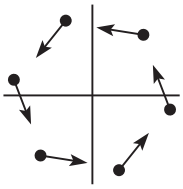
*"A matemática é o alfabeto com que Deus escreveu o mundo"*
***Galileu Galilei***

## Questão 01

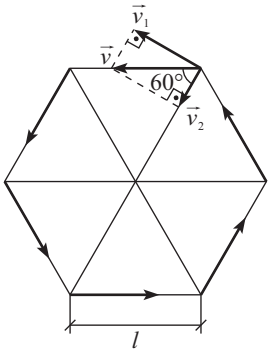
Um problema clássico da cinemática considera objetos que, a partir de certo instante, se movem conjuntamente com velocidade de módulo constante a partir dos vértices de um polígono regular, cada qual apontando à posição instantânea do objeto vizinho em movimento. A figura mostra a configuração desse movimento múltiplo no caso de um hexágono regular. Considere que o hexágono tinha $10,0\ \text{m}$ de lado no instante inicial e que os objetos se movimentam com velocidade de módulo constante de $2,00\ \text{m/s}$. Após quanto tempo estes se encontrarão e qual deverá ser a distância percorrida por cada um dos seis objetos?



A) $5,8\ \text{s}$ e $115\ \text{m}$.
B) $11,5\ \text{s}$ e $5,8\ \text{m}$.
C) $10,0\ \text{s}$ e $20,0\ \text{m}$.
D) $20,0\ \text{s}$ e $10,0\ \text{m}$.
E) $20,0\ \text{s}$ e $40,0\ \text{m}$.

---

Resolução:




$$v_2 = v\cos 60^\circ = 2\cdot\frac{1}{2}\ \text{m/s}$$
$$v_2 = 1,00\ \text{m/s}$$

Eles se encontrarão no centro do hexágono e a velocidade tem componente $\vec{v}_2$ na direção desse centro:

$$v_2 = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\ell}{v_2} = \frac{10\ \text{m}}{1\ \text{m/s}}$$
$$\Delta t = 10,0\ \text{s}$$

Durante esses $10,0\ \text{s}$, cada um dos objetos teve velocidade de módulo constante e igual a $2,00\ \text{m/s}$, portanto percorreram, cada um, $20,0\ \text{m}$.

Alternativa C

## Questão 02

Um cubo maciço homogêneo com $4,0\ \text{cm}$ de aresta flutua na água tranquila de uma lagoa, de modo a manter 70% da área total da sua superfície em contato com a água, conforme mostra a figura. A seguir, uma pequena rã se acomoda no centro da face superior do cubo e este se afunda mais $0,50\ \text{cm}$ na água. Assinale a opção com os valores aproximados da densidade do cubo e da massa da rã, respectivamente.

A) $0,20\ \text{g/cm}^3$ e $6,4\ \text{g}$.

B) $0,70\ \text{g/cm}^3$ e $6,4\ \text{g}$.

C) $0,70\ \text{g/cm}^3$ e $8,0\ \text{g}$.

D) $0,80\ \text{g/cm}^3$ e $6,4\ \text{g}$.

E) $0,80\ \text{g/cm}^3$ e $8,0\ \text{g}$.

---

**Resolução:**

Área total do cubo $= 6 \cdot 4^2 = 96\ \text{cm}^2$

$70\%$ da Área total $= 67,2\ \text{cm}^2$ (imersa)

Área total emersa $= 28,8\ \text{cm}^2$

Excluindo a face superior $= 12,8\ \text{cm}^2 = 4$ faces emersas de arestas $4\ \text{cm}$ e $Y$.

$4 \times (4Y) = 12,8\ \text{cm}^2 \Rightarrow Y = 0,8\ \text{cm}$

Aresta da face lateral imersa $= 4,0\ \text{cm} - 0,8\ \text{cm} = 3,2\ \text{cm}$. O cubo possui $\left(\frac{3,2}{4,0}\right) \times 100 = 80\%$ de seu volume imerso.

$d_{cubo} = 80\% \cdot d_{líquido} = 0,8\ \text{g/cm}^3$

Ao colocar a rã a face afunda mais $0,50\ \text{cm}$, que corresponde a $\left(\frac{0,5}{4,0}\right) \times 100 = 12,5\%$ do cubo. O volume total imerso passa a ser $92,5\%$ do cubo.

$m_{cubo} = d_{cubo} \cdot V_{cubo} = 0,8 \cdot 64 = 51,2\ \text{g}$

$m_{rã} + m_{cubo} = d' \cdot V_{cubo}$

$m_{rã} + 51,2 = 0,925 \cdot 64 \Rightarrow m_{rã} = 8,0\ \text{g}$

**Alternativa** E

## Questão 03

Uma pessoa de $80,0\ \text{kg}$ deixa-se cair verticalmente de uma ponte amarrada a uma corda elástica de "*bungee jumping*" com $16,0\ \text{m}$ de comprimento. Considere que a corda se esticará até $20,0\ \text{m}$ de comprimento sob a ação do peso. Suponha que, em todo o trajeto, a pessoa toque continuamente uma vuvuzela, cuja frequência natural é de $235\ \text{Hz}$. Qual(is) é(são) a(s) distância(s) abaixo da ponte em que a pessoa se encontra para que um som de $225\ \text{Hz}$ seja percebido por alguém parado sobre a ponte?

A) $11,4\ \text{m}$.

B) $11,4\ \text{m}$ e $14,4\ \text{m}$.

C) $11,4\ \text{m}$ e $18,4\ \text{m}$.

D) $14,4\ \text{m}$ e $18,4\ \text{m}$.

E) $11,4\ \text{m}$, $14,4\ \text{m}$ e $18,4\ \text{m}$.

---

**Resolução:**

Cálculo da velocidade para uma frequência aparente de $225\ \text{Hz}$.

$$\frac{f_o}{v \pm v_o} = \frac{f_e}{v + v_e} \Rightarrow \frac{225}{340 + 0} = \frac{235}{340 + v_e} \Rightarrow v_e = 15,11\ \text{m/s}$$

(esta velocidade deve ser necessariamente para baixo – afastamento da ponte). A pessoa em queda terá esta velocidade em dois momentos: durante a queda livre e na desaceleração que ocorrerá quando o comprimento da corda superar $16\ \text{m}$.

$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s \Rightarrow (15,11)^2 = 0^2 + 2 \cdot 10 \cdot \Delta s \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta S = 11,4\ \text{m}$ (1º *evento*).

Quando o comprimento da corda $L = 20\ \text{m}$ (adotando esta posição como referencial):

$$\text{mg}H = \frac{k\Delta x^2}{2} \Rightarrow 80 \cdot 10 \cdot 20 = \frac{k \cdot 4^2}{2} \Rightarrow k = 2 \cdot 10^3\ N/\text{m}$$

Adotando agora como referencial a posição na qual a velocidade volta a ter o valor $15{,}11\ \text{m/s}$ (durante a frenagem):

$$\frac{mv_1^2}{2} + \text{mg}\,h_1 = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

$$\frac{80\cdot\left(8\sqrt{5}\right)^2}{2} + 80\cdot 10\cdot x = \frac{80\cdot 15{,}11^2}{2} + \frac{2\cdot 10^3\cdot x^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 100x^2 - 80x - 366{,}75 = 0$$

Descartando o valor negativo: $x = 2{,}36\ \text{m}$ abaixo da posição na qual a frenagem iniciou $(16\ \text{m})$

$$H = 16\ \text{m} + 2{,}36\ \text{m} = 18{,}36\ \text{m}$$

Alternativa C

## Questão 04

Na ficção científica *A Estrela*, de H.G. Wells, um grande asteróide passa próximo à Terra que, em consequência, fica com sua nova órbita mais próxima do Sol e tem seu ciclo lunar alterado para 80 dias. Pode-se concluir que, após o fenômeno, o ano terrestre e a distância Terra-Lua vão tornar-se, respectivamente.

A) mais curto – aproximadamente a metade do que era antes.
B) mais curto – aproximadamente duas vezes o que era antes.
C) mais curto – aproximadamente quatro vezes o que era antes.
D) mais longo – aproximadamente a metade do que era antes.
E) mais longo – aproximadamente um quarto do que era antes.

---

Resolução:

Se a nova órbita é mais próxima do Sol, o período de translação (ano sideral) será mais curto.
O ciclo lunar atual é cerca de 28 dias. Logo,

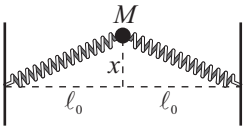
$$\frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{T_2^2} \Rightarrow \frac{R_1^3}{28^2} = \frac{R_2^3}{80^2} \Rightarrow R_2^3 = R_1^3\cdot\left(\frac{80}{28}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_2^3 = R_1^3\cdot(2{,}86)^2 \Rightarrow R_2^3 = 8{,}2R_1^3 \Rightarrow R_2 \cong 2R_1$$

Alternativa B

## Questão 05

Sobre uma mesa sem atrito, uma bola de massa $M$ é presa por duas molas alinhadas, de constante de mola $k$ e comprimento natural $\ell_0$, fixadas nas extremidades da mesa. Então, a bola é deslocada a uma distância $x$ na direção perpendicular à linha inicial das molas, como mostra a figura, sendo solta a seguir. Obtenha a aceleração da bola, usando a aproximação $(1+\alpha)^\alpha = 1+\alpha a$.




A) $a = -kx/M$.
B) $a = -kx^2/2M\ell_0$.
C) $a = -kx^2/M\ell_0$.
D) $a = -kx^3/2M\ell_0^2$.
E) $a = -kx^3/M\ell_0^2$.

---

Resolução:
Chamando de $b$ o comprimento da mola deformada (hipotenusa):

$$b = \sqrt{x^2+\ell_0^2} = \ell_0\left(1+\frac{x^2}{\ell_0^2}\right)^{1/2} \cong \ell_0\left(1+\frac{x^2}{2\ell_0^2}\right)$$

$$b = \ell_0 + \frac{x^2}{2\ell_0}$$

A deformação $\Delta x$ da mola será $\Delta x = b - \ell_0 = \dfrac{x^2}{2\ell_0}$

O comprimento $b$ também pode ser escrito como:

$b = \dfrac{2\ell_0^2 + x^2}{2\ell_0}$, vamos desenvolver o numerador:

$$2\ell_0^2 + x^2 = \left(x + \sqrt{2}\,\ell_0\right)^2 - 2x\sqrt{2}\,\ell_0 = 2\ell_0^2 \cdot \left(1 + \frac{x}{\sqrt{2}\,\ell_0}\right)^2 - 2\sqrt{2}x\ell$$

$$\cong 2\ell_0^2 \cdot \left(1 + \frac{2x}{\sqrt{2}\,\ell_0}\right) - 2\sqrt{2}x\ell_0 = 2\ell_0^2$$

Então podemos escrever $b = \dfrac{2\ell_0^2 + x^2}{2\ell_0} = \ell_0$

$F_R = Ma$

$2F_e \cos\theta = Ma$

$2k\Delta x \cdot \dfrac{x}{b} = Ma$

$2k \cdot \dfrac{x^2}{2\ell_0} \cdot \dfrac{x}{\ell_0} = Ma$

$a = \dfrac{kx^3}{M\ell_0^2}$ (módulo da aceleração)

**Alternativa** E

## Questão 06

Um corpo de massa $M$, inicialmente em repouso, é erguido por uma corda de massa desprezível até uma altura $H$, onde fica novamente em repouso. Considere que a maior tração que a corda pode suportar tenha módulo igual a $nMg$, em que $n > 1$. Qual deve ser o menor tempo possível para ser feito o erguimento desse corpo?

A) $\sqrt{\dfrac{2H}{(n-1)g}}$.

B) $\sqrt{\dfrac{2nH}{(n-1)g}}$.

C) $\sqrt{\dfrac{nH}{2(n-1)^2 g}}$.

D) $\sqrt{\dfrac{4nH}{(n-2)g}}$.

E) $\sqrt{\dfrac{4nH}{(n-1)g}}$.

---

**Resolução:**

O menor tempo será conseguido se tivermos tração máxima durante a aceleração $(a_1)$ e tração nula durante a frenagem $(a_2)$:

Aceleração:

$F_R = m \cdot a$

$T - P = m \cdot a_1$

$\therefore\ nMg - Mg = M \cdot a_1$

$\therefore\ a_1 = g(n-1)$

Frenagem:

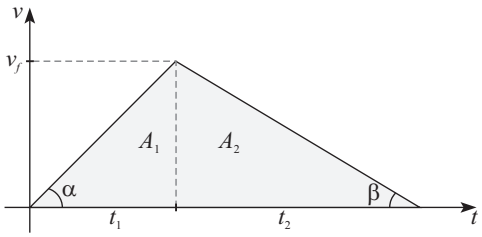
$F_R = m \cdot a$

$\therefore\ P = m \cdot a_2$

$\therefore\ Mg = M \cdot a_2$

$\therefore\ a_2 = g$

E, pelo gráfico de $v \times t$ temos:




Assim temos:
Área $A_1 : h_1$
Área $A_2 : h_2$
Logo:

$$h_1 = \frac{v_f \cdot t_1}{2} \quad \text{e} \quad h_2 = \frac{v_f \cdot t_2}{2} \qquad (1)$$

E, ainda:

$$\text{tg}\,\alpha = g(n-1) = \frac{v_f}{t_1}$$

$$\text{tg}\beta = g = \frac{v_f}{t_2}$$

$$\therefore\ t_2 = t_1(n-1) \qquad (2)$$

De (1) e (2) resulta:

$$h_2 = h_1(n-1)$$

Sendo que:

$$h_1 + h_2 = H$$

Temos:

$$h_1 = \frac{H}{n} \quad \text{e} \quad h_2 = H - h_1 = \frac{H}{n}(n-1)$$

Assim, os tempos podem ser calculados da forma:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2\left(\frac{H}{n}\right)}{g(n-1)}} \quad \text{e} \quad t_2 = \sqrt{\frac{2\left(\frac{H(n-1)}{n}\right)}{g}}$$

Por fim, o tempo total vale:

$$T = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2H}{ng(n-1)}} + \sqrt{\frac{2H(n-1)}{ng}}$$

$$\therefore\ T = \sqrt{\frac{2H}{ng}} \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{n-1}} + \sqrt{n-1}\right)$$

$$\therefore\ T = \sqrt{\frac{2nH}{(n-1)g}}$$

**Alternativa** B

## Questão 07

Uma partícula de massa m move-se sobre uma linha reta horizontal num Movimento Harmônico Simples (MHS) com centro $O$. Inicialmente, a partícula encontra-se na máxima distância $x_0$ de $O$ e, a seguir, percorre uma distância $a$ no primeiro segundo a uma distância $b$ no segundo seguinte, na mesma direção e sentido. Quanto vale a amplitude $x_0$ desse movimento?

A) $2a^3/(3a^2 - b^2)$.

B) $2b^2/(4a - b)$.

C) $2a^2/(3a - b)$.

D) $2a^2b/(3a^2 - b^2)$.

E) $4a^2/(3a - 2b)$.

**Resolução:**

O MHS descrito tem função horária de posição da forma:

$x = x_0 \cdot \cos wt$

Assim:

Para $t = 1$:

$(x_0 - a) = x_0 \cdot \cos w$

$$\therefore \left(1 - \frac{a}{x_0}\right) = \cos\, w \qquad (1)$$

Para $t = 2$:

$\left(x_0 - (a+b)\right) = x_0 \cdot \cos 2w$

$$\therefore \left(1 - \frac{(a+b)}{x_0}\right) = \cos\, 2w = 2\cos^2 w - 1 \qquad (2)$$

Substituindo (1) em (2):

$$\left(1 - \frac{(a+b)}{x_0}\right) = 2\left(1 - \frac{a}{x_0}\right)^2 - 1$$

$$\therefore \left(1 - \frac{(a+b)}{x_0}\right) = 2\left(1 - \frac{2a}{x_0} + \frac{a^2}{x_0^2}\right) - 1$$

$$\therefore \frac{(a+b)}{x_0} = \frac{4a}{x_0} - \frac{2a^2}{x_0^2}$$

$$\therefore \frac{2a^2}{x_0} = 4a - (a+b)$$

$$\therefore x_0 = \frac{2a^2}{3a - b}$$

Alternativa C

## Questão 08

Duas partículas idênticas, de mesma massa $m$, são projetadas de uma origem O comum, num plano vertical, com velocidades iniciais de mesmo módulo $v_0$ e ângulos de lançamento respectivamente $\alpha$ e $\beta$ em relação à horizontal. Considere $T_1$ e $T_2$ os respectivos tempos de alcance do ponto mais alto de cada trajetória e $t_1$ e $t_2$ os respectivos tempos para as partículas alcançar um ponto comum de ambas as trajetórias. Assinale a opção com o valor da expressão $t_1\, T_1 + t_2\, T_2$.

A) $2v_0^2\,(\mathrm{tg}\,\alpha + \mathrm{tg}\,\beta)/\mathrm{g}^2$.

B) $2v_0^2/\mathrm{g}^2$.

C) $4v_0^2\,\mathrm{sen}\,\alpha/\mathrm{g}^2$.

D) $4v_0^2\,\mathrm{sen}\,\beta/\mathrm{g}^2$.

E) $2v_0^2\,(\mathrm{sen}\,\alpha + \mathrm{sen}\,\beta)/\mathrm{g}^2$.

**Resolução:**

Tempo de alcance do ponto mais alto:

$v = v_0 + at$

$0 = v_0 \cdot \mathrm{sen}\,\alpha - gT_1$

$$\therefore T_1 = \frac{v_0\,\mathrm{sen}\,\alpha}{g}$$

$0 = v_0 \cdot \mathrm{sen}\,\beta - gT_2$

$$\therefore T_2 = \frac{v_0\,\mathrm{sen}\,\beta}{g}$$

Determinação do ponto comum:

Em $x$:

$x_1 = x_2$

$v_0 \cdot \cos\alpha(t_1) = v_0 \cdot \cos\beta(t_2)$

$$\therefore\ t_2 = t_1 \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} \qquad (1)$$

Em $y$:

$$y_1 = y_2$$

$$0 + v_0 \operatorname{sen}\alpha\,(t_1) - g\frac{t_1^2}{2} = 0 + v_0 \operatorname{sen}\beta\,(t_2) - g\frac{t_2^2}{2}$$

$$\therefore\ \frac{g}{2}\left(t_2^2 - t_1^2\right) = v_0\left(\operatorname{sen}\beta t_2 - \operatorname{sen}\alpha t_1\right) \qquad (2)$$

E, substituindo (1) em (2):

$$\therefore\ \frac{g}{2}t_1^2\left(\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\beta} - 1\right) = v_0 \cdot t_1\left(\operatorname{sen}\beta \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} - \operatorname{sen}\alpha\right)$$

$$\therefore\ t_1\left(\frac{\cos^2\alpha - \cos^2\beta}{\cos^2\beta}\right) = \frac{2v_0}{g}\left(\frac{\operatorname{sen}\beta\cos x - \operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\beta}{\cos\beta}\right)$$

$$\therefore\ t_1 = \frac{2v_0}{g} \cdot \cos\beta \cdot \frac{\operatorname{sen}(\beta - \alpha)}{\left(\cos^2\alpha - \cos^2\beta\right)}$$

$$\therefore\ t_2 = \frac{2v_0}{g} \cdot \cos\alpha \cdot \frac{\operatorname{sen}(\beta - \alpha)}{\left(\cos^2\alpha - \cos^2\beta\right)}$$

Por fim:

$$t_1T_1 + t_2T_2 = \frac{2v_0^2}{g^2} \cdot \frac{\operatorname{sen}(\beta - \alpha)}{\left(\cos^2\alpha - \cos^2\beta\right)} \cdot \left(\operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\beta + \operatorname{sen}\beta\cos\alpha\right)$$

$$t_1T_1 + t_2T_2 = \frac{2v_0^2}{g^2} \cdot \frac{\left(\operatorname{sen}^2\beta\cos^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha \cdot \cos^2\beta\right)}{\left(\cos^2\alpha - \cos^2\beta\right)}$$

$$t_1T_1 + t_2T_2 = \frac{2v_0^2}{g^2} \cdot \frac{\left(\operatorname{sen}^2\beta \cdot \cos^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha \cdot \cos^2\beta\right)}{\left[\cos^2\alpha\left(\operatorname{sen}^2\beta + \cos^2\beta\right) - \cos^2\beta\left(\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha\right)\right]}$$

$$\therefore\ t_1T_1 + t_2T_2 = \frac{2v_0^2}{g^2}$$

Alternativa B

## Questão 09

Um exercício sobre a dinâmica da partícula tem seu início assim enunciado: *Uma partícula está se movendo com uma aceleração cujo módulo é dado por* $\mu\left(r + a^3/r^2\right)$, *sendo r a distância entre a origem e a partícula. Considere que a partícula foi lançada a partir de uma distância a com uma velocidade inicial* $2\sqrt{\mu a}$. Existe algum erro conceitual nesse enunciado? Por que razão?

A) Não, porque a expressão para a velocidade é consistente com a da aceleração;
B) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2a^2\sqrt{\mu}$;
C) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2a^2\sqrt{\mu/r}$;
D) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2\sqrt{a^2\mu/r}$;
E) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2a\sqrt{\mu}$.

---

Resolução:

Observe que na análise dimensional da aceleração $(a_x)$ temos:

$$a_x = \mu\left(r + \frac{a^3}{r^2}\right)$$

$$\therefore\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = [\mu] \cdot \left(m + \frac{m^3}{m^2}\right)$$

$$\therefore\ [\mu] = \frac{1}{\mathrm{s}^2}$$

Fazendo a mesma análise para a velocidade inicial:

$v_0 = 2\sqrt{\mu a}$

$\therefore \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1 \cdot \sqrt{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

Que não é dimensionalmente linear.
Uma possível equação para $v_0$ seria:

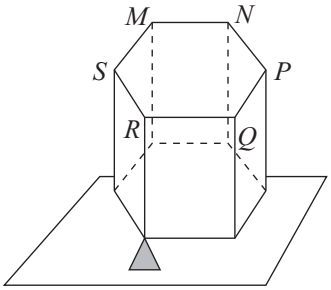
$v_0 = 2a\sqrt{\mu}$

$\frac{\text{m}}{\text{s}} = 1 \cdot \text{m} \cdot \frac{1}{\text{s}^2}$

Alternativa E

## Questão 10

Um prisma regular hexagonal homogêneo com peso de $15\ \text{N}$ e aresta da base de $2{,}0\ \text{m}$ é mantido de pé graças ao apoio de um dos seus vértices da base inferior (ver figura) e à ação de uma força vertical de suspensão de $10\ \text{N}$ (não mostrada). Nessas condições, o ponto de aplicação da força na base superior do prisma encontra-se

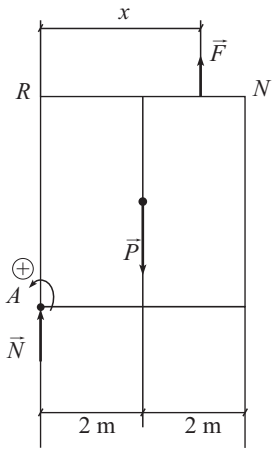



A) sobre o segmento $\overline{RM}$ a $2{,}0\ \text{m}$ de $R$.
B) sobre o segmento $\overline{RN}$ a $4{,}0\ \text{m}$ de $R$.
C) sobre o segmento $\overline{RN}$ a $3{,}0\ \text{m}$ de $R$.
D) sobre o segmento $\overline{RN}$ a $2{,}0\ \text{m}$ de $R$.
E) sobre o segmento $\overline{RP}$ a $2{,}5\ \text{m}$ de $R$.

---

**Resolução:**

Vista do plano que contém $R$, $N$ e o ponto de apoio da base inferior:




$\sum M_{(A)} = 0$

$-P \cdot 2 + F \cdot x = 0$

$Fx = 2P$

$10 \cdot x = 2 \cdot 15$

$x = 3{,}0\ \text{m}$

Alternativa C

## Questão 11

Um relógio tem um pêndulo de $35\,\text{cm}$ de comprimento. Para regular seu funcionamento, ele possui uma porca de ajuste que encurta o comprimento do pêndulo de $1\,\text{mm}$ a cada rotação completa à direita e alonga este comprimento de $1\,\text{mm}$ a cada rotação completa à esquerda. Se o relógio atrasa um minuto por dia, indique o número aproximado de rotações da porca e sua direção necessários para que ele funcione corretamente.

A) $1$ rotação à esquerda
B) $1/2$ rotação à esquerda
C) $1/2$ rotação à direita
D) $1$ rotação à direita
E) $1$ e $1/2$ rotações à direita

---

**Resolução:**

Como o relógio está atrasando $1\,\text{min}$ por dia, ele apresenta um período maior que o correto.

Como $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$, um maior período representa um maior comprimento. Assim, para acertar o relógio, devemos encontrar o comprimento do pêndulo.

$$\frac{N \cdot T_1}{N \cdot T_2} = \frac{86460}{86400} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 1 + \frac{60}{86400}$$

$$\frac{2\pi\sqrt{\dfrac{l+\Delta l}{g}}}{2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}} = 1 + \frac{60}{86400}$$

$$\left(1 + \frac{\Delta l}{l}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{60}{86400} \Rightarrow 1 + \frac{\Delta l}{l} = \left(1 + \frac{60}{86400}\right)^2$$

Como $\dfrac{60}{86400} << 1 \Rightarrow 1 + \dfrac{\Delta l}{l} = 1 + \dfrac{120}{86400}$

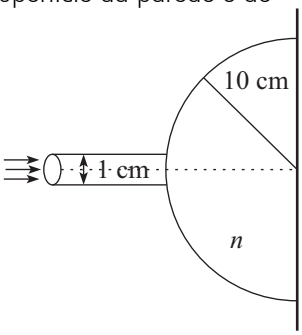
$$\Delta l = \frac{120 \cdot 350}{86400}\,\text{mm} \cong 0{,}5\ \text{mm}$$

A porca deve ser girada $\dfrac{1}{2}$ volta para a direita.

**Alternativa** C

## Questão 12

Um hemisfério de vidro maciço de raio de $10\,\text{cm}$ e índice de refração $n = 3/2$ tem sua face plana apoiada sobre uma parede, como ilustra a figura. Um feixe colimado de luz de $1\,\text{cm}$ de diâmetro incide sobre a face esférica, centrado na direção do eixo de simetria do hemisfério. Valendo-se das aproximações de ângulos pequenos, $\text{sen}\,\theta \approx \theta$ e $\text{tg}\,\theta \approx \theta$, o diâmetro do círculo de luz que se forma sobre a superfície da parede é de




A) $1\,\text{cm}$
B) $\dfrac{2}{3}\,\text{cm}$
C) $\dfrac{1}{2}\,\text{cm}$
D) $\dfrac{1}{3}\,\text{cm}$
E) $\dfrac{1}{10}\,\text{cm}$

Resolução:

$$n_{ar}\,\text{sen}\,\alpha = n_V\,\text{sen}\,\beta$$

$$1\cdot\text{sen}\,\alpha = \frac{3}{2}\cdot\text{sen}\,\beta$$

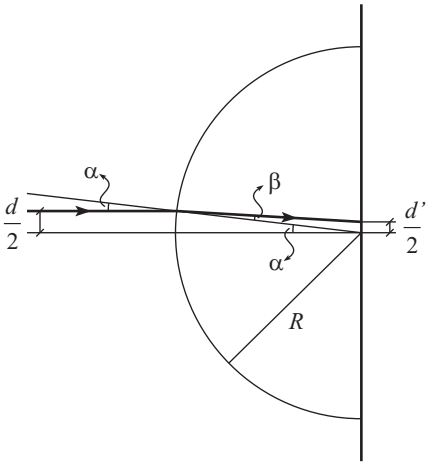
Como $\alpha$ e $\beta$ são pequenos:

$$1\cdot\frac{\frac{d}{2}}{R} = \frac{3}{2}\cdot\frac{\frac{d'}{2}}{R}$$

$$d = \frac{3}{2}d'$$

Como $d = 1\text{ cm}$, temos:

$$d' = \frac{2}{3}\text{ cm}$$




Alternativa B

## Questão 13

A inversão temporal de qual dos processos abaixo NÃO violaria a segunda lei de termodinâmica?

A) A queda de um objeto de uma altura $H$ e subsequente parada no chão
B) O movimento de um satélite ao redor da Terra
C) A freiada brusca de um carro em alta velocidade
D) O esfriamento de um objeto quente num banho de água fria
E) A troca de matéria entre as duas estrelas de um sistema binário

Resolução:

Dos processos descritos o único reversível é o da alternativa B

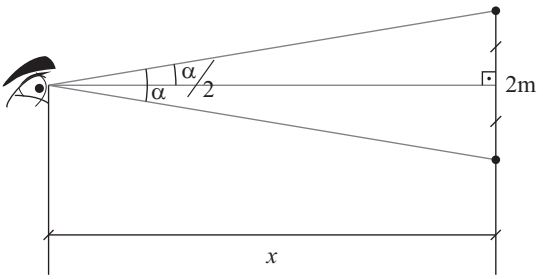
Alternativa B

## Questão 14

Fontes distantes de luz separadas por um ângulo $\alpha$ numa abertura de diâmetro $D$ podem ser distinguidas quando $\alpha > 1{,}22\lambda/D$, em que $\lambda$ é o comprimento de onda da luz. Usando o valor de $5\text{ mm}$ para o diâmetro das suas pupilas, a que distância máxima aproximada de um carro você deveria estar para ainda poder distinguir seus faróis acesos? Considere uma separação entre os faróis de $2\text{ m}$.

A) $100\text{ m}$
B) $500\text{ m}$
C) $1\text{ km}$
D) $10\text{ km}$
E) $100\text{ km}$

Resolução:




$$\text{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{x}$$

Como $\frac{\alpha}{2}$ é pequeno, vale a aproximação $\text{tg}\frac{\alpha}{2} \cong \frac{\alpha}{2}$.

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{x} \Rightarrow \alpha = \frac{2}{x}$$

Lembrando que $\alpha > \frac{1{,}22\lambda}{D}$, temos:

$$\frac{2}{x} > \frac{1{,}22\lambda}{D}$$

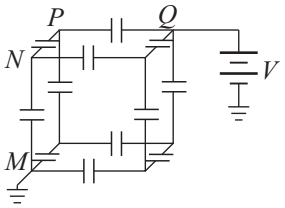
$$x < \frac{D}{0{,}61\lambda} = \frac{5\cdot10^{-3}}{0{,}61\cdot570\cdot10^{-9}} \qquad x < 1{,}4\cdot10^{4}\text{ m}$$

Das alternativas ficaríamos com a D.

Alternativa D

## Questão 15

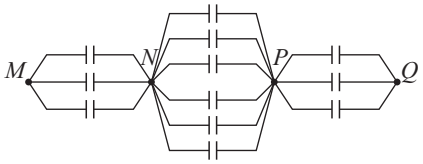
Uma diferença de potencial eletrostático $V$ é estabelecida entre os pontos $M$ e $Q$ da rede cúbica de capacitores idênticos mostrada na figura. A diferença de potencial entre os pontos $N$ e $P$ é



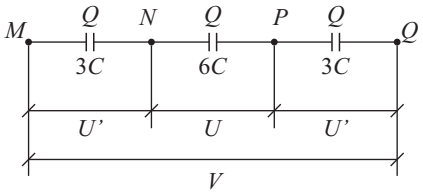

A) $V/2$.
B) $V/3$.
C) $V/4$.
D) $V/5$.
E) $V/6$.

---

**Resolução:**
Por simetria:




Seja $C$ a capacitância de cada um dos capacitores:




$$\left.\begin{array}{l} U = \dfrac{Q}{6C} \\ U' = \dfrac{Q}{3C} \end{array}\right\} \Rightarrow U' = 2U$$

$$U' + U + U' = V \Rightarrow 2U + U + 2U = V \Rightarrow U = \frac{V}{5}$$

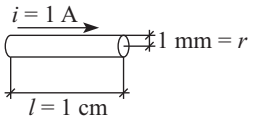
**Alternativa** D

## Questão 16

Um fio condutor é derretido quando o calor gerado pela corrente que passa por ele se mantém maior que o calor perdido pela superfície do fio (desprezando a condução de calor pelos contatos). Dado que uma corrente de $1\ A$ é a mínima necessária para derreter um fio de seção transversal circular de $1\ \text{mm}$ de raio e $1\ \text{cm}$ de comprimento, determine a corrente mínima necessária para derreter um outro fio da mesma substância com seção transversal circular de $4\ \text{mm}$ de raio e $4\ \text{cm}$ de comprimento.

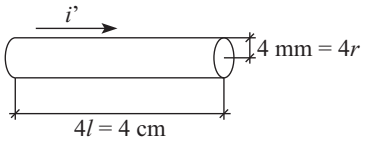
A) $1/8\ A$.
B) $1/4\ A$.
C) $1\ A$.
D) $4\ A$.
E) $8\ A$.

Resolução:




$$R = \rho \cdot \frac{l}{\pi r^2} \qquad P = Ri^2$$

$$A_L = 2\pi r \cdot l$$




$$R' = \rho \cdot \frac{4l}{\pi(4r)^2} = \frac{1}{4}\ \rho\frac{l}{\pi r^2} = \frac{1}{4}R$$

$$A_L{}' = 2\pi \cdot 4r \cdot 4l = 16 \cdot 2\pi r \cdot l$$

$$P' = R' \cdot i'^2 = \frac{1}{4}R \cdot i'^2$$

Notamos que $A_L{}' = 16 \cdot A_L$, fato que conduz a uma potência crítica $P'$ igual a $16$ vezes a potência crítica $P$, ou seja,

$$\frac{1}{4}Ri'^2 = Ri^2 \cdot 16$$

$$i'^2 = 64 \cdot i^2$$

$$i' = 8 \cdot i = 8 \cdot 1\ \text{A}$$

$$i' = 8\ \text{A}$$

Alternativa E

## Questão 17

Prótons (carga $e$ e massa $m_p$), deuterons (carga $e$ e massa $m_d = 2m_p$) e partículas alfas (carga $2e$ e massa $m_a = 4m_p$) entram em um campo magnético uniforme $\vec{B}$ perpendicular a suas velocidades, onde se movimentam em órbitas circulares de períodos $T_p$, $T_d$ e $T_a$, respectivamente. Pode-se afirmar que as razões dos períodos $T_d / T_p$ e $T_a / T_p$ são, respectivamente.

A) $1$ e $1$.
B) $1$ e $\sqrt{2}$.
C) $\sqrt{2}$ e $2$.
D) $2$ e $\sqrt{2}$.
E) $2$ e $2$.

Resolução:

Lembrando que os períodos dos movimentos são dados por $T = \frac{2\pi m}{|q|B}$, temos:

$$\frac{T_d}{T_p} = \frac{\dfrac{2\pi \cdot 2m_p}{e \cdot B}}{\dfrac{2\pi \cdot m_p}{e \cdot B}} = 2$$

$$\frac{T_a}{T_P} = \frac{\dfrac{2\pi \cdot 4m_p}{2e \cdot B}}{\dfrac{2\pi \cdot m_p}{e \cdot B}} = 2$$

Alternativa E

## Questão 18

Uma bobina de $100$ espiras, com seção transversal de área de $400\ \text{cm}^2$ e resistência de $20\ \Omega$, está alinhada com seu plano perpendicular ao campo magnético da Terra, de $7{,}0\times10^{-4}\ \text{T}$ na linha do Equador. Quanta carga flui pela bobina enquanto ela é virada de $180°$ em relação ao campo magnético?

A) $1{,}4\times10^{-4}\ \text{C}$

B) $2{,}8\times10^{-4}\ \text{C}$

C) $1{,}4\times10^{-2}\ \text{C}$

D) $2{,}8\times10^{-2}\ \text{C}$

E) $1{,}4\ \text{C}$

---

**Resolução:**

Cálculo do fluxo magnético através do conjunto de $100$ espiras:

$$\phi = n\cdot B\cdot A\cdot\cos 0° = 100\cdot 7\cdot 10^{-4}\cdot 400\cdot 10^{-4}\cdot 1\ \text{Wb}$$

$$\phi = 28\cdot 10^{-4}\ \text{Wb}$$

Quando a espira gira $180°$ temos uma variação $\Delta\phi = 2\phi$.

Lembrando que $\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t} = R\cdot\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$ vem:

$$\Delta Q = \frac{\Delta\phi}{R} = \frac{2\phi}{R} = \frac{2\cdot 28\cdot 10^{-4}}{20}\ \text{C}$$

$$\Delta Q = 2{,}8\cdot 10^{-4}\ \text{C}$$

**Alternativa** B

## Questão 19

No circuito ideal da figura, inicialmente aberto, o capacitor de capacitância $C_x$ encontra-se carregado e armazena uma energia potencial elétrica $E$. O capacitor de capacitância $C_y = 2C_x$ está inicialmente descarregado. Após fechar o circuito e este alcançar um novo equilíbrio, pode-se afirmar que a soma das energias armazenadas nos capacitores é igual a

A) $0$.

B) $E/9$.

C) $E/3$.

D) $4E/9$.

E) $E$.

---

**Resolução:**

No início a carga está toda em $C_x$:

$$E = \frac{Q^2}{2C_x} \Rightarrow Q = \sqrt{2\cdot E\cdot C_x}$$

Alcançado o novo equilíbrio:

$$E_x = \frac{Q_x^2}{2C_x} \Rightarrow Q_x = \sqrt{2\cdot E_x\cdot C_x} \qquad E_y = \frac{Q_y^2}{2C_y} = \frac{Q_y^2}{4C_x} \Rightarrow Q_y = \sqrt{4\cdot E_y\cdot C_x}$$

Da conservação das cargas:

$$Q = Q_x + Q_y \Rightarrow \sqrt{E} = \sqrt{2\cdot E_y} + \sqrt{E_x} \qquad (1)$$

Nesse equilíbrio temos ainda:

$$U_x = U_y \Rightarrow \frac{Q_x}{C_x} = \frac{Q_y}{C_y} = \frac{Q_y}{2C_x} \Rightarrow Q_y = 2Q_x$$

$$\left.\begin{aligned} E_x &= \frac{Q_x^2}{2C_x} \\ E_y &= \frac{Q_y^2}{2C_y} = \frac{4Q_x^2}{2\cdot 2C_x} \end{aligned}\right\} \Rightarrow E_y = 2E_x \qquad (2)$$

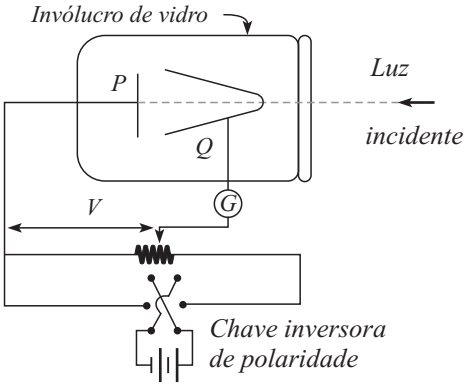
De (1) e (2) vem: $E_x = \dfrac{1}{9}E$ e $E_y = \dfrac{2}{9}E$

Do exposto: $E_x + E_y = \dfrac{1}{9}E + \dfrac{2}{9}E = \dfrac{1}{3}E$

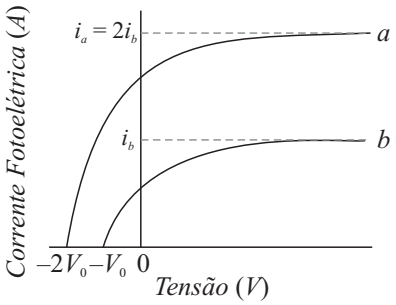
**Alternativa** C

## Questão 20

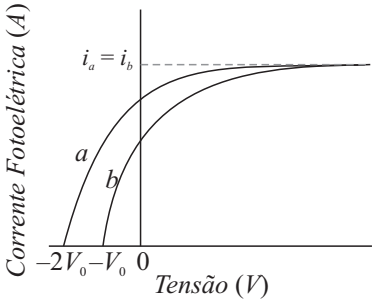
O aparato para estudar o efeito fotoelétrico mostrado na figura consiste de um invólucro de vidro que encerra o aparelho em um ambiente no qual se faz vácuo. Através de uma janela de quartzo, luz monocromática incide sobre a placa de metal $P$ e libera elétrons. Os elétrons são então detectados sob a forma de uma corrente, devido à diferença de potencial $V$ estabelecida entre $P$ e $Q$. Considerando duas situações distintas $a$ e $b$, nas quais a intensidade da luz incidente em $a$ é o dobro do caso $b$, assinale qual dos gráficos abaixo representa corretamente a corrente fotoelétrica em função da diferença de potencial.



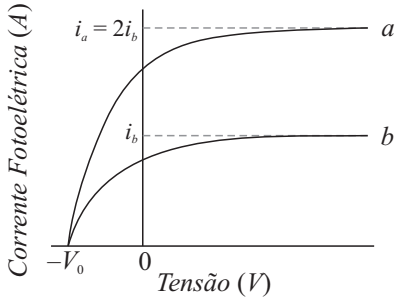

a)



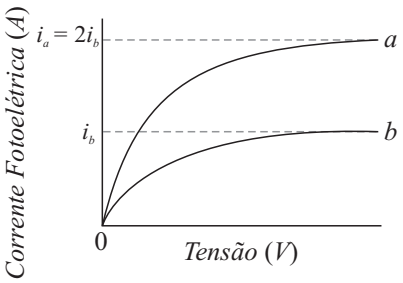

b)



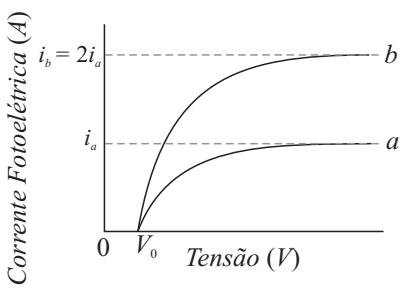

c)




d)




e)



**Resolução:**
Sabemos que a energia cinética que os fotoelétrons apresentam depende da frequência da radiação incidente, e não da intensidade da fonte.

$E_C = E_{fóton} - W_0 = hf - W_0$

$h \rightarrow$ constante de Planck

$f \rightarrow$ frequência da radiação incidente

$W_0 \rightarrow$ função trabalho (só depende do metal)

Essa energia cinética é retirada devido à diferença de potencial entre $P$ e $Q$ $(W^{\vec{F}_e} = q \cdot U_{PQ})$

$0 - E_C = e \cdot V_0$

$E_C = e(-V_0)$

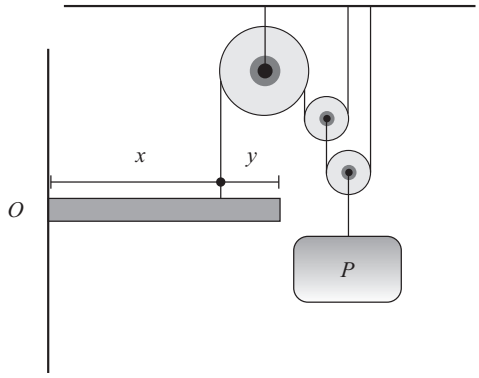
Onde $-V_0$ é conhecido como potencial freador e só depende da frequência da luz incidente.

As intensidades diferentes das fontes fornecem quantidades de fótons diferentes. Como cada fóton corresponde a $1$ fotoelétron retirado, o dobro da intensidade nos leva ao dobro da corrente fotoelétrica.

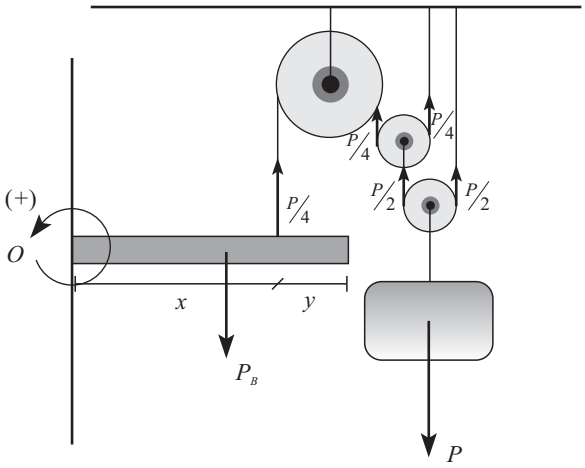
Alternativa C

## Questão 21

Uma barra homogênea, articulada no pino $O$, é mantida na posição horizontal por um fio fixado a uma distância $x$ de $O$. Como mostra a figura, o fio passa por um conjunto de três polias que também sustentam um bloco de peso $P$. Desprezando efeitos de atrito e o peso das polias, determine a força de ação do pino $O$ sobre a barra.




**Resolução:**
Lembrando que a barra é homogênea e deve ter peso $P_B$ não fornecido, temos:




Fazendo a soma dos torques em relação à $O$:

$\Sigma T_o = 0$

$$\frac{P}{4} \cdot x - P_B \cdot \left(\frac{x}{2} + y\right) = 0 \quad \therefore P_B = \frac{Px}{2(x+y)}$$

Como, não há força na horizontal, somando as forças verticais temos:

$$F_O + \frac{P}{4} - P_B = 0$$

$$\therefore F_O = P_B - \frac{P}{4} = \frac{P \cdot x}{2(x+y)} - \frac{P}{4} \quad \therefore F_O = \frac{P(x-y)}{4(x+y)}$$

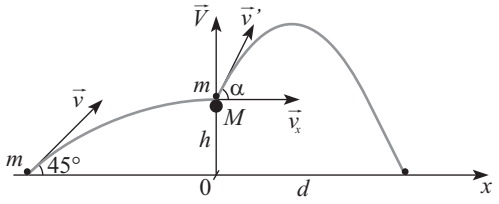
## Questão 22

Um objeto de massa $m$ é projetado no ar a $45°$ do chão horizontal com uma velocidade $v$. No ápice de sua trajetória, este objeto é interceptado por um segundo objeto, de massa $M$ e velocidade $V$, que havia sido projetado verticalmente do chão. Considerando que os dois objetos "se colam" e desprezando qualquer tipo de resistência aos movimentos, determine a distância $d$ do ponto de queda dos objetos em relação ao ponto de lançamento do segundo objeto

---

**Resolução:**

Observe a figura:




Na ápice da trajetória, a partícula de massa $m$ tem apenas velocidade horizontal:

$$v_x = v \cdot \cos 45° = \frac{v\sqrt{2}}{2}$$

*E se encontra a uma altura* $h$, tal que:
Em $y$:

$$0^2 = v_y^2 - 2gh$$

$$\therefore\ 2gh = v^2 \cdot \text{sen}^2\, 45°$$

$$\therefore\ h = \frac{v^2}{4g}$$

Considerando que a colisão inelástica houve quando $M$ ainda estava subindo:

$$\sum Q_{x_0} = \sum Q_{x_f}$$

$$mv_x + M \cdot 0 = (m+M) \cdot v_x'$$

$$\therefore\ v_x' = \frac{m \cdot v_x}{(m+M)}$$

$$\therefore\ v_x' = \frac{m}{(m+M)} \cdot \frac{v\sqrt{2}}{2}$$

$$\sum Q_{y_0} = \sum Q_{y_f}$$

$$m \cdot 0 + M \cdot V = (m+M) \cdot v_y'$$

$$\therefore\ v_y' = \frac{MV}{(m+M)}$$

Assim, para o novo lançamento temos em $x$:
$MU$

$$d = v_x' \cdot t$$

$$\therefore\ d = \frac{m}{(m+M)} \frac{v\sqrt{2}}{2} \cdot t \qquad (1)$$

E, em $y$:
$MUV$:

$$0 = h + v_y' t - g\frac{t^2}{2}$$

$$\therefore\ g\frac{t^2}{2} - \frac{MV}{(m+M)} t - h = 0$$

$$\therefore\ t = \frac{\left(\frac{M}{m+M}\right)V \pm \sqrt{\left(\frac{M}{m+M}\right)^2 V^2 + 2gh}}{g} \qquad (2)$$

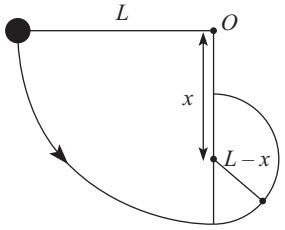
Onde só vale o sinal positivo.
Assim, substituindo (2) em (1) temos:

$$d = \frac{mv\sqrt{2}}{2(m+M)} \cdot \left( \frac{\left(\frac{M}{m+M}\right)V + \sqrt{\left(\frac{M}{m+M}\right)^2 V^2 + 2gh}}{g} \right)$$

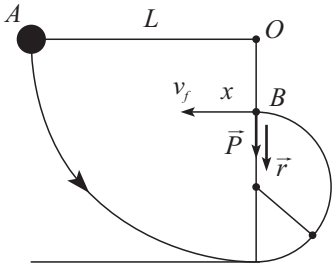
$$\therefore\ d = \frac{mv\sqrt{2}}{2g(m+M)} \cdot \left[ \left(\frac{M}{m+M}\right) \cdot V + \sqrt{\left(\frac{M}{m+M}\right)^2 V^2 + \frac{v^2}{2}} \right]$$

## Questão 23

Um pêndulo, composto de uma massa $M$ fixada na extremidade de um fio inextensível de comprimento $L$, é solto de uma posição horizontal. Em dado momento do movimento circular, o fio é interceptado por uma barra metálica de diâmetro disprezível, que se encontra a uma distância $x$ na vertical abaixo do ponto $O$. Em consequência, a massa $M$ passa a se movimentar num círculo de raio $L-x$, conforme mostra a figura. Determine a faixa de valores $x$ para os quais a massa do pêndulo alcance o ponto mais alto deste novo círculo.




Resolução:




Para que $M$ atinja $B$ (ponto mais alto) temos:

$E_{M_A} = E_{M_B}$

$$MgL = Mg \cdot 2(L-x) + \frac{Mv_f^2}{2}$$

$$\therefore Mg(2x-L) = \frac{Mv_f^2}{2}$$

$$\therefore v_f^2 = 2g(2x-L)$$

Em $B$ as forças atuantes são $\vec{P}$ e $\vec{T}$ (tração no fio):

$P + T = F_{cp}$

Onde $T \geq 0$, assim:

$F_{cp} \geq P$

$$\therefore \frac{Mv_f^2}{(L-x)} \geq Mg$$

$$\therefore \frac{2g(2x-L)}{(L-x)} \geq g$$

$$\therefore 4x - 2L \geq L - x$$

$$\therefore x \geq \frac{3L}{5}$$

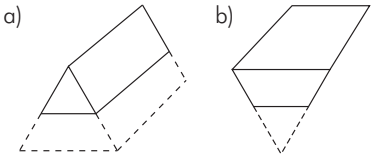
Por fim:

$$\frac{3L}{5} \leq x \leq L$$

Já que valores maiores que $L$ não convêm.

## Questão 24

Um bloco, com distribuição homogênea de massa, tem o formato de um prisma regular cuja seção transversal é um triângulo equilátero. Tendo $0,5\,\text{g/cm}^3$ de densidade, tal bloco poderá flutuar na água em qualquer das posições mostradas na figura. Qual das duas posições será a mais estável? Justifique sua resposta. Lembrar que o baricentro do triangulo encontra-se a $2/3$ da distância entre um vértice e seu lado oposto.




**Resolução:**

Em ambas as situações, as forças que atuam no corpo são peso $(\vec{P})$ e empuxo $(\vec{E})$ e a resultante é nula $(\vec{Fr}=\vec{O})$, já que ele está em repouso.

$$P = E$$

$$d_c \cdot V \cdot \cancel{g} = d_L \cdot V_{desl} \cdot \cancel{g}$$

$$\frac{V_{desl}}{V} = \frac{d_c}{d_L} = 0,5$$

$$V_{desl} = A_{desl} \cdot L$$

$$V = A \cdot L \qquad \text{(onde } L \text{ é a altura do paralelepípedo)}$$

$$\frac{A_{desl}}{A} = 0,5$$

Como $V_{desl} + V_{emerso} = V$

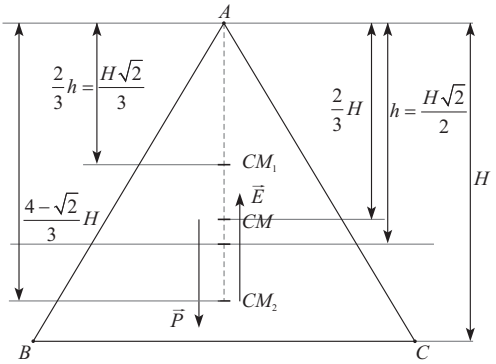
$$\frac{A_{emerso}}{A} = 0,5$$

Podemos usar a relação para figuras semelhantes tomando $l$ como altura

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2$$

$$\frac{h}{H} = \sqrt{\frac{A_1}{A^2}} = \sqrt{0,5} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{2}}{2}H$$

Onde $h$ é a altura do triângulo menor, seja ele imerso ou emerso.
Assim, os desenhos de forças e centros de massa ficam:




$CM_1 \rightarrow$ Centro de massa da parte emersa.

$CM_2 \rightarrow$ hidrocentro ou centro da massa da parte imersa.

$CM \rightarrow$ Centro de massa do prisma

A distância do vértice $A$ do triângulo ao nível da água é $h = \frac{H\sqrt{2}}{2} = 0,71H$, enquanto a distância do vértice $A$ ao centro de massa do corpo $(CM)$ é $\frac{2}{3}H = 0,67H$, assim, o centro de massa do corpo está acima do nível da água.

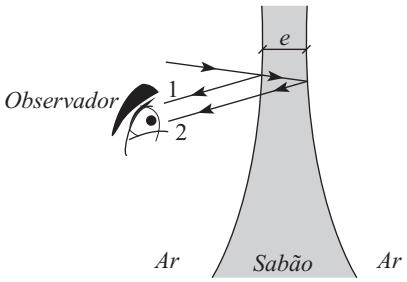
Como a figura b) e completamente simétrica, dada a relação de densidades, temos que nos dois casos, as forças que equilibram o corpo são convergentes, o que torna o equilíbrio instável. Consideraremos o mais estável, aquele em que o centro de massa do corpo encontra-se gravitacionalmente mais baixo, ou seja, na opção b).

## Questão 25

Um filme fino de sabão é sustentado verticalmente no ar por uma argola. A parte superior do filme aparece escura quando é observada por meio de luz branca refletida. Abaixo da parte escura aparecem bandas coloridas. A primeira banda tem cor vermelha ou azul? Justifique sua resposta.

---

**Resolução:**
Vista lateral da película de sabão, que é um material mais refringente que o ar.




Perceba que o raio $1$ inverte a fase enquanto o $2$ não.
Quando $e$ é muito menor que o comprimento de onda a interferência é destrutiva justificando a parte superior do filme ser escura.

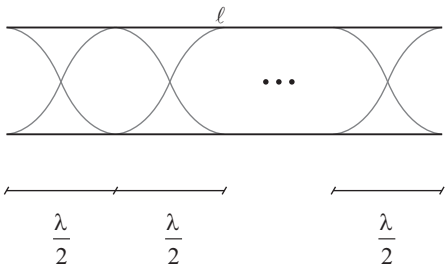
Conforme $e$ aumenta e temos a igualdade $2e = \frac{\lambda}{2}$, começamos a verificar interferências construtivas sendo que a primeira delas ocorre para os menores comprimentos de onda, ou seja, o lado azul do espectro visível.
Do exposto, concluímos que a primeira banda colorida será azul.

## Questão 26

O tubo mais curto de um órgão típico de tubos tem um comprimento de aproximadamente $7\,\text{cm}$. Qual é o harmônico mais alto na faixa audível, considerada como estando entre $20\,\text{Hz}$ e $20.000\,\text{Hz}$, de um tubo deste comprimento aberto nas duas extremidades?

---

**Resolução:**
O harmônico mais alto é o de maior frequência possível, ou seja, menor $\lambda$




Ou seja:

$$\ell = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$\therefore \lambda = \frac{2\ell}{n}$$

Ainda:

$$v = \lambda f$$

$$\therefore f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{2\ell}$$

$$\therefore f = n \cdot \frac{340}{2 \cdot \left(7 \cdot 10^{-2}\right)}$$

Para $f = 20000\,\text{Hz}$, teremos: $n = 8{,}23$

Então, para $n = 8$: $f = 19429\,\text{Hz}$

## Questão 27

Uma bolha de gás metano com volume de $10\,\text{cm}^3$ é formado a $30\,\text{m}$ de profundidade num lago. Suponha que o metano comporta-se como um gás ideal de calor específico molar $C_V = 3R$ e considere a pressão atmosférica igual a $10^5\,\text{N/m}^2$. Supondo que a bolha não troque calor com a água ao seu redor, determine seu volume quando ela atinge a superfície.

---

**Resolução:**
Considerando a transformação adiabática, temos:

$$P_0 \cdot V_0^{\gamma} = P_f \cdot V_f^{\gamma} \quad (1)$$

Sendo que:

$$C_p = R + C_v = 4R$$

E:

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{4}{3}$$

A pressão $P_O$ a $30\text{m}$ de profundidade vale:

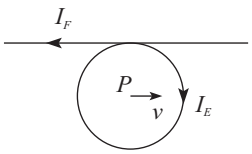
$$P_o = 10^5 + dgh$$
$$\therefore P_o = 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 30 = 4 \cdot 10^5$$

Voltando em $(1)$:

$$4 \cdot 10^5 (10)^{4/3} = 10^5 \cdot (V_f)^{4/3}$$
$$\left(\frac{V_f}{10}\right)^{4/3} = 4$$
$$V_f = 10 \cdot (4)^{4/3}\,\text{cm}^3 = 28{,}3\,\text{cm}^3$$

## Questão 28

Uma corrente $I_E$ percorre uma espira circular de raio $R$ enquanto uma corrente $I_F$ percorre um fio muito longo, que tangencia a espira, estando ambos no mesmo plano, como mostra a figura. Determine a razão entre as correntes $I_E / I_F$ para que uma carga $Q$ com velocidade $v$ paralela ao fio no momento que passa pelo centro $P$ da espira não sofra aceleração nesse instante.



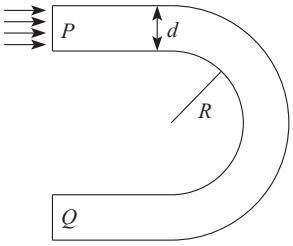

---

**Resolução:**
Para que a aceleração da carga $Q$ seja nula ao passar por $P$ é necessário e suficiente que o campo magnético resultante em $P$ seja nulo, ou seja:

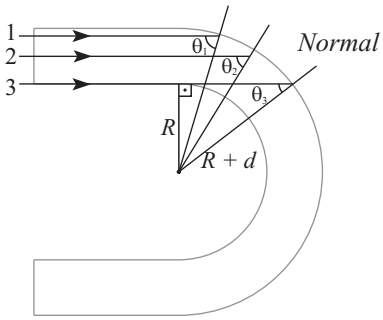
$$B_F = B_E$$
$$\frac{\mu I_F}{2\pi \cdot R} = \frac{\mu I_E}{2R}$$
$$\frac{I_F}{\pi} = I_E$$
$$\frac{I_E}{I_F} = \frac{1}{\pi}$$

## Questão 29

Um tarugo de vidro de índice de refração $n = 3/2$ e seção transversal retangular é moldado na forma de uma ferradura, como ilustra a figura. Um feixe de luz incide perpendicularmente sobre a superfície plana $P$. Determine o valor mínimo da razão $R/d$ para o qual toda a luz que penetra pela superfície $P$ emerja do vidro pela superfície $Q$.




Resolução:




Da figura notamos que $\theta_3$ é o menor dos ângulos de incidência $\theta_1$, $\theta_2$ e $\theta_3$. Ocorrendo reflexão interna total para o raio de luz $3$ ocorrerá também para os $1$ e $2$.

Do exposto:

$\theta_3 \geq L$, em que $L$ é o ângulo limite

$$\operatorname{sen}\theta_3 \geq \operatorname{sen} L = \frac{1}{\frac{3}{2}}$$

$$\operatorname{sen}\theta_3 \geq \frac{2}{3}$$

$$\frac{R}{R+d} \geq \frac{2}{3}$$

$$3R \geq 2R + 2d$$

$$\frac{R}{d} \geq 2$$

Logo, o valor mínimo para a razão $\frac{R}{d}$ é $2$.

## Questão 30

Obtenha uma expressão para as energias das órbitas do modelo de Bohr do átomo de Hidrogênio usando a condição de que o comprimento da circunferência de uma órbita de elétron ao redor do próton seja igual um número inteiro de comprimentos de onda de de Broglie do elétron.

Resolução:

O comprimento de onda de de Broglie pode ser escrito da forma:

$$\lambda = \frac{h}{Q}$$

E, usando a condição dada nas orbitas do átomo de hidrogênio, temos:

$$2\pi r = n \cdot \frac{h}{Q}$$

E, sendo $Q = mv$, temos:

$$2\pi r = n\frac{h}{mv}$$

$$\therefore mvr = n\left(\frac{h}{2\pi}\right) \quad (1)$$

Lembrando quem a força elétrica é a componente centrípeta para o movimento circular do elétron, temos:

$$F_E = F_{CP}$$

$$\therefore \frac{Ke^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$\therefore \frac{Ke^2}{r} = mv^2 \quad (2)$$

Substituindo $(1)$ em $(2)$ temos:

$$\frac{Ke^2}{r} = m \cdot \frac{n^2 h^2}{m^2 r^2 4\pi^2}$$

$$\therefore r = n^2 \cdot \frac{h^2}{4\pi^2 \cdot mK \cdot e^2}$$

$$\therefore r = n^2 \frac{E_o \cdot h^2}{\pi \cdot m e^2} \quad (3)$$

Pro fim, lembrando que a energia total é a soma de cinética e da potencial:

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{Ke^2}{r} \quad (4)$$

Substituindo $(2)$ em $(4)$

$$E = \frac{Ke^2}{2r} - \frac{Ke^2}{r} = -\frac{Ke^2}{2r}$$

E, usando $(3)$:

$$E = -\frac{Ke^2}{2} \cdot \left(\frac{\pi m e^2}{n^2 \cdot E_0 \cdot h^2}\right)$$

$$\therefore E_n = -\left(\frac{m \cdot e^4}{8 \cdot E_0{}^2 \cdot h^2}\right)\frac{1}{n^2}$$

E, depois de substituídos os valores das contentes: $E_n = -13{,}6\left(\frac{1}{n^2}\right) eV$

**Professores:**

**Física**

André Villar

Marcelo Moraes

Rodrigo Bernadelli

Vinícius Miranda

**Colaboradores**

Aline Alkmin, Lilian Aparecida, Luis Antônio, Thays Freitas, Filipe Sousa e Mateus Grangeiro

**Digitação e Diagramação**

Érika Rezende

João Paulo

Valdivina Pinheiro

**Desenhistas**

Leandro Bessa

Rodrigo Ramos

Vinícius Eduardo

**Projeto Gráfico**

Leandro Bessa

Vinícius Eduardo

**Supervisão Editorial**

José Diogo

Valdivina Pinheiro

Copyright©Olimpo2011

*As escolhas que você fez nessa prova, assim como outras escolhas na vida, dependem de conhecimentos, competências e habilidades específicos. Esteja preparado.*

opirus
EDITORA
olimpo