"A matemática é o alfabeto com que Deus escreveu o mundo"
Galileu Galilei

Questão 01

Sabe-se que o momento angular de uma massa pontual é dado pelo produto vetorial do vetor posição dessa massa pelo seu momento linear. Então, em termos das dimensões de comprimento (L), de massa (M), e de tempo (T), um momento angular qualquer tem sua dimensão dada por

A) L^0MT^{-1}.
B) LM^0T^{-1}.
C) LMT^{-1}.
D) L^2MT^{-1}.
E) L^2MT^{-2}.

Resolução:
Da definição:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$$

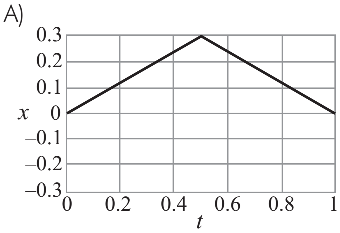
$$L = r \cdot m \cdot v \cdot \text{sen}\theta$$

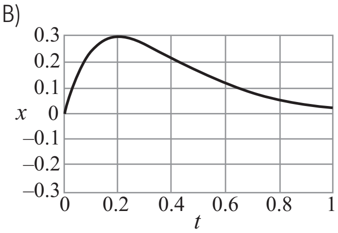
$$\therefore [L] = [r] \cdot [m] \cdot [v] \cdot [\text{sen}\,\theta] = L \cdot M \cdot L \cdot T^{-1} = L^2 \cdot M \cdot T^{-1}$$

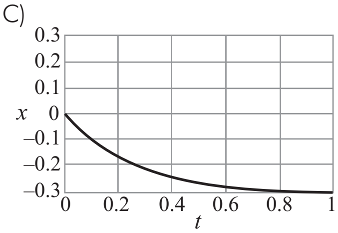
Alternativa D

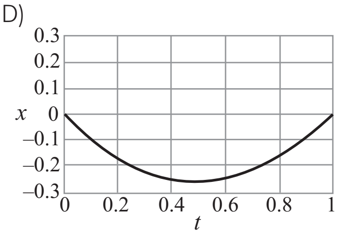
Questão 02

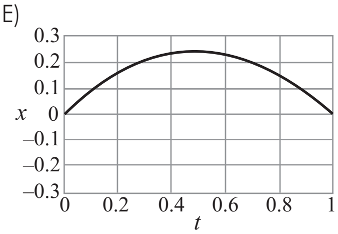
Uma partícula carregada negativamente está se movendo na direção $+x$ quando entra em um campo elétrico uniforme atuando nessa mesma direção e sentido. Considerando que sua posição em $t = 0$ s é $x = 0$ m, qual gráfico representa melhor a posição da partícula como função do tempo durante o primeiro segundo?

A)


B)


C)


D)


E)


Resolução:
Supondo-se que a força elétrica seja a única que atua sobre a carga, tem-se que:

$$F_R = F_e$$
$$ma_x = |q|E$$
$$\therefore\ a_x = \frac{|q| \cdot E}{m}$$

Como o campo elétrico é uniforme a aceleração a que a carga fica submetida é constante e no sentido $-x$, logo, o movimento ao longo do eixo x será uniformemente variado.
Então:

$$x = x_0 + v_{0_x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$
$$x = v_{0_x} t - \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2$$

Que é a equação de uma parábola com concavidade voltada para baixo.

Alternativa E

Questão 03

Um barco leva 10 horas para subir e 4 horas para descer um mesmo trecho do rio Amazonas, mantendo constante o módulo de sua velocidade em relação à água. Quanto tempo o barco leva para descer esse trecho com os motores desligados?

A) 14 horas e 30 minutos.
B) 13 horas e 20 minutos.
C) 7 horas e 20 minutos.
D) 10 horas.
E) Não é possível resolver porque não foi dada a distância percorrida pelo barco.

Resolução:
Seja v_B o módulo da velocidade do barco em relação às águas, v_C a velocidade da correnteza e D a distância percorrida pelo barco.
Então:

$$v_B + v_C = \frac{D}{4} \qquad (1)$$
$$v_B - v_C = \frac{D}{10} \qquad (2)$$

De (1) e (2), temos:

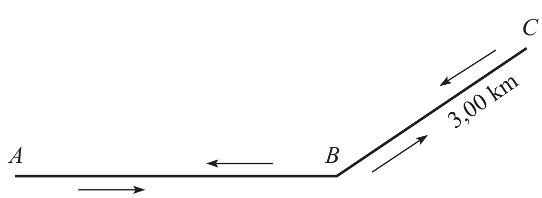
$$v_C = \frac{3D}{40}$$
$$\therefore\ t = \frac{D}{v_C} = \frac{40}{3}\ \text{horas}$$
$$t = 13\ \text{horas e}\ 20\ \text{minutos}$$

Alternativa B

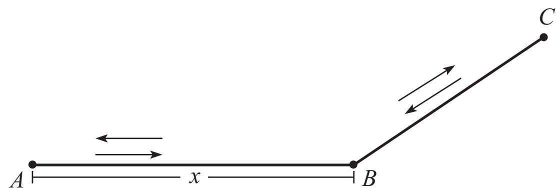
Questão 04

Na figura, um ciclista percorre o trecho AB com velocidade escalar média de $22,5\ \text{km/h}$ e, em seguida, o trecho BC de $3,00\ \text{km}$ de extensão. No retorno, ao passar em B, verifica ser de $20,0\,\text{km/h}$ sua velocidade escalar média no percurso então percorrido, $ABCB$. Finalmente, ele chega em A perfazendo todo o percurso de ida e volta em $1,00\ \text{h}$, com velocidade escalar média de $24,0\ \text{km/h}$. Assinale o módulo v do vetor velocidade média referente ao percurso $ABCB$.

A) $v = 12,0\ \text{km/h}$
B) $v = 12,00\ \text{km/h}$
C) $v = 20,0\ \text{km/h}$
D) $v = 20,00\ \text{km/h}$
E) $v = 36,0\ \text{km/h}$



Resolução:



Como a velocidade escalar média no percurso total foi de $24{,}0\ \text{km/h}$ levando para isso um tempo total de $1{,}00\ \text{h}$, o percurso total terá um comprimento de $24{,}0\ \text{km}$, então, sendo x o comprimento AB, teremos:

$$2x + 2\cdot 3{,}00 = 24{,}0$$

$$x = \frac{24{,}0 - 6{,}00}{2}$$

$$x = 9{,}0\ \text{km}$$

Como no percurso $ABCB$ a velocidade escalar média vale $v_M = 20{,}0\ \ \text{km/h}$ e

$$\Delta s = 9{,}0 + 3{,}00 + 3{,}00$$

$$\therefore\ \Delta s = 15{,}0\ \ \text{km}$$

Então:

$$20{,}0 = \frac{15{,}0}{\Delta t} \ \Rightarrow\ \Delta t = \frac{15{,}0}{20{,}0}$$

$$\therefore\ \Delta t = \frac{3}{4}\ \text{h}$$

O vetor velocidade média é definido como:

$$\overrightarrow{v_M} = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t}$$

Sabe-se que:

$$\left|\overrightarrow{\Delta r}\right| = x$$

$$\left|\overrightarrow{\Delta r}\right| = 9{,}0\ \text{km}$$

Então:

$$\left|\overrightarrow{V_M}\right| = \frac{9{,}0}{\frac{3}{4}}\ \ \therefore\ \left|\overrightarrow{V_M}\right| = 12{,}0\ \text{km/h}$$

Alternativa A

Questão 05

A partir do repouso, um carrinho de montanha russa desliza de uma altura $H = 20\sqrt{3}\ \text{m}$ sobre uma rampa de 60^o de inclinação e corre $20\ \text{m}$ num trecho horizontal antes de chegar em um *loop* circular, de pista sem atrito. Sabendo que o coeficiente de atrito na rampa e do plano horizontal é $1/2$, assinale o valor do raio máximo que pode ter esse *loop* para que o carrinho faça todo o percurso sem perder

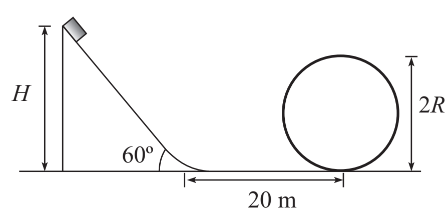
A) $R = 8\sqrt{3}\ \text{m}$

B) $R = 4\left(\sqrt{3}-1\right)\ \text{m}$

C) $R = 8\left(\sqrt{3}-1\right)\ \text{m}$

D) $R = 4\left(2\sqrt{3}-1\right)\ \text{m}$

E) $R = 40\left(\sqrt{3}-1\right)/3\,\text{m}$



Resolução:

Seja m a massa do carrinho

$$\tau_{Fat} = \mu\cdot N_1\cdot d_1\cdot\cos 180^o + \mu\cdot N_2\cdot d_2\cdot\cos 180^o$$

$$\tau_{Fat} = -\mu\cdot\left(N_1\cdot d_1 + N_2\cdot d_2\right) = -\frac{1}{2}\left(mg\cdot\cos 60^o\cdot\frac{H}{\text{sen}\ 60^o} + mg\cdot 20\right)\ \tau_{Fat} = -\frac{mg}{2}\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{20\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} + 20\right)$$

$\tau_{Fat} = -20 \cdot mg = \Delta E_M$

$-20\ mg = \dfrac{mv^2}{2} - mgH$, em que v é o módulo da velocidade do carrinho ao entrar no *loop* circular.

$mgH - 20mg = \dfrac{mv^2}{2}$

$v = \sqrt{2gH - 40g} = \sqrt{40\sqrt{3}g - 40g}$

$v = \sqrt{40g\left(\sqrt{3} - 1\right)}$

Fazendo conservação da energia mecânica do ponto mais baixo do *loop* ao mais alto e lembrando que no ponto mais alto a velocidade deve ter módulo $v' = \sqrt{gR}$, temos:

$\dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{mv'^2}{2} + mg \cdot 2R$

$\dfrac{40g\left(\sqrt{3} - 1\right)}{2} = \dfrac{gR}{2} + 2gR$

$40g\left(\sqrt{3} - 1\right) = R + 4R = 5R$

$\therefore\ R = 8\left(\sqrt{3} - 1\right)\text{m.}$

Alternativa C

Questão 06

Desde os idos de 1930, observações astronômicas indicam a existência da chamada matéria escura. Tal matéria não emite luz, mas a sua presença é inferida pela influência gravitacional que ela exerce sobre o momento de estrelas no interior de galáxias. Suponha que, numa galáxia, possa ser removida sua matéria escura de massa específica $\rho > 0$, que se encontra uniformemente distribuída. Suponha também que no centro dessa galáxia haja um buraco negro de massa M, em volta do qual uma estrela de massa m descreve uma órbita circular. Considerando órbitas de mesmo raio da presença e na ausência de matéria escura, a respeito da força gravitacional resultante $\vec{F}$ exercida sobre a estrela e seu efeito sobre o movimento desta, pode-se afirmar que

A) $\vec{F}$ é atrativa e a velocidade orbital de m não se altera na presença da matéria escura.

B) $\vec{F}$ é atrativa e a velocidade orbital de m é menor da presença da matéria escura.

C) $\vec{F}$ é atrativa e a velocidade orbital de m é maior na presença da matéria escura.

D) $\vec{F}$ é repulsiva e a velocidade orbital de m é maior na presença da matéria escura.

E) $\vec{F}$ é repulsiva e a velocidade orbital de m é menor na presença da matéria escura.

Resolução:

Da informação $\rho > 0$, infere-se que a massa escura significa uma massa $m > 0$ gravitacional uniformemente distribuída que respeita a Gravitação Universal de Newton.

Temos então duas situações distintas a considerar:

i) Na ausência da massa escura;

A força centrípeta sobre a massa m se deve à atração gravitacional ($\vec{F}$) entre ela e o buraco negro.

$F_{c_p} = F_G \Rightarrow m\dfrac{v^2}{r} = G\dfrac{Mm}{r^2}\ \ \therefore\ v = \sqrt{\dfrac{GM}{r}}$

2) Na presença da massa escura;

A força centrípeta sobre m se deve à atração gravitacional resultante ($\vec{F}$) entre ela e a soma entre a massa do buraco negro (M) e a massa escura (M_E) que deve ter o centro de massa coincidente com o buraco negro (no centro da galáxia):

$F_{c_p} = F_G \Rightarrow \dfrac{mv'^2}{r} = G\dfrac{\left(M + M_E\right)m}{r^2}$

$\therefore\ v' = \sqrt{\dfrac{G\left(M + M_E\right)}{r}}$

Assim, para o mesmo raio, a força $\vec{F}$ que aponta para o centro da galáxia é atrativa e a velocidade orbital é maior na presença da matéria escura.

Alternativa C

Questão 07

Diagramas causais servem para representar relações qualitativas de causa e efeito entre duas grandezas de um sistema. Na sua construção, utilizamos figuras como $r \xrightarrow{+} s$ para indicar que o aumento da grandeza r implica aumento da grandeza s e $r \xrightarrow{-} s$ para indicar que o aumento da grandeza r implica diminuição da grandeza s. Sendo a a aceleração, v a velocidade e x a posição, qual dos diagramas abaixo melhor representa o modelamento do oscilador harmônico?

A)
$$\begin{tikzcd} a \arrow[r, "+"] & v \arrow[r, "+"] & x \arrow[ll, bend right, "+"'] \end{tikzcd}$$

B)
$$\begin{tikzcd} a \arrow[r, "+"] & v \arrow[r, "+"] & x \arrow[ll, bend right, "-"'] \end{tikzcd}$$

C)
$$\begin{tikzcd} a \arrow[r, "+"] & v \arrow[r, "+"] & x \arrow[l, bend right, "+"'] \end{tikzcd}$$

D)
$$\begin{tikzcd} a \arrow[r, "+"] & v \arrow[r, "+"] & x \arrow[l, bend right, "-"'] \end{tikzcd}$$

E)
$$\begin{tikzcd} a \arrow[r, "+"] & v \arrow[r, "+"] \arrow[l, bend right, "-"'] & x \end{tikzcd}$$

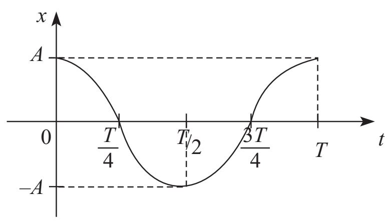
Resolução:
Para um MHS podemos escrever:

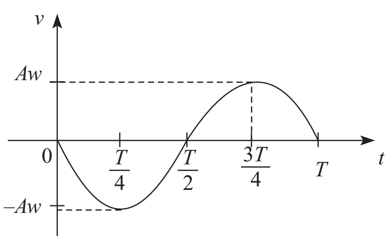
$x = A\ \cos(\omega t)$

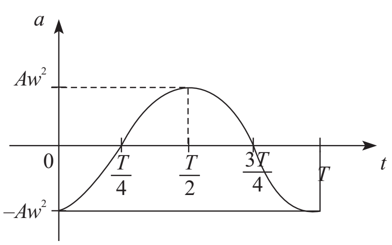
$v = -A\omega \text{sen}(\omega t)$

$a = -A\omega^2 \cos(\omega t)$

Que conduz aos gráficos:







Observamos que $x \xrightarrow{+} a$ nunca está correto, logo a alternativa A está descartada.

i) $a \xrightarrow{+} v$, ocorre no intervalo $\left[\frac{T}{4}, \frac{T}{2}\right]$

ii) $v \xrightarrow{+} x$, ocorre no intervalo $\left[\frac{T}{2}, \frac{3T}{4}\right]$

iii) $x \xrightarrow{-} a$, ocorre no intervalo $\left[\frac{T}{2}, T\right]$

De i, ii e iii.

$$\begin{tikzcd} a \arrow[r, "+"] & v \arrow[r, "+"] & x \arrow[ll, bend right, "-"'] \end{tikzcd}$$
ocorrem, desde que respeitados seus intervalos.
As afirmações C, D e E também ocorrem, porém em intervalos mais restritos.
Do exposto, ficaremos com a alternativa B como a que melhor representa o MHS.

Alternativa B

Questão 08

Uma balsa tem o formato de um prisma reto de comprimento L e seção transversal como vista na figura. Quando sem carga, ela submerge parcialmente até a uma profundidade h_0. Sendo ρ a massa específica da água e g a aceleração da gravidade, e supondo seja mantido o equilíbrio hidrostático, assinale a carga P que a balsa suporta quando submersa a uma profundidade h_1.

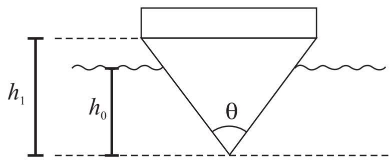
A) $P = \rho g L\left(h_1^2 - h_0^2\right)\text{sen}\theta$

B) $P = \rho g L\left(h_1^2 - h_0^2\right)\tan\theta$

C) $P = \rho g L\left(h_1^2 - h_0^2\right)\text{sen}\theta/2$

D) $P = \rho g L\left(h_1^2 - h_0^2\right)\tan\theta/2$

E) $P = \rho g L\left(h_1^2 - h_0^2\right)2\tan\theta/2$



Resolução:
Quando sem carga, o peso da bolsa é equilibrado pelo empuxo do volume de água deslocada:

$$P_B = E_0$$

$$P_B = \rho g\left[h_0^2\, tg\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]\cdot L$$

Quando carregada, o novo empuxo equilibra o peso da balsa e o peso da carga:

$$P_B + P = E_1$$

$$P_B + P = \rho g\left[h_1^2\, tg\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]\cdot L$$

Assim,

$$P = \rho g\left[h_1^2\, tg\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]\cdot L - \rho g\left[h_0^2\, tg\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]\cdot L$$

$$\therefore\ P = \rho g L\left(h_1^2 - h_0^2\right)\cdot tg\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Alternativa D

Questão 09

Considere hipoteticamente duas bolas lançadas de um mesmo lugar ao mesmo tempo: a bola 1, com velocidade para cima de $30\ \text{m/s}$, e a bola 2, com velocidade de $50\ \text{m/s}$ formando um ângulo de 30^o com a horizontal. Considerando $g = 10\ \text{m/s}^2$, assinale a distância entre as bolas no instante em que a primeira alcança a sua máxima altura.

A) $d = \sqrt{6250}\ \text{m}$

B) $d = \sqrt{7217}\ \text{m}$

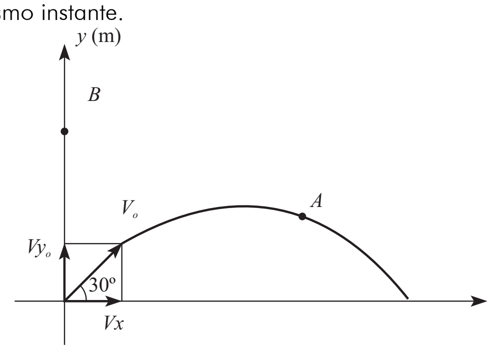
C) $d = \sqrt{17100}\ \text{m}$

D) $d = \sqrt{19375}\ \text{m}$

E) $d = \sqrt{26875}\ \text{m}$

Resolução:
A bola 1 leva $3\,\text{s}$ para atingir sua posição mais alça.

Calculemos então a posição da bola 2 no mesmo instante.



$x = v_x \cdot t = v_0 \cdot \cos 30^o \cdot t = 25\sqrt{3} \cdot t$

$y = v_{y_0} \cdot t - \dfrac{g \cdot t^2}{2} = v_0 \cdot \text{sen}30^o \cdot t - 5t^2 = 25t - 5t^2$

Fazendo $t = 3$ s :

$x = 25\sqrt{3} \cdot 3 = 75\sqrt{3}$

$y = 25 \cdot 3 - 5 \cdot 3^2 = 75 - 45 = 30$

A bola 2 estaria no ponto $A\left(75\sqrt{3},30\right)$

Para a bola 1 , temos:

$x = 0$

$y = 30t - 5t^2 = 30 \cdot 3 - 5 \cdot 3^2 = 90 - 45 = 45$

Logo, a bola 2 estaria no ponto $B(0,45)$.

Cálculo da distância entre os ponto A e B :

$d = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{\left(75\sqrt{3}\right)^2 + 15^2}$

$d = \sqrt{17000}$ m

Alternativa C

Questão 10

Considere uma bola de basquete de 600 g a 5 m de altura e, logo acima dela, uma de tênis de 60 g. A seguir, num dado instante, ambas as bolas são deixadas cair. Supondo choques perfeitamente elásticos e ausência de eventuais resistências, e considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, assinale o valor que mais se aproxima da altura máxima alcançada pela bola de tênis em sua ascenção após o choque.

A) 5 m
B) 10 m
C) 15 m
D) 25 m
E) 35 m

Resolução:

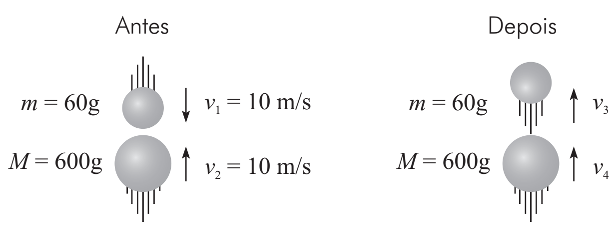
Cálculo da velocidade v das bolas imediatamente antes da primeira colisão, que é com o solo:

$v = \sqrt{2g\ h} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5}$

$v = 10$ m/s

Após a colisão com o solo a bola de basquete sobe com 10 m/s.

A colisão entre as bolas:



$$\begin{cases} Mv_2 - mv_1 = Mv_4 + mv_3 \\ v_2 + v_1 = v_3 - v_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 600 \cdot 10 - 60 \cdot 10 = 600 \cdot v_4 + 60 \cdot v_3 \\ 10 + 10 = v_3 - v_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10v_4 + v_3 = 90 \\ v_4 - v_3 = -20 \end{cases}$$

$\therefore\ v_4 = \dfrac{70}{11}$ m/s e $v_3 = \dfrac{290}{11}$ m/s

Seja H a altura máxima alcançada pela bola de tênis em sua ascenção após o choque:

$$\frac{mv_3^2}{2} = mg\,H$$

$$H = \frac{v_3^2}{2g} = \frac{\left(\frac{290}{11}\right)^2}{2 \cdot 10}$$

$$\therefore \; H = 35 \text{ m}$$

Alternativa E

Questão 11

Um espelho esférico convexo reflete uma imagem equivalente a $3/4$ da altura do objeto dele situado a uma distância p_1. Então, para que essa imagem seja refletida com apenas $1/4$ da sua altura, o objeto deverá se situar a uma distância p_2 do espelho, dada por

A) $p_2 = 9p_1$

B) $p_2 = 9p_1/4$

C) $p_2 = 9p_1/7$

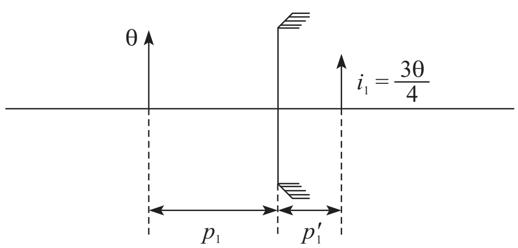
D) $p_2 = 15p_1/7$

E) $p_2 = -15p_1/7$

Resolução:

1ª situação:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1} \qquad (1)$$



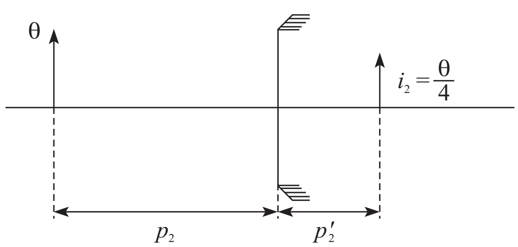
$$\frac{i_1}{\theta} = -\frac{p'_1}{p'_1}$$

$$\frac{3\theta/4}{\theta} = -\frac{p'_1}{p_1}$$

$$\therefore p'_1 = -\frac{3p_1}{4} \qquad (2)$$

2ª situação:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2} \qquad (3)$$



$$\frac{i_2}{\theta} = -\frac{p'_2}{p_2}$$

$$\frac{\theta/4}{\theta} = -\frac{p'_2}{p_2}$$

$$\therefore p'_2 = -\frac{p_2}{4} \qquad (4)$$

De (1) e (3) tem-se:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2} \qquad (5)$$

e substituindo (2) e (4), obtém-se:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{\left(-\frac{3p_1}{4}\right)} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{\left(-\frac{p_2}{4}\right)}$$

$$\frac{1}{p_1} - \frac{4}{3p_1} = \frac{1}{p_2} - \frac{4}{p_2}$$

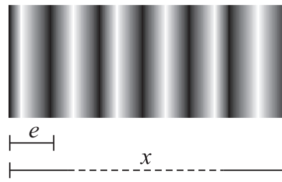
$$-\frac{1}{3p_1} = -\frac{3}{p_2}$$

$$\therefore p_2 = 9p_1$$

Alternativa A

Questão 12

Uma lâmina de vidro com índice de refração n em forma de cunha é iluminada perpendicularmente por uma luz monocromática de comprimento de onda λ. Os raios refletidos pela superfície superior e pela inferior apresenta uma série de franjas com espaçamento e entre elas, sendo que a m-ésima encontra-se a uma distância x do vértice. Assinale o ângulo θ, em radianos, que as superfícies da cunha formam entre si.



A) $\theta = \lambda/2ne$

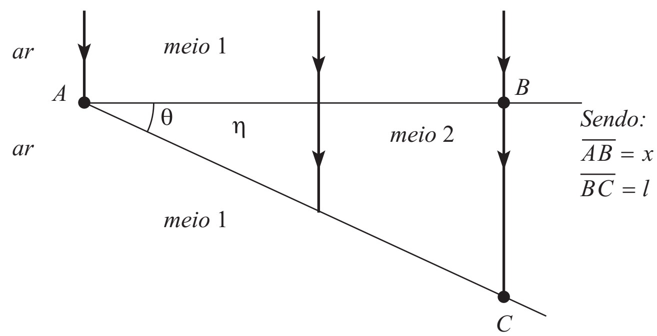
B) $\theta = \lambda/4ne$

C) $\theta = (m+1)\lambda/2nme$

D) $\theta = (2m+1)\lambda/4nme$

E) $\theta = (2m-1)\lambda/4nme$

Resolução:



$\text{tg}\theta = \dfrac{l}{x}$ onde $x = m \cdot e$

Então

$l = x \cdot \text{tg}\theta$

Considerando θ pequeno, temos:

$\theta \cong \text{tg}\theta = \text{sen}\theta$

Logo:

$l = x \cdot \theta$

$l = m \cdot e \cdot \theta$ (1)

Os raios refletidos pela superfície superior e pela superfície inferior estão em oposição de fase. Logo, para ocorrer interferência destrutiva, a diferença de marcha (ΔL) deverá ser um múltiplo inteiro de comprimento de onda (λ')

$\Delta L = m \cdot \lambda'$

$2 \cdot l = m \cdot \lambda'$ (2)

Substituindo (1) em (2), temos:

$2 \cdot m \cdot e \cdot \theta = m \cdot \lambda'$

$2 \cdot e \cdot \theta = \lambda'$ (3)

Sabe-se que:

$n_{ar} = \dfrac{c}{v_{ar}}$ e $v = \lambda \cdot f$

Então:

No ar, $c = n_{ar} \cdot \lambda \cdot f$ (4)

e na cunha, $c = n \cdot \lambda' \cdot f$ (5)

igualando (4) e (5), temos:

$n_{ar} \cdot \lambda \cdot f = n \cdot \lambda' \cdot f$

$\therefore \lambda' = \dfrac{\lambda}{n}$ (6)

Substituindo (3) em (6), temos:

$2 \cdot e \cdot \theta = \dfrac{\lambda}{n}$

$\therefore \theta = \dfrac{\lambda}{2 \cdot n \cdot e}$

Alternativa A

Questão 13

Uma carga q distribui-se uniformemente na superfície de uma esfera condutora, isolada, de raio R. Assinale a opção que apresenta a magnitude do campo elétrico e o potencial elétrico num ponto situado a uma distância $r = R/3$ do centro da esfera.

A) $E = 0 \text{ V/m}$ e $U = 0 \text{ V}$

B) $E = 0 \text{ V/m}$ e $U = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{R}$

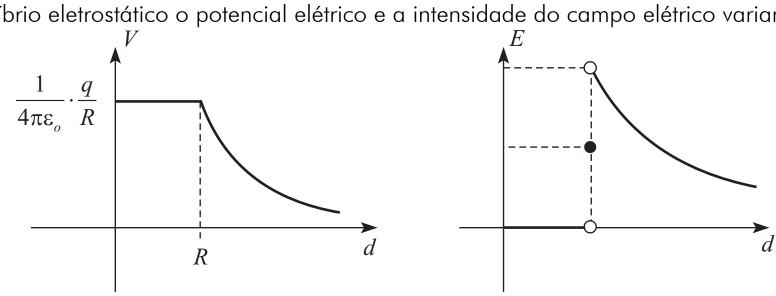
C) $E = 0 \text{ V/m}$ e $U = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{3q}{R}$

D) $E = 0 \text{ V/m}$ e $U = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{qr}{R^2}$

E) $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{rq}{R^3}$ e $U = 0 \text{ V}$

Resolução:

Numa esfera condutora em equilíbrio eletrostático o potencial elétrico e a intensidade do campo elétrico variam como nos gráficos:

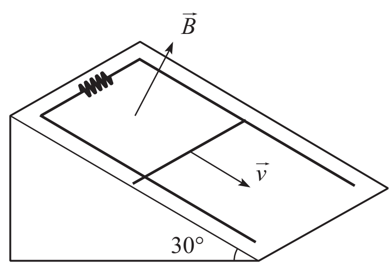


Então, dentro da esfera, o potencial elétrico é o mesmo da superfície $\left(U = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{R}\right)$ e a intensidade do campo elétrico é nula.

Alternativa B

Questão 14

Uma haste metálica com $5{,}0 \text{ kg}$ de massa e resistência de $2{,}0\ \Omega$ desliza sem atrito sobre duas barras paralelas separadas de $1{,}0 \text{ m}$, interligadas por um condutor de resistência nula e apoiadas em um plano de 30^o com a horizontal, conforme a figura. Tudo encontra-se imerso num campo magnético $\vec{B}$, perpendicular ao plano do movimento, e as barras de apoio têm resistência e atrito desprezíveis. Considerando que após deslizar durante um certo tempo a velocidade da haste permanece constante em $2{,}0 \text{ m/s}$, assinale o valor do campo magnético.

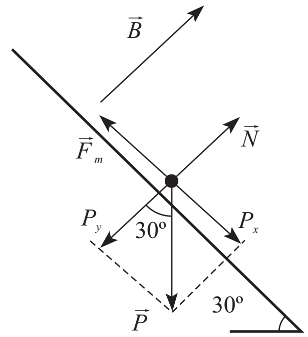


A) $25{,}0 \text{ T}$
B) $20{,}0 \text{ T}$
C) $15{,}0 \text{ T}$
D) $10{,}0 \text{ T}$
E) $5{,}0 \text{ T}$

Resolução:

Enquanto a haste desce com velocidade constante a força resultante sobre ela é nula:

$$\overrightarrow{F_R} = 0 \Rightarrow \begin{cases} P_y = N & (1) \\ P_x = F_m & (2) \end{cases}$$



De (2), temos:

$$P \cdot \text{sen}\theta = B \cdot i \cdot L \cdot \text{sen}90^o$$

$$\therefore i = \frac{M \cdot g \cdot \text{sen}30^o}{B \cdot L} \qquad (3)$$

A corrente i aparece no circuito devido à variação de fluxo (Lei de Faraday-Newman):

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\Delta\Phi / \Delta t}{R} = \frac{B \cdot \Delta A}{R \cdot \Delta t} = \frac{B \cdot L \cdot \Delta x}{R \cdot \Delta t} = \frac{B \cdot L \cdot v}{R} \qquad (4)$$

De (3) e (4) vem:

$$\frac{M \cdot g \cdot \text{sen}30^o}{B \cdot L} = \frac{B \cdot L \cdot v}{R} \Rightarrow B^2 = \frac{M \cdot g \cdot R \cdot \text{sen}30^o}{L^2 \cdot v}$$

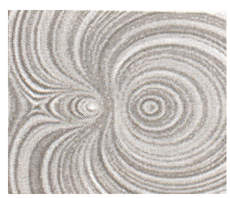
$$B^2 = \frac{(5{,}0) \cdot (10) \cdot (2{,}0) \cdot (1/2)}{(1{,}0)^2 \cdot (2{,}0)}$$

$$\therefore B = 5{,}0 \text{ T}$$

Alternativa E

Questão 15

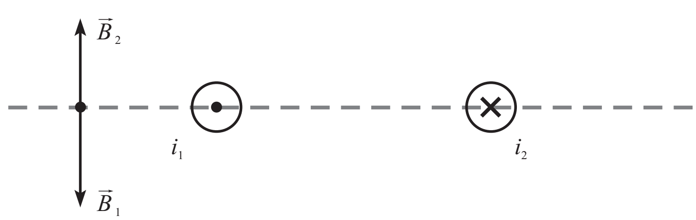
A figura representa o campo magnético de dois fios paralelos que conduzem correntes elétricas. A respeito da força magnética resultante no fio da esquerda, podemos afirmar que ela



A) atua para a direita e tem magnitude maior que a força no fio da direita.
B) atua para a direita e tem magnitude igual à força no fio da direita.
C) atua para a esquerda e tem magnitude maior que a força no fio da direita.
D) atua para a esquerda e tem magnitude igual à força no fio da direita.
E) atua para a esquerda e tem magnitude menor à força no fio da direita.

Resolução:

Existe um ponto situado à esquerda da figura onde o vetor campo magnético resultante é nulo. Isso somente será possível caso os fios sejam percorridos por correntes elétricas de sentidos opostos.



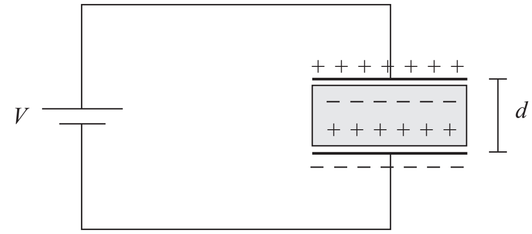
Como $\left|\overrightarrow{B_2}\right| = \left|\overrightarrow{B_1}\right|$, tem-se que $i_2 > i_1$.

Esses fios irão se repelir com forças magnéticas de mesmo módulo.
Então, o fio da esquerda estará submetido a uma força magnética orientada para a esquerda e de mesmo módulo que a força que atua no fio da direita.

Alternativa D

Questão 16

Na figura, o circuito consiste de uma bateria de tensão V conectada a um capacitor de placas paralelas, de área S e distância d entre si, dispondo de um dielétrico de permissividade elétrica ε que preenche completamente o espaço entre elas. Assinale a magnitude da carga q induzida sobre a superfície do dielétrico.



A) $q = \varepsilon \cdot V \cdot d$

B) $q = \varepsilon \cdot S \cdot V / d$

C) $q = (\varepsilon - \varepsilon_0) \cdot V \cdot d$

D) $q = (\varepsilon - \varepsilon_0) \cdot S \cdot V / d$

E) $q = (\varepsilon + \varepsilon_0) \cdot S \cdot V / d$

Resolução:

Seja Q a carga armazenada nas placas do capacitor, e C a capacitância. Assim:

$$C = \frac{Q}{V} \qquad \text{e} \qquad C = \frac{\varepsilon \cdot S}{d}$$

Então:

$$\frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon \cdot S}{d}$$

$$\therefore Q = \frac{S \cdot V}{d} \cdot \varepsilon \qquad (1)$$

O campo elétrico resultante no interior das placas pode ser dado por:

$$E_R = \frac{V}{d} \qquad (2)$$

Ele é o resultado da soma vetorial dos campos criados pelas cargas das placas e das superfícies do dielétrico.

$$E_R = \frac{Q}{S \cdot \varepsilon_0} - \frac{q}{S \cdot \varepsilon_0} \qquad (3)$$

Substituindo (1) e (2) em (3):

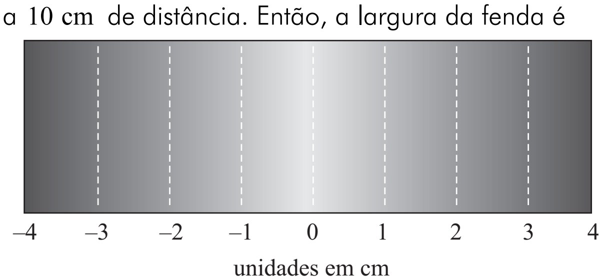
$$\frac{V}{d} = \frac{S \cdot V \cdot \varepsilon}{S \cdot \varepsilon_0 \cdot d} - \frac{q}{S \cdot \varepsilon_0} \Rightarrow \frac{q}{S \cdot \varepsilon_0} = \frac{V}{d}\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1\right)$$

$$\therefore q = (\varepsilon - \varepsilon_0) \cdot S \cdot V / d$$

Alternativa D

Questão 17

Luz monocromática, com 500 nm de comprimento de onda, incide numa fenda retangular em uma placa, ocasionando a dada figura de difração sobre um anteparo a 10 cm de distância. Então, a largura da fenda é



A) $1{,}25\ \mu\text{m}$

B) $2{,}50\ \mu\text{m}$

C) $5{,}00\ \mu\text{m}$

D) $12{,}50\ \mu\text{m}$

E) $25{,}00\ \mu\text{m}$

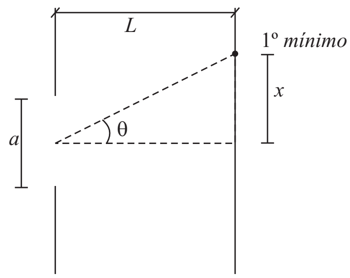
Resolução:

Na figura:

$L = 10\ \text{cm}$

$x = 1\ \text{cm}$

$tg\theta = \dfrac{1}{10}$



Como θ é pequeno, temos:

$\text{sen}\theta \cong \text{tg}\theta = \dfrac{1}{10}$

Na fenda única,

$a \cdot \text{sen}\theta = m \cdot \lambda$

$a \cdot \dfrac{1}{10} = 1 \cdot 500 \cdot 10^{-9}$

$a = 5{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{m}$

$a = 5{,}00\ \mu\text{m}$

Alternativa C

Questão 18

Dentro de um elevador em queda livre num campo gravitacional g, uma bola é jogada para baixo com velocidade v de uma altura h. Assinale o tempo previsto para a bola atingir o piso do elevador.

A) $t = v/g$

B) $t = h/v$

C) $t = \sqrt{2h/g}$

D) $t = \left(\sqrt{v^2 + 2gh} - v\right)/g$

E) $t = \left(\sqrt{v^2 - 2gh} - v\right)/g$

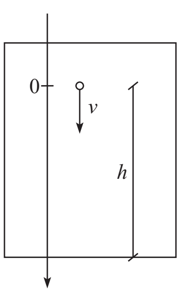
Resolução:

Com o referencial fixo no elevador $(a_R = 0)$:

$v = \dfrac{\Delta S}{\Delta t}$

$v = \dfrac{h}{t}$

$\therefore t = \dfrac{h}{v}$



Alternativa B

Questão 19

Um cubo de $81{,}0\,\text{kg}$ e $1{,}00\,\text{m}$ de lado flutua na água cuja massa específica é $\rho = 1000\,\text{kg/m}^3$. O cubo é então calcado ligeiramente para baixo e, quando liberado, oscila em um movimento harmônico simples com uma certa freqüência angular. Desprezando-se as forças de atrito e tomando $g = 10\,\text{m/s}^2$, essa freqüência angular é igual a

A) $100/9\,\text{rad/s}$.

B) $1000/81\,\text{rad/s}$.

C) $1/9\,\text{rad/s}$.

D) $9/100\,\text{rad/s}$.

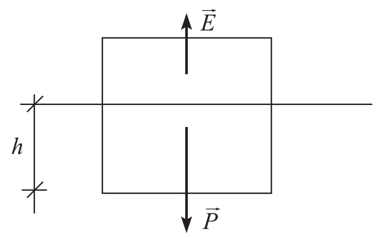
E) $81/1000\,\text{rad/s}$.

Resolução:

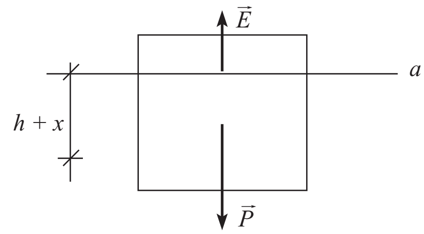
No equilíbrio tem-se que:

$E = P \Rightarrow \rho_L \ell^2 L g = P$

Onde ℓ é o lado do cubo.



Quando o cubo é ligeiramente empurrado para baixo de uma certa distância x teremos:



$F_R = E' - P = \rho_L \ell^2 (h+x) g - P = \rho_L \ell^2 hg + \rho_L \ell^2 xg - P$

Mas, $\rho_L \ell^2 hg = P$

Então: $F_R = \rho_L \ell^2 gx$

Esta força é do tipo $F = kx$

Então $k = \rho_L \ell^2 g$

Mas,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{\rho_L \ell^2 g}{m}}$$

Substituindo-se os valores

$$\omega = \sqrt{\frac{10^3 \cdot 1^2 \cdot 10}{81}}$$

$$\therefore \omega = \frac{100}{9} \frac{rad}{s}$$

Alternativa A

Questão 20

Considere um pêndulo simples de comprimento L e massa m abandonado da horizontal. Então, para que não arrebente, o fio do pêndulo deve ter uma resistência à tração pelo menos igual a

A) mg

B) $2mg$

C) $3mg$

D) $4mg$

E) $5mg$

Resolução:

A tração máxima no fio ocorre quando o fio está na posição vertical:

Fazendo conservação de energia mecânica:

$m g L = \frac{m v^2}{2}$, em que v é o módulo da velocidade no ponto mais baixo da trajetória.

$v^2 = 2 g L$

Da segunda Lei de Newton.

$T - P = m \cdot a_{cp}$

$$T - mg = \frac{m \cdot v^2}{L}$$

$$T = mg + \frac{m \cdot 2 g L}{L}$$

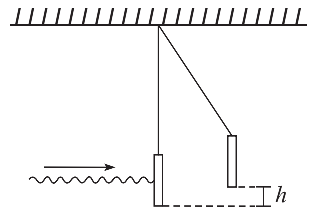
$T = 3mg$

Do exposto, concluímos que o fio deve ter uma resistência à tração de no mínimo $3mg$.

Alternativa C

Questão 21

Um feixe de laser com energia E incide sobre um espelho de massa m dependurado por um fio. Sabendo que o momentum do feixe de luz laser é E/c, em que c é a velocidade da luz, calcule a que altura h o espelho subirá.



Resolução:

A luz incidente tem energia E, enquanto a luz refletida tem energia E'. Fazendo conservação da quantidade de movimento, temos:

$$\frac{E}{c} + 0 = -\frac{E'}{c} + Q_E$$

$$\therefore \quad E + E' = (m \cdot v) \cdot c \qquad (1)$$

Fazendo conservação de energia na colisão, temos:

$$E_{M_o} = E_{M_f} \Rightarrow E = E' + \frac{mv^2}{2}$$

$$\therefore E - E' = \frac{mv^2}{2} \qquad (2)$$

De (1) e (2), vem:

$$\frac{4E}{m} = v^2 + 2vc \Rightarrow v^2 + 2vc - \frac{4E}{m} = 0$$

$$\therefore \quad v = \sqrt{c^2 + 4E/m} - c \qquad (3)$$

Considerando a conservação de energia após o choque, temos:

$$E_{M_o} = E_{M_f} \Rightarrow mgh = \frac{mv^2}{2}$$

$$\therefore \quad v = \sqrt{2gh} \qquad (4)$$

Igualando (1) e (4), temos:

$$\sqrt{2gh} = \sqrt{c^2 + 4E/m} - c$$

$$\therefore \quad h = \frac{1}{2g}\left(\sqrt{c^2 + 4E/m} - c\right)^2$$

Observação:

Considerando a massa do espelho bem maior que a massa relacionada ao próton, temos $E' \cong E$ e , portanto:

$$\frac{2E}{c} = mv$$

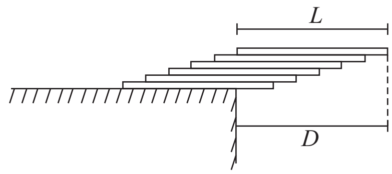
Daí:

$$v = \sqrt{2gh} = \frac{2E}{mc}$$

$$\therefore \quad h = \frac{2E^2}{m^2c^2g}$$

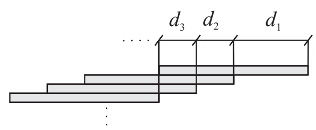
Questão 22

Chapas retangulares rígidas, iguais e homogêneas, são sobrepostas e deslocadas entre si, formando um conjunto que se apóia parcialmente na borda de uma calçada. A figura ilustra esse conjunto com n chapas, bem como a distância D alcançada pela sua parte suspensa. Desenvolva uma fórmula geral da máxima D possível de modo que o conjunto ainda se mantenha em equilíbrio. A seguir, calcule essa distância D em função do comprimento L de cada chapa, para $n = 6$ unidades.



Resolução:

Para que tenhamos a distância D máxima o centro de massa da placa superior deve ficar no limite da direita da placa imediatamente abaixo, o centro de massa das duas placas superiores deve ficar no limite da direita da placa imediatamente abaixo, e assim sucessivamente como mostra a figura abaixo.



$$d_1 = \frac{L}{2}$$

$$d_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{2}$$

$$d_3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{L}{2}$$

$$\vdots$$

$$dn = \frac{1}{n} \cdot \frac{L}{2}$$

Lembrando que $D = d_1 + d_2 + d_3 + \ldots + d_n$:

$$D = \frac{L}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{L}{2} + \ldots + \frac{1}{n} \cdot \frac{L}{2}$$

$$D = \frac{L}{2}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n}\right)$$

$$D = \frac{L}{2} \cdot \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$$

Para $n = 6$:

$$D = \frac{L}{2}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right)$$

$$D = \frac{L}{2} \cdot \frac{60 + 30 + 20 + 15 + 12 + 10}{60}$$

$$D = \frac{147L}{120}$$

Questão 23

Em 1998, a hidrelétrica de Itaipu forneceu aproximadamente $87600\,\mathrm{GWh}$ de energia elétrica. Imagine então um painel fotovoltaico gigante que possa converter em energia elétrica, com rendimento de 20%, a energia solar incidente na superfície da Terra, aqui considerada com valor médio diurno $(24\,\mathrm{h})$ aproximado de $170\,\mathrm{W/m^2}$. Calcule:

A) a área horizontal (em $\mathrm{km^2}$) ocupada pelos coletores solares para que o painel possa gerar, durante um ano, energia equivalente àquela de Itaipu, e,

B) o percentual médio que a usina operou em 1998 em relação à sua potência instalada de $14000\,\mathrm{MW}$

Resolução:

a) Seja A a área pedida:

$$\frac{20}{100}\cdot \mathrm{A}\cdot 170\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}}\cdot 365\cdot 24\,\mathrm{h}=87600\cdot 10^9\,\mathrm{Wh}$$

$$A=\frac{87600\cdot 10^9}{297840}\mathrm{m^2}$$

$$\mathrm{A}=0,294\cdot 10^9\,\mathrm{m^2}$$

$$\mathrm{A}=294\,\mathrm{km^2}$$

b) Seja p o percentual pedido:

$$\mathrm{p}=\frac{\dfrac{87600\cdot 10^9}{365\cdot 24\mathrm{h}}}{14000\cdot 10^6\,\mathrm{W}}=0,714$$

$$p=71,4\%$$

Questão 24

Num filme de ficção, um foguete de massa m segue uma estação espacial, dela aproximando-se com a aceleração relativa a. Para reduzir o impacto do acoplamento, na estação existe uma mola de comprimento L e constante k. Calcule a deformação máxima sofrida pela mola durante o acoplamento sabendo-se que o foguete alcançou a mesma velocidade da estação quando dela se aproximou de uma certa distância $d > L$, por hipótese em sua mesma órbita.

Resolução:

Adotando a estação a estação espacial como referencial acelerado, podemos afirmar que o foguete tem velocidade relativa $v_0 = 0$ quando a uma distância $d > L$, e atinge a estação a uma distância L (mola não deformada), com uma velocidade relativa v: $v^2 = 2a\cdot(d-L)$

A partir desse ponto o foguete desacelera relativamente e terá aproximação máxima quando a velocidade relativa voltar a ser nula.

E, considerando que as forças sobre o foguete e estação permanecem constantes durante o acoplamento (que é o mais coerente com o enunciado), a estação mede para o foguete uma força einsteiniana $f_F = m\cdot a$:

$$\tau_R = \Delta E_c$$

$$ma\cdot x-\frac{kx^2}{2}=0-\frac{mv^2}{2}$$

$$ma\cdot x-\frac{kx^2}{2}=-m\frac{2a}{2}(d-L)$$

$$\frac{kx^2}{2}-ma\cdot x-ma(d-L)=0$$

$$\therefore x=\frac{ma}{k}\left(1+\sqrt{1+\frac{2k(d-L)}{ma}}\right)$$

Observação:

Se considerarmos que a força sobre o foguete cessa durante o acoplamento (o que não é prudente no contexto), resta uma aceleração A (desconhecida) para a estação e para o foguete deveríamos escrever:

$$\tau_R = \Delta E_L$$

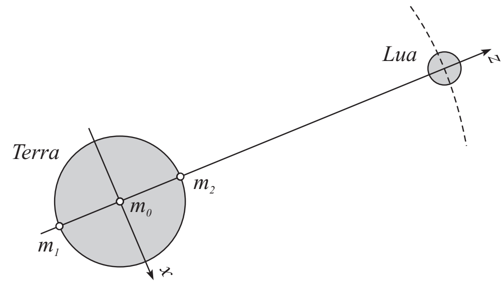
$$-mAx-\frac{kx^2}{2}=0-\frac{mv^2}{2}$$

$$\frac{kx^2}{2}+mAx-ma(d-L)=0$$

$$\therefore\ x=\frac{mA}{k}\left[\sqrt{1+\frac{2ka(d-L)}{mA^2}}-1\right]$$

Questão 25

Lua e Sol são os principais responsáveis pelas forças de maré. Estas são produzidas devido às diferenças na aceleração gravitacional sofrida por massas distribuídas na Terra em razão das respectivas diferenças de suas distâncias em relação a esses astros. A figura mostra duas massas iguais, $m_1 = m_2 = m$, dispostas sobre a superfície da Terra em posições diametralmente opostas e alinhadas em relação à Lua, bem como uma massa $m_0 = m$ situada no centro da Terra. Considere G a constante de gravitação universal, M a massa da Lua, r o raio da Terra e R a distância entre os centros da Terra e da Lua. Considere, também, f_{oz}, f_{1z} e f_{2z} as forças produzidas pela Lua respectivamente sobre as massas m_0, m_1 e m_2. Determine as diferenças $(f_{1z} - f_{oz})$ e $(f_{2z} - f_{0z})$ sabendo que deverá usar a aproximação $\frac{1}{(1+x)^\alpha} = 1 - \alpha x$, quando $x << 1$.



Resolução:

$$f_{1z} - f_{oz} = \frac{GMm}{(R+r)^2} - \frac{GMm}{R^2} = \frac{GMm}{R^2\left(1+\frac{r}{R}\right)^2} = \frac{GMm}{R^2}$$

$$f_{1z} - f_{oz} = \frac{GMm}{R^2}\left(\frac{1}{\left(1+\frac{r}{R}\right)^2} - 1\right) \cong \frac{GMm}{R^2}\left(1 - 2\cdot\frac{r}{R} - 1\right)$$

$$f_{1z} - f_{oz} = -\frac{2GMm\,r}{R^3}$$

$$f_{2z} - f_{0z} = \frac{GMm}{(R-r^2)} - \frac{GMm}{R^2} = \frac{GMm}{R^2\left(1+\left(\frac{-r}{R}\right)\right)^2} - \frac{GMm}{R^2}$$

$$f_{2z} - f_{0z} = \frac{GMm}{(R-r^2)}\left(\frac{1}{\left(1+\left(\frac{-r}{R}\right)\right)^2} - 1\right) \cong \frac{GMm}{R^2}\left(1 - 2\left(\frac{-r}{R}\right) - 1\right)$$

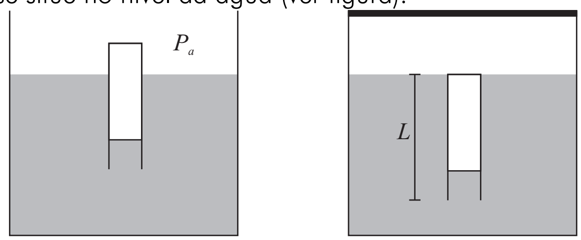
$$f_{2z} - f_{0z} = \frac{2\,GMm\,r}{R^3}$$

Questão 26

Para ilustrar os princípios de Arquimedes e de Pascal, Descartes emborcou na água um tubo de ensaio de massa m, comprimento L e área da seção transversal A. Sendo g a aceleração da gravidade, ρ a massa específica da água, e desprezando variações de temperatura no processo, calcule:

A) O comprimento da coluna de ar no tubo, estando o tanque aberto sob pressão atmosférica P_a, e

B) O comprimento da coluna de ar no tubo, de modo que a pressão no interior do tanque fechado possibilite uma posição de equilíbrio em que o todo do tubo se situe no nível da água (ver figura).

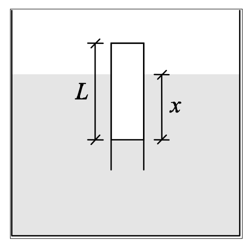


Resolução:

a) No equilíbrio a força resultante sobre o tubo é nula:

$$E = P \Rightarrow \rho \cdot g \cdot A \cdot x = mg$$

$$\therefore\ x = \frac{m}{\rho \cdot A}$$



E, para a transformação isotérmica do gás confinado podemos escrever:

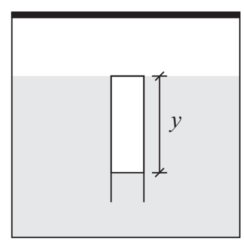
$$\frac{P_0 \cdot v_0}{T} = \frac{Pv}{T} \Rightarrow P_a \cdot LA = \left(P_a + \rho g x\right) \cdot h \cdot A \Rightarrow P_a \cdot L = h\left(P_a + \frac{mg}{A}\right)$$

$$\therefore\ h = \frac{L}{1 + \frac{mg}{A \cdot P_a}}$$

b) No novo equilíbrio todo volume de gás está imerso:

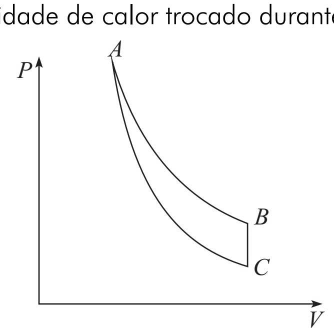
$$E = P \Rightarrow \rho \cdot g \cdot A \cdot y = mg$$

$$\therefore\ y = \frac{m}{\rho \cdot A}$$

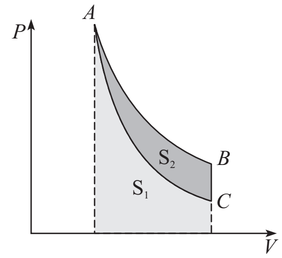


Questão 27

Três processos compõem o ciclo termodinâmico $ABCA$ mostrado no diagrama $P \times V$ da figura. O processo AB ocorre a temperatura constante. O processo BC ocorre o volume constante com decréscimo de $40\ \mathrm{J}$ de energia interna e, no processo CA, adiabático, um trabalho de $40\ \mathrm{J}$ é efetuado sobre o sistema. Sabendo-se também que em um ciclo completo o trabalho total realizado pelo sistema é de $30\ \mathrm{J}$, calcule a quantidade de calor trocado durante o processo AB.



Resolução:



No processo CA, um trabalho de $40\ \text{J}$ é efetuado sobre o sistema. Logo, a área S_1 é numericamente igual a 40.

Em um ciclo completo, o trabalho total realizado pelo sistema é $30\ \text{J}$. Daí, S_2 é numericamente igual a 30.

No processo AB o trabalho, em joules, é dado por $S_1 + S_2$:

$\tau_{AB} = (40 + 30)\ \text{J} = 70\ \text{J}$

Seja Q o calor fornecido ao sistema no processo AB:

$Q = \tau_{AB} + \Delta U = 70 + 0$ (AB ocorre a temperatura constante)

Questão 28

Três esferas condutoras, de raio a e carga Q, ocupam os vértices de triângulo eqüilátero de lado $b >> a$, conforme mostra a figura (1). Considere as figuras (2), (3) e (4), em que, respectivamente, cada uma das esferas se liga e desliga da Terra, uma de cada vez. Determine, nas situações (2), (3) e (4), a carga das esferas Q_1, Q_2 e Q_3, respectivamente, em função de a, b e Q.

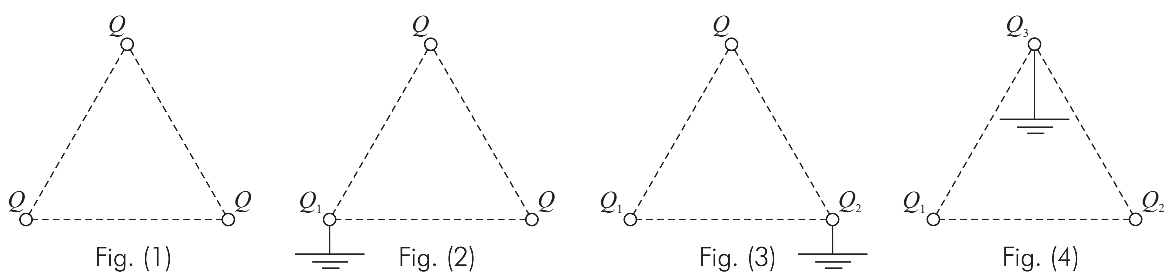


Fig. (1) Fig. (2) Fig. (3) Fig. (4)

Resolução:

Cálculo do potencial elétrico gerado pelas outras duas cargas no ponto em que se encontra Q, na figura (2).

$$V = \frac{KQ}{b} + \frac{KQ}{b} = \frac{2KQ}{b}$$

Como a esfera de carga Q_1 está ligada à Terra, seu potencial deve ser nulo. Logo:

$$\frac{kQ_1}{a} + \frac{2KQ}{b} = 0 \Rightarrow Q_1 = -\frac{2 \cdot Q \cdot a}{b}$$

De modo análogo, para a figura (3), temos:

$$V = \frac{KQ}{b} + \frac{KQ_1}{b} = \frac{KQ}{b} + \frac{K}{b}\left(\frac{-2Qa}{b}\right) = \frac{KQ}{b} - \frac{2KQa}{b^2}$$

$$\frac{KQ_2}{a} + \frac{KQ}{b} - \frac{2KQa}{b^2} = 0 \Rightarrow Q_2 = \frac{2Qa^2}{b^2} - \frac{Qa}{b}$$

$$\therefore Q_2 = Q\left(\frac{2a^2 - ab}{b^2}\right)$$

Por fim, na figura (4), temos:

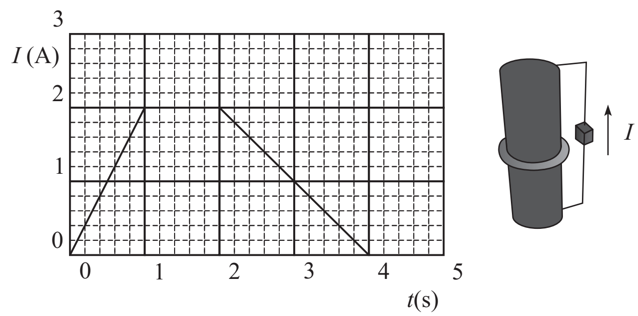
$$V = \frac{KQ_1}{b} + \frac{KQ_2}{b} = \frac{K}{b} \cdot (Q_1 + Q_2) = \frac{K}{b}\left(-\frac{2Qa}{b} + \frac{2Qa^2}{b^2} - \frac{Qa}{b}\right) = K\left(\frac{2Qa^2}{b^3} - \frac{3Qa}{b^2}\right)$$

$$\frac{KQ_3}{a} + K\left(\frac{2Qa^2}{b^3} - \frac{3Qa}{b^2}\right) = 0 \Rightarrow Q_3 = \frac{3Qa^2}{b^2} - \frac{2Qa^3}{b^3}$$

$$\therefore Q_3 = Q\left(\frac{3a^2b - 2a^3}{b^3}\right)$$

Questão 29

Um longo solenóide de comprimento L, raio a e com n espiras por unidade de comprimento, possui ao redor um anel de resistência R. O solenóide está ligado a uma fonte de corrente I, de acordo com a figura. Se a fonte variar conforme mostra o gráfico, calcule a expressão da corrente que flui pelo anel durante esse mesmo intervalo de tempo e apresente esse resultado em um novo gráfico.



Resolução:

Seja ϕ o fluxo magnético no interior do anel

$\phi = B \cdot A \cdot \cos 0° = \mu_0 \cdot I \cdot n \cdot \pi \cdot a^2 \cdot 1$

$\phi = \mu_0 \cdot n \cdot \pi \cdot a^2 \cdot I$, note que ϕ varia com I.

Do gráfico dado:

$$I = \begin{cases} 2 \cdot t, \text{ se } 0 \le t \le 1 \\ 2, \text{ se } 1 \le t \le 2 \\ 4\text{-}t, \text{ se } 2 \le t \le 4 \end{cases}$$

Voltando no fluxo.

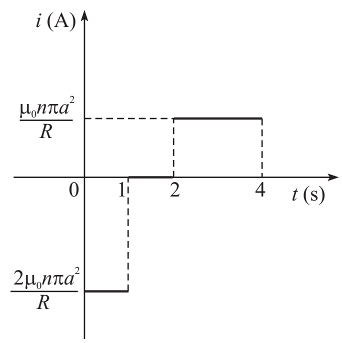
$$\phi = \begin{cases} \mu_0 \cdot n \cdot \pi \cdot a^2 \cdot 2t, \text{ se } 0 \le \text{t} \le 1 \\ \mu_0 \cdot n \cdot \pi \cdot a^2 \cdot 2, \text{ se } 1 \le \text{t} \le 2 \\ \mu_0 \cdot n \cdot \pi \cdot a^2 \cdot (4 - t), \text{ se } 2 \le \text{t} \le 4 \end{cases}$$

Seja ε a força eletromotriz induzida no anel.

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = \begin{cases} -\mu_0 \cdot n \cdot \pi \cdot a^2 \cdot 2, \text{ se} 0 \le \text{t} \le 1 \\ 0, \text{ se } 1 \le \text{t} \le 2 \\ \mu_0 \cdot n \cdot \pi \cdot a^2, \text{ se } 2 \le \text{t} \le 4 \end{cases}$$

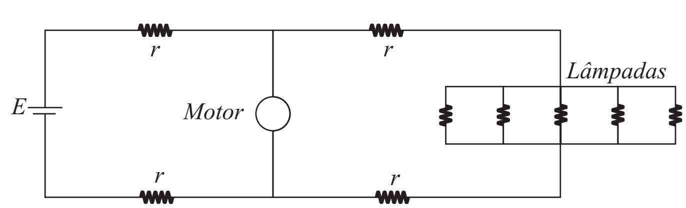
Seja i a corrente induzida no anel de resistência R.

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \begin{cases} \dfrac{M_0 \cdot n \cdot \pi \cdot a^2 \cdot 2}{R}, \text{ se } 0 \le \text{t} \le 1 \\ 0, \text{ se } 1 \le \text{t} \le 2 \\ \dfrac{\mu_0 \cdot n \cdot \pi \cdot a^2}{R}, \text{ se} 2 \le \text{t} \le 4 \end{cases}$$



Questão 30

Considere um circuito constituído por um gerador de tensão $E = 122{,}4\ \text{V}$, pelo qual passa uma corrente $I = 12\ \text{A}$, ligado a uma linha de transmissão com condutores de resistência $r = 0{,}1\ \Omega$. Nessa linha encontram-se um motor e uma carga de 5 lâmpadas idênticas, cada qual com resistência $R = 99\ \Omega$, ligadas em paralelo, de acordo com a figura. Determinar a potência absorvida pelo motor, P_M, pelas lâmpadas, P_L, e a dissipada na rede, P_r.



Resolução:

Cálculo da d.d.p. nos terminais do motor:

$$U = E - 2rI = 122{,}4 - 2 \cdot 0{,}1 \cdot 12$$
$$U = 120\text{V}$$

Lembrando que o motor está ligado em paralelo com as lâmpadas e parte da linha de transmissão:

$U = \left(r + \dfrac{R}{5} + r \right) \cdot i$, em que i é a corrente total que passa pelo ramo da direita do circuito.

$$120 = \left(0{,}1 + \frac{99}{5} + 0{,}1 \right) \cdot i$$
$$120 = 20i$$
$$i = 6\text{A}$$

Logo, a corrente que passa pelo motor tem intensidade $12A - 6A = 6A$

Cálculo das potências pedidas:

$$P_M = U\left(I - i\right) = 120 \cdot 6$$
$$P_M = 720\,\text{W}$$
$$P_L = \frac{R}{5} \cdot i^2 = \frac{99}{5} \cdot 6^2$$
$$P_L = 712{,}8\,\text{W}$$
$$P_r = r \cdot I^2 \cdot 2 + r \cdot i^2 \cdot 2 = 0{,}1 \cdot 12^2 \cdot 2 + 0{,}1 \cdot 6^2 \cdot 2$$
$$P_r = 28{,}8 + 7{,}2$$
$$P_r = 36\text{W}$$

Professores:

Física
Rodrigo Bernadelli
Marcelo Moraes
Walfredo

Colaboradores
Aline Alkmin
Henrique
José Diogo

Digitação e Diagramação
Nayara Araujo
Nathália Meyer
Plínio Rosa
Val Pinheiro
Vinícius Ribeiro

Desenhistas
Isabella
Vinícius Ribeiro

Projeto Gráfico
Vinicius Ribeiro

Assistente Editorial
Alicio Roberto

Supervisão Editorial
Alicio Roberto
Bruno Werneck
Rodrigo Bernadelli
Marcelo Moraes

A ***Resolução Comentada*** *das provas do IME poderá ser obtida diretamente no*

OLIMPO *Pré-Vestibular, ou pelo telefone* ***(62) 3251 – 9009***

As escolhas que você fez nessa prova, assim como outras escolhas na vida, dependem de conhecimentos, competências, conhecimentos e habilidades específicos. Esteja preparado.

opirus
EDITORA

olimpo