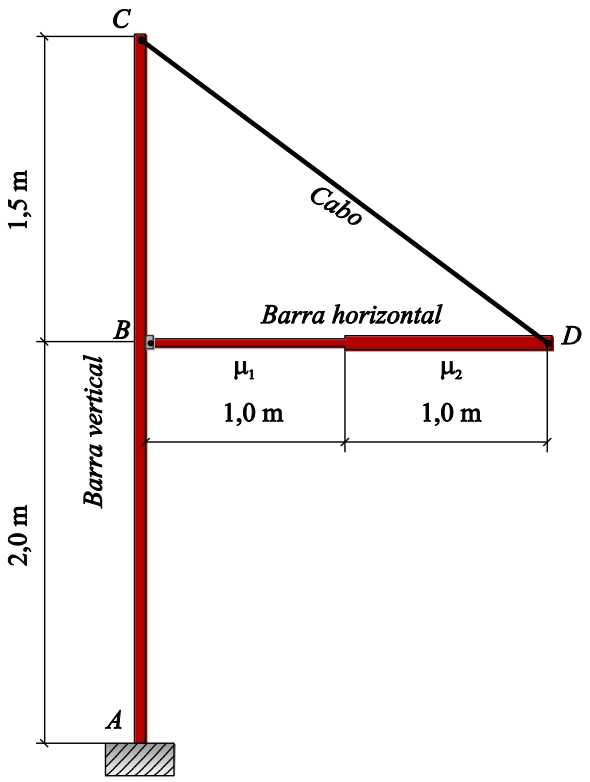
$$\vec{D} = m\left[v_{0_H}\vec{i} + v_{0v}\vec{j} - v_H\vec{i} - v_v\vec{j}\right] = 0,3\left[10\vec{j} + 12\vec{j}\right]$$

$$\vec{D} = 6,6\vec{j}$$

$$\therefore \left|\vec{D}\right| = 6,6\,\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

Alternativa E

Questão 20

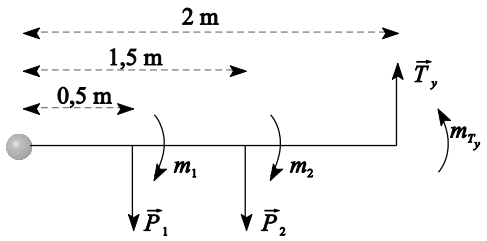


A figura acima mostra uma estrutura em equilíbrio, formada por uma barra vertical *AC* e um cabo *CD*, de pesos desprezíveis, e por uma barra horizontal *BD*. A barra vertical é fixada em *A* e apoia a barra horizontal *BD*. O cabo de seção transversal de $100\,\text{mm}^2$ de área é inextensível e está preso nos pontos *C* e *D*. A barra horizontal é composta por dois materiais de densidades lineares de massa μ_1 e μ_2. Diante do exposto, a força normal por unidade de área, em *MPa*, no cabo *CD* é:

Dados:
- aceleração da gravidade: $10\ \text{m/s}^2$;
- densidades lineares de massa: $\mu_1 = 600\ \text{kg/m}$ e $\mu_2 = 800\ \text{kg/m}$.

A) 100
B) 125
C) 150
D) 175
E) 200

Resolução:

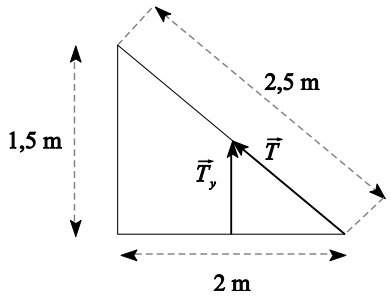


$$M_R = 0 \Rightarrow M_1 + M_2 = M_{Ty} \Rightarrow P_1 \cdot d_1 + P_2 d_2 = T_y \cdot d_y$$

$$(600 \times 1 \times 10) \times 0{,}5 + (800 \times 1 \times 10) \times 1{,}5 = T_y \cdot 2$$

$$2 \cdot T_y = 3000 + 12.000$$

$$T_y = 7.500\,\text{N}$$



$x^2 = 1{,}5^2 + 2^2 = 2{,}25 + 4$

$x^2 = 6{,}25$

$x = 2{,}5\,\text{m}$

$$\frac{T}{T_y} = \frac{2{,}5}{1{,}5}$$

$$T = \frac{2{,}5 \cdot T_y}{1{,}5} \Rightarrow T = \frac{2{,}5 \times 7.500}{1{,}5} \Rightarrow T = 12500N$$

$$\therefore\ P = \frac{F}{A} = \frac{12.500}{100 \times 10^{-6}} \Rightarrow P = 125 \times 10^6 Pa$$

$P = 125MPa$

Alternativa B

Questão 21

Quando uma corda de violão é tocada, o comprimento de onda da onda sonora produzida pela corda

A) é maior que o comprimento de onda da onda produzida na corda, já que a distância entre as moléculas do ar é maior que a distância entre os átomos da corda.

B) é menor que o comprimento de onda da onda produzida na corda, já que a massa específica do ar é menor que a massa específica da corda.

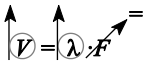
C) é igual ao comprimento de onda da onda produzida na corda, já que as frequências das duas ondas são iguais.

D) pode ser maior ou menor que o comprimento de onda da onda produzida na corda, dependendo das velocidades de propagação da onda sonora e da onda produzida na corda.

E) pode ser maior ou menor que o comprimento de onda da onda produzida na corda, dependendo das frequências da onda sonora e da onda produzida na corda.

Resolução:

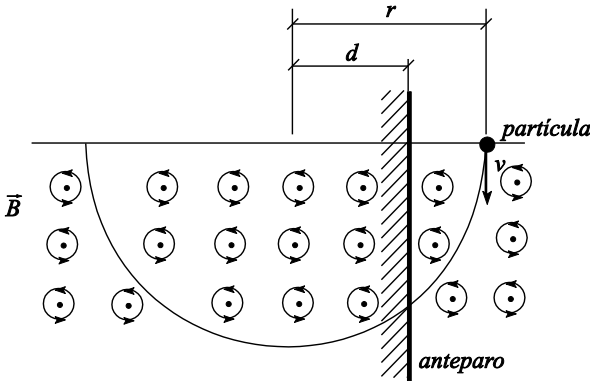
O som produzido possui a mesma frequência da vibração na corda. Então velocidade e comprimento de onda são diretamente proporcionais.



Então, a relação dos comprimentos de onda dependerão da relação das velocidades da onda na corda e do som produzido.

Alternativa D

Questão 22



A figura acima apresenta uma partícula com velocidade v, carga q e massa m penetrando perpendicularmente em um ambiente submetido a um campo magnético B. Um anteparo está a uma distância d do centro do arco de raio r correspondente à trajetória da partícula. O tempo, em segundos, necessário para que a partícula venha a se chocar com o anteparo é:

Dados:

- $v = 10\ \text{m/s}$
- $B = 0{,}5\ \text{T}$
- $q = 10\ \mu\text{C}$
- $m = 10 \times 10^{-20}\ \text{kg}$
- $d = \dfrac{\sqrt{2}}{2} r$

A) $40\pi \times 10^{-15}$

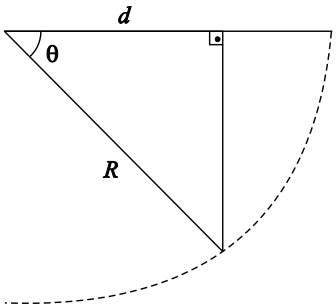
B) $20\pi \times 10^{-15}$

C) $10\pi \times 10^{-15}$

D) $5\pi \times 10^{-15}$

E) $2{,}5\pi \times 10^{-15}$

Resolução:



$$\cos\theta = \frac{CA}{\text{hip}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}R}{R}$$

$$\theta = 45^\circ$$

$$\theta = \pi/4\ \text{rad}$$

$$T = \frac{2\pi m}{|q| \cdot B} = \frac{2\pi \cdot 10 \times 10^{-20}}{10 \times 10^{-6} \times 0{,}5}$$

$$T = 4\pi \times 10^{-14}\ \text{s}$$

$$\therefore 360^\circ \longrightarrow 4\pi \times 10^{-14}\ \text{s}$$

$$45^\circ \longrightarrow t$$

$$t = \frac{45 \times 4\pi \times 10^{-14}}{360} \ : \ t = 5\pi \times 10^{-15}\ \text{s}$$

Alternativa D

Questão 23

Em certos problemas relacionados ao escoamento de fluidos no interior de dutos, encontram-se expressões do tipo:

$$\gamma = \frac{kal^3}{v^2}$$

A grandeza γ possui a mesma dimensão da razão entre potência e temperatura. O termo k é a condutividade térmica, conforme descrito pela Lei de Fourier. As dimensões dos parâmetros a e l são, respectivamente, as mesmas de aceleração e comprimento. A dimensão de v para que a equação acima seja dimensionalmente correta é igual a:

A) raiz quadrada da aceleração.
B) quadrado da velocidade.
C) produto do comprimento pela raiz quadrada da velocidade.
D) produto da velocidade pela raiz quadrada do comprimento.
E) produto do comprimento pelo quadrado da velocidade.

Resolução:

Fazendo a análise dimensional das grandezas no S.I. temos:

$$\gamma = \frac{W}{K} = \frac{J}{K \cdot s} = \frac{N \cdot m}{K \cdot s} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{K \cdot s^3}$$

$$K = \frac{W \cdot m}{\text{m}^2 \cdot K} = \frac{J}{s \cdot mK} = \frac{N}{s \cdot K} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^3 \cdot K}$$

$$a = \frac{m}{s^2}$$

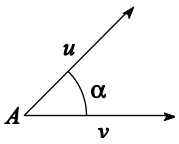
$$l = m$$

Sendo assim, temos para v:

$$v^2 = \frac{\left(\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{s^3 \cdot K}\right) \cdot \left(\frac{\text{m}}{s^2}\right) \cdot m^3}{\left(\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{K \cdot s^3}\right)} \qquad \therefore v^2 = \left(\frac{m^2}{s^2}\right) \cdot m \qquad \therefore v = \left(\frac{m}{s}\right) \cdot \sqrt{m}$$

Alternativa D

Questão 24



Uma onda plana de frequência f propaga-se com velocidade v horizontalmente para a direita. Um observador em A desloca-se com velocidade constante u $u < v$ no sentido indicado na figura acima. Sabendo que α é o ângulo entre a direção de propagação da onda e de deslocamento do observador, a frequência medida por ele é:

A) $\left[1 + \frac{u}{v}\cos\alpha\right] f$

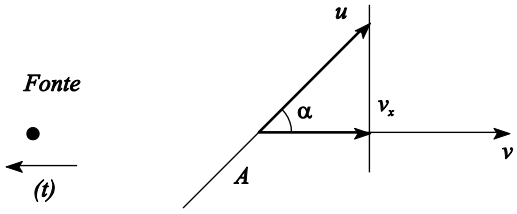
B) $\left[1 - \frac{u}{v}\cos\alpha\right] f$

C) $\dfrac{f}{1 - \frac{u}{v}\cos\alpha}$

D) $\dfrac{f}{1 + \frac{u}{v}\cos\alpha}$

E) $\dfrac{\cos\alpha}{1 + \frac{u}{v}} f$

Resolução:



A frequência medida devido ao efeito Doppler vale:

$$f_R = f\,\frac{V \pm V_0}{V \pm V_f}$$

$$\therefore f_R = f\,\frac{V - u\cos\alpha}{V}$$

$$\therefore f_R = f\left(1 - \frac{u}{v}\cdot\cos\ \alpha\right)$$

Alternativa B

Questão 25

Um feixe de luz de intensidade I incide perpendicularmente em uma lâmina de vidro de espessura constante. A intensidade da onda transmitida do ar para o vidro e vice-versa é reduzida por um fator q $0 < q < 1$. Ao chegar a cada interface de separação entre o ar e o vidro, a onda se divide em refletida e transmitida. A intensidade total da luz que atravessa o vidro, após sucessivas reflexões internas no vidro, é dada por:

A) $q^2 I$

B) $\dfrac{qI}{2-q^2}$

C) $\dfrac{2qI}{1+q}$

D) $\dfrac{qI}{2-q}$

E) $\dfrac{1}{2}q\ 1+q\ I$

Resolução:

Observe o esquema com as recessões de reflexão e transmissões.

$$\downarrow \mathrm{I}$$

$$\downarrow \mathrm{Iq}\ \uparrow \mathrm{Iq}\ 1-\mathrm{q}\ \downarrow \mathrm{Iq}\ 1-\mathrm{q}^{\ 2}\ \uparrow \mathrm{Iq}\ 1-\mathrm{q}^{\ 3}\ \downarrow \mathrm{Iq}\ 1-\mathrm{q}^{\ 4}$$

$$\downarrow \mathrm{Iq} \qquad \downarrow \mathrm{Iq}^2\ 1-\mathrm{q}^{\ 2} \qquad \downarrow \mathrm{Iq}^2\ 1-\mathrm{q}^{\ 4}$$

A soma total final das intensidades será:

$$I_T = I_q^2\ 1 + 1-\mathrm{q}^{\ 2} + 1-\mathrm{q}^{\ 4} + 1-\mathrm{q}^{\ 6} + \ldots$$

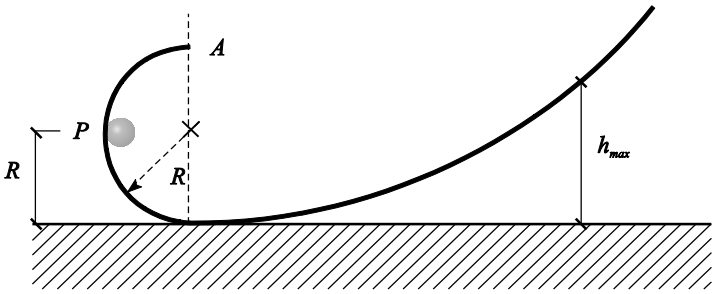
Qual é uma PG infinita cuja soma vale:

$$I_T = I_q^2 \cdot \frac{1}{1-\ 1-\mathrm{q}^{\ 2}}$$

$$I_T = \frac{I_q^2}{2\mathrm{q} - \mathrm{q}^2} = \frac{I\,\mathrm{q}}{2-\mathrm{q}}$$

Alternativa D

Questão 26



Um objeto puntiforme de massa m é lançado do ponto A descrevendo inicialmente uma trajetória circular de raio R, como mostrado na figura acima. Ao passar pelo ponto P o módulo da força resultante sobre o objeto é $\sqrt{17}mg$, sendo g a aceleração da gravidade. A altura máxima h_{max} que o objeto atinge na rampa é:

A) $3R$

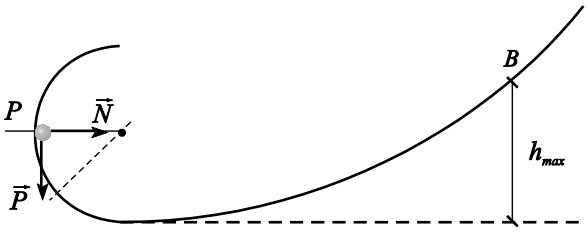
B) $\sqrt{17}-1\ R$

C) $\sqrt{17}+1\ R$

D) $\sqrt{17}+2\ R$

E) $18R$

Resolução:



Observe que em P as forças atuantes são $\vec{P}$ e $\vec{N}$, sendo assim:

$$R^2 = P^2 + N^2$$

$$mg\sqrt{17}^{\ 2} = mg^{\ 2} + N^2$$

$$\therefore N^2 = mg^{\ 2} \cdot 16$$

$$\therefore N = 4mg$$

Sendo que $\vec{N}$ é o agente centrípeto:

$$\frac{mv^2}{R} = 4mg$$

$$\therefore v^2 = 4Rg$$

E, conservando energia mecânica de P até o fim do movimento temos:

$$EM_o = EM_f$$

$$\frac{mv^2}{2} + mg\ R = \frac{mV_f^2}{2} + mg\,H$$

$$\frac{m\ 4Rg}{2} + mgR = 0 + mgH$$

$$\therefore H_{\max} = 3R$$

Alternativa A

Questão 27

Um automóvel percorre uma estrada reta de um ponto A para um ponto B. Um radar detecta que o automóvel passou pelo ponto A a $72\ \text{km/h}$. Se esta velocidade fosse mantida constante, o automóvel chegaria ao ponto B em $10\ \text{min}$. Entretanto, devido a uma eventualidade ocorrida na metade do caminhe entre A e B, o motorista foi obrigado a reduzir uniformemente a velocidade até $36\ \text{km/h}$, levando para isso, $20\ s$. Restando $1\ \text{min}$ para alcançar o tempo total inicialmente previsto para o percurso, o veículo é acelerado uniformemente até $108\ \text{km/h}$. Levando para isso, $22\ \text{s}$, permanecendo nesta velocidade até chegar ao ponto B. O tempo de atraso, em segundos, em relação à previsão inicial, é:

A) $46,3$
B) $60,0$
C) $63,0$
D) $64,0$
E) $66,7$

Resolução:

$$V_A = 72\ \text{km/h} = 20\ \text{m/s}$$
$$V_D = 36\ \text{km/h} = 10\ \text{m/s}$$
$$\Rightarrow V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 20 = \frac{\Delta s_{AB}}{10 \times 60} \Rightarrow \Delta s_{AB} = 12.000\ \text{m}$$

Trecho $\overline{AC}$ Metade do caminho

$$\Delta t = 5\ \text{min} = 300\ \text{seg}$$
$$\Delta S = 6000\ \text{m}$$

Trecho $\overline{CD}$ (MUV)

$$v = v_0 + at \rightarrow 10 = 20 + a \cdot 20$$
$$a = -0,5\ \text{m/s}^2$$
$$S = S_0 + Vot + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \Delta s = 20 \cdot 20 - \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 20^2$$
$$\Delta s = 300\ \text{m}$$

Trecho $\overline{DE}$ (M.U)

$$\Delta t = 600 - 300 - 20 - 60$$
$$\Delta t = 220\ \text{s}$$
$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \frac{\Delta s}{220}$$
$$\Delta s = 2200\ \text{m}$$

Trecho $\overline{EF}$ (MUV)

$$v = v_0 + at$$
$$30 = 10 + a \cdot 22$$
$$a = \frac{20}{22}$$
$$a = \frac{10}{11}\ \text{m/s}^2$$
$$s = s_0 + vot + \frac{1}{2}at^2$$
$$\Delta s = 10 \cdot 22 + \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{11} \times 22 \times 22$$
$$\Delta s = 220 + 220$$
$$\therefore \Delta s = 440\ \text{m}$$

Trecho $\overline{FB}$ (MU)

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow 30 = \frac{3060}{\Delta t}$$
$$\Delta t = 102\ \text{s}$$

$\therefore$ Tempo total: $t_{AC} + t_{CD} + t_{DE} + t_{EF} + t_{FB}$

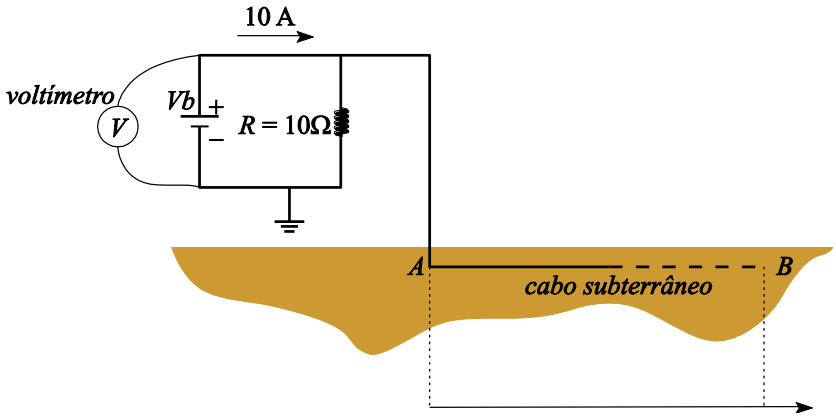
$$300 + 20 + 220 + 22 + 102$$

Tempo total $=$ $664\ \text{s}$

Atraso de $64\ \text{s}$

Alternativa D

Questão 28



Um cabo subterrâneo inicialmente isolado, instalado entre os pontos A e B, possui resistência de $0,01\,\Omega/\text{m}$. Este cabo se rompeu e seu ponto de ruptura apresenta fuga de corrente para a terra. Para determinar o ponto de rompimento do cabo a escavar o terreno de modo a sanar o problema, foi montado o aparato apresentado na figura acima, composto por uma bateria Vb ajustada para fornecer uma corrente constante de 10 A ao circuito formado pela resistência R e pelo cabo. O valor da tensão da bateria é mostrado por um voltímetro que apresenta um erro de medição de $+/-10\%$. Sabendo que a leitura do voltímetro é $16,67\,V$, é CORRETO afirmar que:

A) a partir da leitura do voltímetro no ensaio, pode-se concluir que o comprimento total do cabo é 2 km.

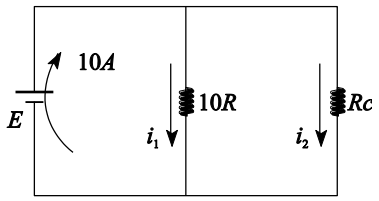
B) a distância mínima de x para se iniciar a escavação é 224 m.

C) a distância máxima de x para se encerrar a escavação é 176 m.

D) o ponto $x = 240\text{ m}$ está dentro do intervalo provável de ruptura do cabo.

E) o ponto $x = 210\text{ m}$ está dentro do intervalo provável de ruptura do cabo.

Resolução:



$+/-10\% \therefore E' = 16,67 \times 0,9 \cong 15V$

$E'' = 16,67 \times 1,1 \cong 18,34V$

Para E'

$U = Ri \Rightarrow 15 = 10 \cdot i_1 \therefore i_1 = 1,5\text{ A}$

$i_2 = i - i_1 = 10 - 1,5 \therefore i_2 = 8,5\text{ A}$

$10 \cdot i_1 = i_2 \cdot R_C \Rightarrow 10 \times 1,5 = 8,5 \cdot R_C$

$R_C \cong 1,76\,\Omega$

$0,01\Omega \longrightarrow 1\text{m}$

$1,76\Omega \longrightarrow L' \qquad L'' = 176\text{ m}$

Para E''

$U = Ri \rightarrow 18,34 = 10 \cdot i_1$

$i_1 = 1,834\text{ A}$

$i_2 = i - i_1 = 10 - 1,834 \therefore i_2 = 8,166\text{ A}$

$10 i_1 = i_2 \cdot R_C \rightarrow 10 \times 1,834 = 8,166 \times R_C$

$R_C \cong 2,246\Omega$

$0,01\Omega \longrightarrow 1\text{m}$

$2,246\Omega \longrightarrow L'' \qquad L'' = 224,6\text{ m}$

$\therefore$ O comprimento ficou entre os valores: $176\text{ m} \le L \le 224,6\text{ m}$

Alternativa E

Questão 29

Em um experimento existem três recipientes: E_1, E_2 e E_3. Um termômetro graduado numa escala X assinala $10\,^{o}\mathrm{X}$ quando imerso no recipiente E_1, contendo uma massa M_1 de água a $41\,^{o}\mathrm{F}$. O termômetro, quando imerso no recipiente E_2 contendo uma massa M_2 de água a $293\,\mathrm{K}$, assinala $19\,^{o}\mathrm{X}$. No recipiente E_3 existe inicialmente uma massa de água M_3 a $10\,^{o}\mathrm{C}$. As massas de água M_1 e M_2, dos recipientes E_1 e E_2, são transferidas para o recipiente E_3 e, no equilíbrio, a temperatura assinalada pelo termômetro é de $13\,^{o}\mathrm{X}$. Considerando que existe somente troca de calor entre as massas de água, a razão $\frac{M_1}{M_2}$ é:

A) $2+0,2\frac{M_3}{M_2}$

B) 2

C) $1+\frac{M_3}{M_2}$

D) $0,5$

E) $0,5-2\frac{M_3}{M_2}$

Resolução:

A massa M_1 está a uma temperatura de $41\,°\mathrm{F}$ que em Celsius vale:

$$\frac{t_1}{5}=\frac{41-32}{9} \therefore t_1=5\ °\mathrm{C}$$

Convertendo também a temperatura da massa M_2 temos:

$$t_2=293-273=20\ °\mathrm{C}$$

Podemos assim estabelecer uma relação entre as escalas $°\mathrm{X}$ e $°\mathrm{C}$:

°X	°C
19	20
t_x	t_c
10	5

$$\frac{t_c-5}{15}=\frac{t_x-10}{9}$$

E, vendo assim, temos para o equilíbrio final:

$$\frac{t_f-5}{15}=\frac{13-10}{9}$$

$$\therefore t_f=10\ °\mathrm{C}$$

E, estando M_3 já a $10\ °\mathrm{C}$ no início da mistura podemos fazer o cálculo das trocas de calor da mesma:

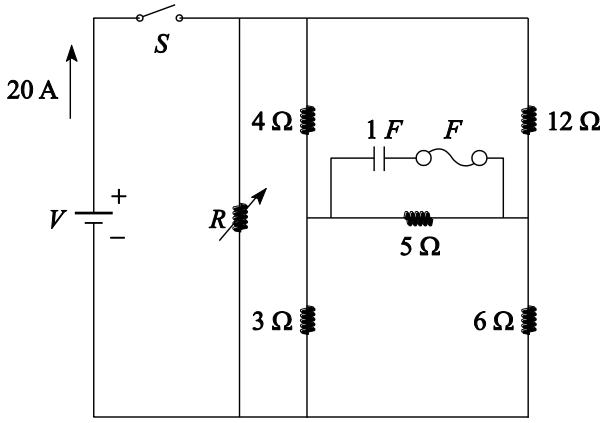
$$Q_1+Q_2+Q_3=0$$

$$M_1\cdot c(10-5)+M_2\cdot c(10-20)+0=0$$

$$\therefore \frac{M_1}{M_2}=2$$

Alternativa B

Questão 30



No circuito apresentado na figura acima, a chave S é fechada e a corrente fornecida pela bateria é $20\ \text{A}$. Para que o fusível F, de $1{,}5\ \text{A}$, não abra durante o funcionamento do circuito, o valor da resistência variável R, em ohms, é:

Consideração:

O capacitor está descarregado antes do fechamento da chave S.

A) $R \geq 120$

B) $95 \leq R \leq 115$

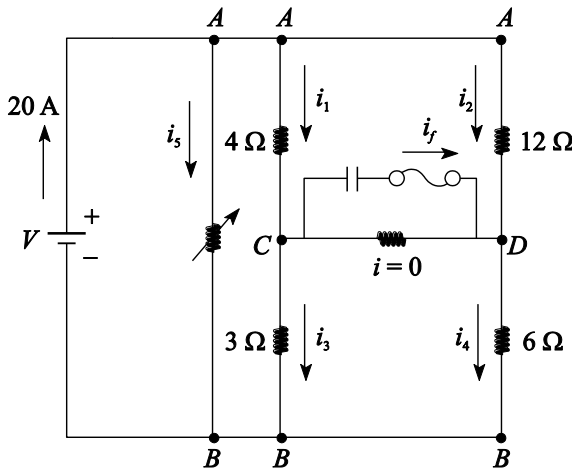
C) $80 \leq R \leq 100$

D) $55 \leq R \leq 65$

E) $R \leq 45$

Resolução:

Observe o circuito:



A corrente inicial máxima no fusível (i_f) deve ser $1{,}5\ \text{A}$ e enquanto o capacitor é carregado essa corrente diminui.

No início o capacitor está descarregado e temos:

$V_{AC} = V_{AD} = i_1 \cdot 4 = 12 i_2$

$\therefore i_1 = 3 i_2 \qquad (1)$

$V_{CB} = V_{DB} = 3 i_3 = 6 i_6$

$\therefore i_3 = 2 i_4 \qquad (2)$

Ainda: $i_1 + i_2 = i_3 + i_4 \qquad (3)$

e: $i_4 = i_2 + i_f \qquad (4)$

$i_4 = i_2 + 1{,}5$

Substituindo (1) e (2) em (3):

$3 i_2 + i_2 = 2 i_4 + i_4$

$\therefore 4 i_2 = 3 i_4 \qquad (5)$

Substituindo (4) em (5):

$4i_2 = 3(i_2 + 1{,}5)$

$\therefore i_2 = 4{,}5\ \text{A}$

$i_1 = 13{,}5\ \text{A}$

$i_4 = 6\ \text{A}$

$i_3 = 12\ \text{A}$

Sendo assim, temos por fim:

$V_{AB} = 2R = 18 \cdot \left(\frac{12 \cdot 4}{12+4} + \frac{3 \cdot 6}{3+6} \right)$

$\therefore 2R = 18(3+2)$

$\therefore R = 45\ \Omega$

Valores maiores de R determinará maiores valores em i_f, portanto:

$R \leq 45\ \Omega$

Alternativa E

Questão 31

Dadas as reações:

$$PCl_3 + 3H_2O \rightarrow H_3PO_3 + 3HCl$$
$$PCl_5 + 4H_2O \rightarrow H_3PO_4 + 5HCl$$

Assinale a afirmativa correta:

A) As reações podem ser classificadas como reações de deslocamento ou troca simples.

B) O fósforo sofre oxidação em ambas as reações.

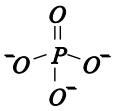
C) O ácido fosforoso é um triácido formado por ligações covalentes.

D) Os ânions fosfato e fosfito $\left(HPO_3^{2-}\right)$ possuem geometria tetraédrica.

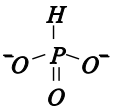
E) O pentacloreto de fósforo gasoso é um composto iônico.

Resolução:

Nos íons: fosfato $\left(PO_4^{3-}\right)$ e fosfito $\left(HPO_3^{2-}\right)$ o elemento central apresenta quatro nuvens eletrônicas e quatro ligantes, caracterizando geometria tetraédrica



fosfato



fosfito

Alternativa D

Questão 32

Dados os íons: ${}_{16}S^{2-}$; ${}_{19}K^{+}$; ${}_{56}Ba^{2+}$, indique qual das relações abaixo apresenta os íons isoeletrônicos em ordem correta de raio iônico.

A) $K^+ > S^{2-}$

B) $Ba^{2+} = S^{2-}$

C) $Ba^{2+} > S^{2-}$

D) $K^+ < S^{2-}$

E) $Ba^{2+} < S^{2-}$

Resolução:

Em uma serie isoeletrônica quanto menor o nº atômico da espécie química maior será o raio.

$${}_{19}K^+ < {}_{16}S^{2-}$$

Alternativa D

Questão 33

Dentre as opções abaixo, escolha a que corresponde, respectivamente, às classes das moléculas: hemoglobina, amido, DNA, ácido palmítico.

A) Proteína, glicídio, ácido nucleico, lipídio.
B) Ácido nucleico, glicídio, lipídio, proteína.
C) Proteína, proteína, lipídio, ácido nucleico.
D) Glicídio, proteína, ácido nucleico, lipídio.
E) Glicídio, lipídio, ácido nucleico, proteína.

Resolução:

Hemoglobina = Proteína
Amido = Glicídio
DNA = Ac. Nucléico
Ac. Palmítico = Lipídio

Alternativa A

Questão 34

Um tambor selado contém ar seco e uma quantidade muito pequena de acetona líquida em equilíbrio dinâmico com a fase vapor. A pressão parcial da acetona é de $180{,}0\ \text{mm Hg}$ e a pressão total no tambor é de $760{,}0\ \text{mm Hg}$.

Em uma queda durante seu transporte, o tambor foi danificado e seu volume interno diminuiu para 80% do volume inicial, sem que tenha havido vazamento. Considerando-se que a temperatura tenha se mantido estável a $20\,^{\circ}\text{C}$, conclui-se que a pressão total após a queda é de:

A) $950{,}0\ \text{mm Hg}$
B) $1175{,}0\ \text{mm Hg}$
C) $760{,}0\ \text{mm Hg}$
D) $832{,}0\ \text{mm Hg}$
E) $905{,}0\ \text{mm Hg}$

Resolução:

Como a acetona líquida encontra-se em equilíbrio com sua fase de vapor, pode-se afirmar que a pressão parcial da acetona na mistura corresponde a sua pressão máxima de vapor. Portanto, a variação do volume devido a queda do tambor não altera a pressão máxima de vapor da acetona, já que a temperatura permanece constante. Assim, a variação do volume devido a queda do tambor alterará apenas a pressão dos demais gases presentes. Sendo P_1 e P_2 as pressões inicial e final exercidas pelos demais gases presentes no tambor, tem-se:

$$\frac{P_1V_1}{T_2} = \frac{P_2V_2}{T_2} \rightarrow 580 \cdot V_1 = P_2 \cdot 0{,}8V_1 \rightarrow P_2 = 725\,\text{mm Hg}.$$

$$P_{final} = P_2 + P_{V\,acetona} = 725 + 180 = 905\,\text{mmHg}.$$

Alternativa E

Questão 35

Um erlenmeyer contém $10{,}0\ \text{mL}$ de uma solução de ácido clorídrico, juntamente com algumas gotas de uma solução de fenolftaleína. De uma bureta, foi-se gotejando uma solução $0{,}100\ \text{M}$ de hidróxido de sódio até o aparecimento de leve coloração rósea. Nesse momento, observou-se um consumo de $20{,}0\ \text{mL}$ da solução alcalina. Pode-se afirmar que a concentração de HCl na solução ácida original era de:

Dados:
Massas atômicas: $H = 1{,}00\ u$, $O = 16{,}0\ u$, $Na = 23{,}0\ u$, $Cl = 35{,}5\ u$

A) $3{,}65 \times 10^{-3}\ \text{g/cm}^3$
B) $7{,}30 \times 10^{-3}\ \text{g/cm}^3$
C) $4{,}00 \times 10^{-3}\ \text{g/cm}^3$
D) $3{,}20 \times 10^{-3}\ \text{g/cm}^3$
E) $2{,}00 \times 10^{-3}\ \text{g/cm}^3$

Resolução:

A reação de neutralização que ocorre é $HCl_{(aq)} + NaOH_{(aq)} \rightarrow NaCl_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

Como a proporção entre o ácido e a base é de $1:1$, pode-se escrever:

$m_A \cdot V_A = m_B \cdot V_B$

$m_A \cdot 10 = 0{,}100 \cdot 20$

$m_A = 0{,}200 \dfrac{\text{mol}}{\text{L}}$

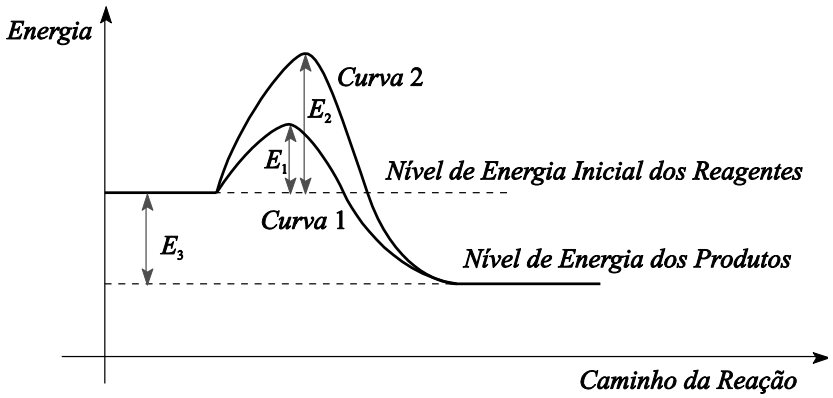
Com: $C_A = m_A \cdot M_A \Rightarrow C_A = 0{,}200 \times 36{,}5$

$\underset{\frac{\text{g}}{\text{L}}}{\downarrow} \quad \underset{\frac{\text{mol}}{\text{L}}}{\downarrow} \cdot \underset{\frac{\text{g}}{\text{mol}}}{\downarrow} \quad C_A = 7{,}3 \dfrac{\text{g}}{\text{L}} = 7{,}3 \times 10^{-3} \dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

Alternativa B

Questão 36

O gráfico abaixo ilustra as variações de energia devido a uma reação química conduzida nas mesmas condições iniciais de temperatura, pressão, volume de reator e quantidades de reagentes em dois sistemas diferentes. Estes sistemas diferem apenas pela presença de catalisador. Com base no gráfico, é possível afirmar que:



A) A curva 1 representa a reação catalisada, que ocorre com absorção de calor.
B) A curva 2 representa a reação catalisada, que ocorre com absorção de calor.
C) A curva 1 representa a reação catalisada com energia de ativação dada por $E_1 + E_3$.
D) A curva 2 representa a reação não catalisada, que ocorre com liberação de calor e a sua energia de ativação é dada por $E_2 + E_3$.
E) A curva 1 representa a reação catalisada, que ocorre com liberação de calor e a sua energia de ativação é dada por E_1.

Resolução:

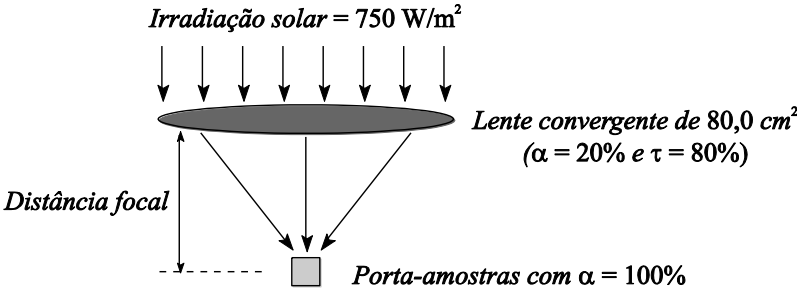
A curva 1 representa a reação catalisada, pois $E_1 < E_2$.

A reação em questão é exotérmica $(\Delta H < O)$, pois $H_R > H_p$.

Alternativa E

Questão 37

O dispositivo a seguir utiliza a radiação solar para quantificar variações em propriedades termodinâmicas. Este dispositivo é composto por uma lente convergente e por um porta-amostras. A lente possui área útil de $80{,}0\ \text{cm}^2$, absortividade (α) de 20% e transmissividade (τ) de 80%. O porta-amostras possui absortividade de 100% e volume variável, operando à pressão constante de $1{,}0\ \text{atm}$.



Em um procedimento experimental, injetou-se $0{,}100\ \text{mol}$ de uma substância pura líquida no portaamostras do dispositivo. Em seguida, mediu-se um tempo de $15{,}0\ \text{min}$ para a vaporização total da amostra, durante o qual a irradiação solar permaneceu constante e igual a $750\ \text{W/m}^2$. Nesse processo, a temperatura do porta-amostras estabilizou-se em $351\ \text{K}$. No experimento, o calor sensível da amostra e a radiação emitida pelo porta-amostras são desprezíveis. Pode-se concluir que na vaporização total da substância, as variações de entalpia molar padrão e de entropia molar padrão são, respectivamente:

A) $4{,}32\ \text{kJ/mol}$ e $12{,}3\ \text{J/(mol K)}$

B) $5{,}40\ \text{kJ/mol}$ e $15{,}4\ \text{J/(mol K)}$

C) $43{,}2\ \text{kJ/mol}$ e $123\ \text{J/(mol K)}$

D) $54{,}0\ \text{kJ/mol}$ e $154\ \text{J/(mol K)}$

E) $31{,}6\ \text{kJ/mol}$ e $90{,}0\ \text{J/(mol K)}$

Resolução:

Como a irradiação é constante e igual a $750\dfrac{W}{m^2}$, tem-se:

1m^2 ——— 750W $\qquad$ 1s ——— 6J

$80\times10^{-4}\text{m}^2$ ——— P $\qquad$ $15\times60\text{s}$ ——— Q

$P = 6\text{W}$ ou $6\dfrac{\text{J}}{\text{s}}$ $\qquad$ $Q = 5400\text{J}$

Como a transmissividade é de 80%, o calor absorvido pelo porta-amostras é de 4320J.

Assim:

$0{,}1\text{mol}$ —— 4320J

1mol —— x

$$x = 43200\text{J} \quad \therefore \Delta H_V = 43{,}2\frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

Mas.

$$\Delta S = \frac{\Delta H}{T} \quad \therefore \Delta S = \frac{43200}{351} \quad \therefore \Delta S \cong 123\frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$$

Alternativa C

Questão 38

Os trabalhos de Joseph John Thomson e Ernest Rutherford resultaram em importantes contribuições na história da evolução dos modelos atômicos e no estudo de fenômenos relacionados à matéria. Das alternativas abaixo, aquela que apresenta corretamente o autor e uma de suas contribuições é:

A) Thomson - Concluiu que o átomo e suas partículas formam um modelo semelhante ao sistema solar.
B) Thomson - Constatou a indivisibilidade do átomo.
C) Rutherford - Pela primeira vez, constatou a natureza elétrica da matéria.
D) Thomson - A partir de experimentos com raios catódicos, comprovou a existência de partículas subatômicas.
E) Rutherford - Reconheceu a existência das partículas nucleares sem carga elétrica, denominadas nêutrons.

Resolução:

A análise dos raios catódicos demonstra o mesmo resultado independente do raio residual ou do material que constitui o cátodo. Thomson concluiu que os raios catódicos não são exclusivos de um determinado átomo, mas uma parte constituinte de toda matéria.

Alternativa D

Questão 39

Com relação às emissões radioativas observadas no planeta Terra, assinale a alternativa correta:

A) A emissão de uma partícula α resulta em um elemento situado em uma posição imediatamente à direita do elemento original, na tabela periódica.
B) A radiação γ frequentemente acompanha uma emissão α ou β.
C) Raios γ são radiações eletromagnéticas, de comprimento de onda superior ao da luz visível, cuja emissão não resulta em mudanças do número atômico ou do número de massa do elemento.
D) As reações de fusão nuclear ocorrem quando núcleos de átomos pesados, como urânio ou tório, são bombardeados com nêutrons, quebrando-se em átomos menores e liberando energia e radioatividade.
E) O decaimento α se deve à alta instabilidade do núcleo de ${}^{4}_{2}He$, o que faz com que este se separe facilmente de núcleos maiores.

Resolução:

Alternativa A: incorreta
Pela 1ª lei de Soddy: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{A-4}_{Z-2}Y$
Portanto, o elemento resultante está situado duas unidades à esquerda do elemento original, na tabela periódica.

Alternativa C: incorreta
Os raios γ têm menor comprimento de onde que a luz visível.

Alternativa D: incorreta
O processo descrito consiste numa fissão nuclear.

Alternativa E: incorreta
A estrutura nuclear do Hélio corresponde à partícula α.

Alternativa B

Questão 40

Com respeito aos orbitais atômicos e à teoria da ligação de valência, assinale a alternativa INCORRETA.

A) Um orbital atômico híbrido sp^3 tem 25% de caráter s e 75% de caráter p.
B) Um elétron $2s$ passa mais tempo do que um elétron $2p$ numa região esférica centrada no núcleo e bem próxima deste.
C) Os elétrons em orbitais híbridos de um carbono sp^3 percebem um efeito de atração elétrica do núcleo de carbono maior do que os elétrons em orbitais híbridos de um carbono que apresenta hibridização sp.
D) Uma ligação tripla representa uma ligação σ e duas ligações π.
E) A energia dos orbitais p de um átomo aumenta de $2p$ para $3p$, deste para $4p$, e assim por diante.

Resolução:

O efeito de atração elétrica do núcleo é proporcional a porcentagem de caráter s nos orbitais híbridos. Portanto os orbitais sp^3, com menor caráter $s(25\%)$ do que os orbitais $sp(50\%)$, apresentam tal efeito menos intenso.

Alternativa C

Professores:

Física
Bruno Steger
Rodrigo Bernadelli

Matemática
Lafayette
Ney Marcondes

Química
Adair
Everton
Gildão
Welson

Colaboradores
Aline Alkmin
Carolina Chaveiro
José Diogo
Lilian Rezende
Rubem Jade

Digitação e Diagramação
Daniel Alves
Érika Rezende
João Paulo
Márcia Santana
Valdivina Pinheiro

Desenhistas
Leandro Bessa
Rodrigo Ramos
Vinicius Ribeiro

Projeto Gráfico
Vinicius Ribeiro

Assistente Editorial
Valdivina Pinheiro

Supervisão Editorial
José Diogo
Rodrigo Bernadelli
Marcelo Moraes

Copyright©Olimpo2012

*A **Resolução Comentada** das provas do IME poderá ser obtida diretamente no*

OLIMPO** Pré-Vestibular, ou pelo telefone **(62) 3088-7777

As escolhas que você fez nessa prova, assim como outras escolhas na vida, dependem de conhecimentos, competências, conhecimentos e habilidades específicos. Esteja preparado.

www.grupoolimpo.com.br

opirus
EDITORA

olimpo