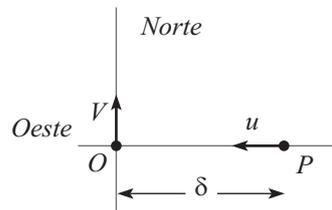


Se precisar, use os seguintes valores para as constantes: carga do próton =  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ; massa do próton  $1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ , aceleração da gravidade  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $1 \text{ atm} = 76 \text{ cm Hg}$ ; velocidade da luz no vácuo  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

## ▶ Questão 01

Ao passar pelo ponto  $O$ , um helicóptero segue na direção norte com velocidade  $v$  constante. Nesse momento, um avião passa pelo ponto  $P$ , a uma distância  $\delta$  de  $O$ , e voa para o oeste, em direção a  $O$ , com velocidade  $u$  também constante, conforme mostra a figura. Considerando  $t$  o instante em que a distância  $d$  entre o helicóptero e o avião for mínima, assinale a alternativa correta.



- A) A distância percorrida pelo helicóptero no instante em que o avião alcança o ponto  $O$  é  $\delta u / v$ .
- B) A distância do helicóptero ao ponto  $O$  no instante  $t$  é igual a  $\delta v / \sqrt{v^2 + u^2}$ .
- C) A distância do avião ao ponto  $O$  no instante  $t$  é igual a  $\delta v^2 / (v^2 + u^2)$ .
- D) O instante  $t$  é igual a  $\delta v / (v^2 + u^2)$ .
- E) A distância  $d$  é igual a  $\delta u / (\sqrt{v^2 + u^2})$ .

### Resolução:

Podemos descrever a velocidade e movimento do helicóptero em relação ao avião conforme a figura:

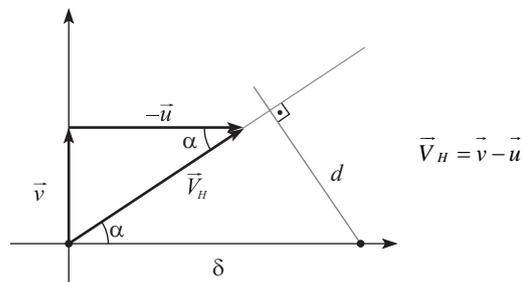
Assim, temos:

$$\text{sen} \alpha = \frac{d}{\delta} \quad \therefore d = \delta \cdot \text{sen} \alpha$$

E,

$$\text{sen} \alpha = \frac{v}{V_H} = \frac{v}{\sqrt{v^2 + u^2}}$$

$$\therefore d = \delta \cdot \frac{v}{\sqrt{v^2 + u^2}}$$



Observe que para que isso ocorra, o helicóptero percorre uma distância  $x$  em relação ao avião tal que:

$$x = V_H \cdot t$$

$$\therefore x = T \sqrt{v^2 + u^2} \quad \therefore t = \frac{x}{\sqrt{v^2 + u^2}} = \frac{\delta \cdot \cos \alpha}{\sqrt{v^2 + u^2}}$$

Em que:

$$\cos \alpha = \frac{x}{\delta} = \frac{\mu}{\sqrt{v^2 + u^2}}$$

$$\therefore t = \delta \cdot \frac{\mu}{(v^2 + u^2)}$$

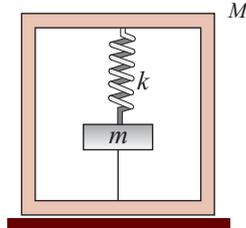
Nesse instante, a distância do avião ao ponto  $\theta$  vale:

$$d_f = \delta - i \left( \delta \frac{\mu}{v^2 + \mu^2} \right) = \frac{\delta v^2}{v^2 + \mu^2}$$

Alternativa C

**Questão 02**

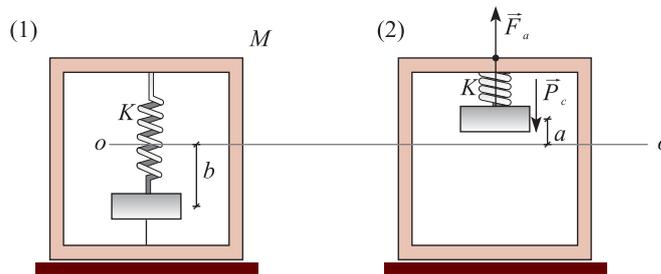
No interior de uma caixa de massa  $M$ , apoiada num piso horizontal, encontra-se fixada uma mola de constante elástica  $k$  presa a um corpo de massa  $m$ , em equilíbrio na vertical. Conforme a figura, este corpo também se encontra preso a um fio tracionado, de massa desprezível, fixado à caixa, de modo que resulte uma deformação  $b$  da mola. Considere que a mola e o fio se encontram no eixo vertical de simetria da caixa. Após o rompimento do fio, a caixa vai perder contato com o piso se



- A)  $b > (M + m)g / k$ .
- B)  $b > (M + 2m)g / k$ .
- C)  $b > (M - m)g / k$ .
- D)  $b > (2M - m)g / k$ .
- E)  $b > (M - 2m)g / k$ .

**Resolução:**

Observe as situações de início e fim da figura:



Considerando que não há movimento da caixa de (1) até (2):

$$EM_1 = EM_2$$

$$\frac{kb^2}{2} + mg(-b) = \frac{ka^2}{2} + mga$$

$$\frac{k}{2}(b^2 - a^2) = mg(a + b)$$

$$\therefore (b - a) = \frac{2mg}{k} \quad \therefore a = b - \frac{2mg}{k} \quad (i)$$

Em (2), para que a caixa perca o contato é preciso que  $F_a > P_c$ :

$$F_a > P_c$$

$$k \cdot a > M \cdot g$$

$$a > \frac{Mg}{k} \quad (ii)$$

Substituindo (i) em (ii):

$$\therefore \left( b - \frac{2mg}{k} \right) > \frac{Mg}{k}$$

$$\therefore b > \frac{Mg}{k} + \frac{2mg}{k}$$

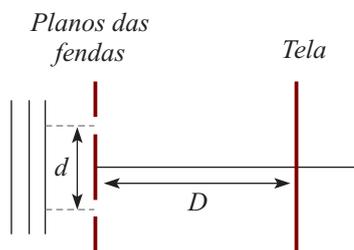
$$\therefore b > (M + 2m) \frac{g}{k}$$

Alternativa B

**Questão 03**

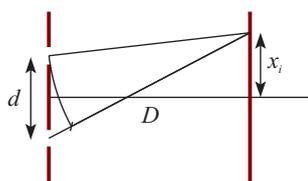
Num experimento clássico de Young,  $d$  representa a distância entre as fendas e  $D$  a distância entre o plano destas fendas e a tela de projeção das franjas de interferência, como ilustrado na figura. Num primeiro experimento, no ar, utiliza-se luz de comprimento de onda  $\lambda_1$  e, num segundo experimento, na água, utiliza-se luz cujo comprimento de onda no ar é  $\lambda_2$ . As franjas de interferência dos experimentos são registradas numa mesma tela. Sendo o índice de refração da água igual a  $n$ , assinale a expressão para a distância entre as franjas de interferência construtiva de ordem  $m$  para o primeiro experimento e as de ordem  $M$  para o segundo experimento.

- A)  $|D(M\lambda_2 - mn\lambda_1) / (nd)|$
- B)  $|D(M\lambda_2 - m\lambda_1) / (nd)|$
- C)  $|D(M\lambda_2 - mn\lambda_1) / d|$
- D)  $|Dn(M\lambda_2 - m\lambda_1) / d|$
- E)  $|D(Mn\lambda_2 - m\lambda_1) / d|$



**Resolução:**

Observe a figura:



Podemos encontrar a franja de interferência construtiva de ordem  $i$  da forma:

$$\frac{x_i}{D} = \frac{i\lambda}{d}$$

$$\therefore x_i = i \left( \frac{D}{d} \right) \cdot \lambda$$

Assim, para o primeiro experimento temos ( $n_{AR} = 1$ ):

$$x_m = m \left( \frac{D}{d} \right) \cdot \lambda_1$$

E, para o segundo experimento:

$$x_M = M \left( \frac{D}{d} \right) \cdot \lambda_2'$$

Em que:

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_2 \cdot f}{\lambda_2' \cdot f} \therefore \lambda_2' = \frac{\lambda_2}{n}$$

Daí, a distância entre as franjas ( $y$ ) vale:

$$y = |x_m - x_M| = \left| m \left( \frac{D}{d} \right) \cdot \lambda_1 - M \left( \frac{D}{d} \right) \frac{\lambda_2}{n} \right|$$

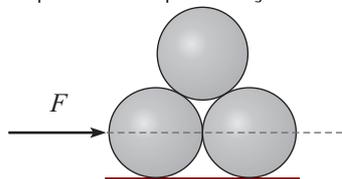
$$y = \left| \left( \frac{D}{d} \right) \left( m\lambda_1 - \frac{M\lambda_2}{n} \right) \right|$$

$$\therefore y = |D(M\lambda_2 - mn\lambda_1) / (nd)|$$

**Alternativa A**

**Questão 04**

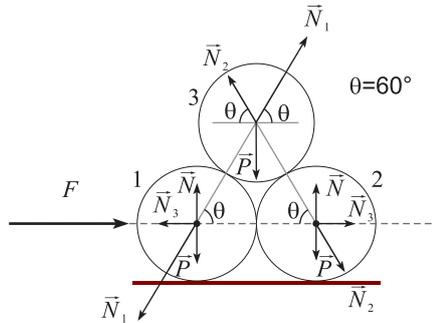
Num certo experimento, três cilindros idênticos encontram-se em contato pleno entre si, apoiados sobre uma mesa e sob a ação de uma força horizontal  $F$ , constante, aplicada na altura do centro de massa do cilindro da esquerda, perpendicularmente ao seu eixo, conforme a figura. Desconsiderando qualquer tipo de atrito, para que os três cilindros permaneçam em contato entre si, a aceleração  $a$  provocada pela força deve ser tal que



- A)  $g / (3\sqrt{3}) \leq a \leq g / \sqrt{3}$ .  
 B)  $2g / (3\sqrt{2}) \leq a \leq 4g / \sqrt{2}$ .  
 C)  $g / (2\sqrt{3}) \leq a \leq 4g / (3\sqrt{3})$ .  
 D)  $2g / (3\sqrt{2}) \leq a \leq 3g / (4\sqrt{2})$ .  
 E)  $g / (2\sqrt{3}) \leq a \leq 3g / (4\sqrt{3})$ .

**Resolução:**

Observe o diagrama de forças na figura:



Podemos escrever para o movimento horizontal:

$$F = 3m \cdot a \quad (1)$$

$$F - N_3 - N_1 \cdot \cos \theta = ma \quad (2)$$

$$N_3 + N_2 \cdot \cos \theta = m \cdot a \quad (3)$$

$$N_1 \cdot \cos \theta - N_2 \cdot \cos \theta = m \cdot a \quad (4)$$

Na vertical:

$$N_2 \cdot \sin \theta + N_1 \cdot \sin \theta = P$$

$$\sin \theta (N_2 + N_1) = P \quad (5)$$

De (4) e (5) temos:

$$\sin \theta \left( N_2 + N_2 + \frac{ma}{\cos \theta} \right) = P$$

$$\therefore N_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{mg}{\sin \theta} - \frac{ma}{\cos \theta} \right) \geq 0 \text{ (contato)}$$

$$\therefore \frac{mg}{\sin \theta} \geq \frac{ma}{\cos \theta}$$

$$\therefore a \sin \theta \leq g \cos \theta$$

$$\therefore a\sqrt{3} \leq g$$

$$\therefore a \leq \frac{g}{\sqrt{3}}$$

E ainda de (3) resulta:

$$N_3 = ma - N_2 \cdot \cos \theta \geq 0 \text{ (contato)}$$

$$ma - \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{mg}{\sin \theta} - \frac{ma}{\cos \theta} \right) \cos \theta \right] \geq 0$$

$$\therefore ma \geq \frac{1}{2} \left( \frac{mg}{\text{tg} \theta} - ma \right)$$

$$\therefore 2a \geq \frac{g}{\text{tg} \theta} - a$$

$$\therefore 3a \geq \frac{g}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore a \geq \frac{g}{3\sqrt{3}}$$

Por fim:

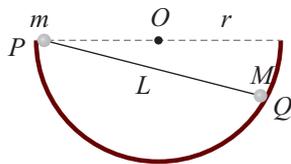
$$\frac{g}{3\sqrt{3}} \leq a \leq \frac{g}{\sqrt{3}}$$

**Alternativa A**

**Questão 05**

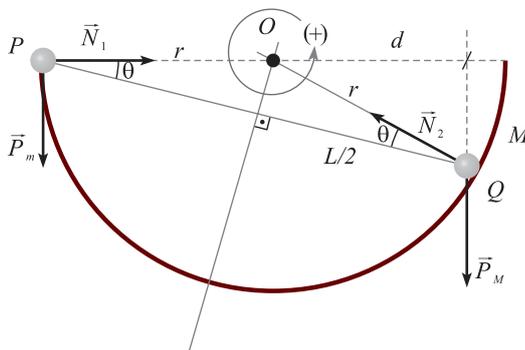
Duas partículas, de massas  $m$  e  $M$ , estão respectivamente fixadas nas extremidades de uma barra de comprimento  $L$  e massa desprezível. Tal sistema é então apoiado no interior de uma casca hemisférica de raio  $r$ , de modo a se ter equilíbrio estático com  $m$  posicionado na borda  $P$  da casca e  $M$ , num ponto  $Q$ , conforme mostra a figura. Desconsiderando forças de atrito, a razão  $m/M$  entre as massas é igual a

- A)  $(L^2 - 2r^2)/(2r^2)$ .
- B)  $(2L^2 - 3r^2)/(2r^2)$ .
- C)  $(L^2 - 2r^2)/(r^2 - L^2)$ .
- D)  $(2L^2 - 3r^2)/(r^2 - L^2)$ .
- E)  $(3L^2 - 2r^2)/(L^2 - 2r^2)$ .



**Resolução:**

Para que a barra esteja em equilíbrio é preciso que o torque total em relação ao ponto  $O$  seja nulo:



$$\begin{aligned} \sum \tau_0 &= 0 \\ \therefore \tau_m + \tau_M + \tau_1 + \tau_2 &= 0 \\ \therefore P_m(r) - P_M(d) + N_1(0) + N_2(0) &= 0 \\ \therefore m \cdot g \cdot r &= M \cdot g \cdot d \\ \therefore \frac{m}{M} &= \frac{d}{r} \quad (1) \end{aligned}$$

E ainda da figura temos:

$$\cos \theta = \frac{(r+d)}{L} \text{ e } \cos \theta = \frac{(L/2)}{r}$$

Assim:

$$\begin{aligned} \frac{(r+d)}{L} &= \frac{L}{2r} \\ \therefore 2r^2 + 2rd &= L^2 \\ \therefore d &= \left( \frac{L^2 - 2r^2}{2r} \right) \quad (2) \end{aligned}$$

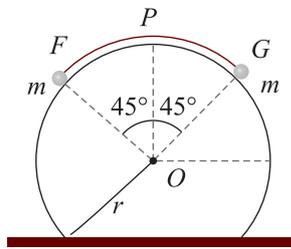
Substituindo (2) em (1):

$$\frac{m}{M} = \left( \frac{L^2 - 2r^2}{2r^2} \right)$$

**Alternativa A**

**Questão 06**

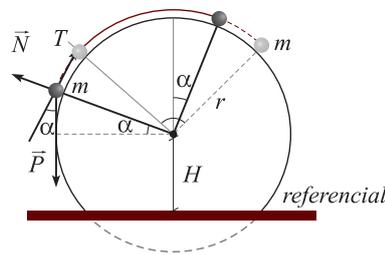
Uma corda, de massa desprezível, tem fixada em cada uma das suas extremidades,  $F$  e  $G$ , uma partícula de massa  $m$ . Esse sistema encontra-se em equilíbrio apoiado numa superfície cilíndrica sem atrito, de raio  $r$ , abrangendo um ângulo de  $90^\circ$  e simetricamente disposto em relação ao ápice  $P$  do cilindro, conforme mostra a figura. Se a corda for levemente deslocada e começa a escorregar no sentido anti-horário, o ângulo  $\theta \equiv \widehat{FOP}$  em que a partícula na extremidade  $F$  perde contato com a superfície é tal que



- A)  $2 \cos \theta = 1.$
- B)  $2 \cos \theta - \sin \theta = \sqrt{2}.$
- C)  $2 \sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2}.$
- D)  $2 \cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2}.$
- E)  $2 \cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} / 2.$

**Resolução:**

Observe a figura:



Fazendo  $\theta = 90^\circ - \alpha$ , então  $\sin \theta = \cos \alpha$

No instante em que a partícula descola temos  $N = 0$ :

$$F_{cp} = P \sin \alpha$$

$$\therefore \frac{mv^2}{r} = mg \cdot \sin \alpha \quad (I)$$

E conservando energia mecânica:

$$EM_0 = EM_f$$

$$E_{co} + E_{po} = E_{cf} + E_{pf}$$

$$0 + 2mg(H + r \cos 45^\circ) = \frac{2mv^2}{2} + mg(H + r \sin \alpha) + mg(H + r \cos \alpha) \quad (II)$$

Substituindo (I) em (II)

$$2mg \left( H + \frac{r\sqrt{2}}{2} \right) = mgr \sin \alpha + mg(2H + r \sin \alpha + r \cos \alpha)$$

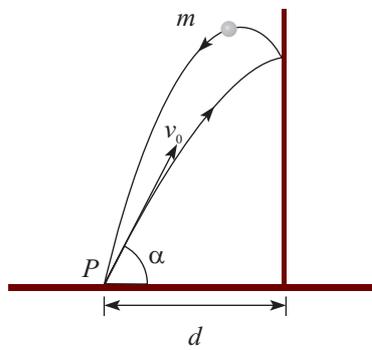
$$\therefore \sqrt{2} = 2 \sin \alpha + \cos \alpha$$

$$\therefore 2 \cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2}$$

**Alternativa D**

**Questão 07**

Uma pequena bola de massa  $m$  é lançada de um ponto  $P$  contra uma parede vertical lisa com uma certa velocidade  $v_0$ , numa direção de ângulo  $\alpha$  em relação à horizontal. Considere que após a colisão a bola retorna ao seu ponto de lançamento, a uma distância  $d$  da parede, como mostra a figura. Nestas condições, o coeficiente de restituição deve ser



- A)  $e = gd / (v_0^2 \sin 2\alpha - gd)$ .  
 B)  $e = 2gd / (v_0^2 \cos 2\alpha - 2gd)$ .  
 C)  $e = 3gd / (2v_0^2 \sin 2\alpha - 2gd)$ .  
 D)  $e = 4gd / (v_0^2 \cos 2\alpha - gd)$ .  
 E)  $e = 2gd / (v_0^2 \tan 2\alpha - gd)$ .

**Resolução:**

Do instante do lançamento até o choque a bola gasta um tempo  $t_0$  tal que:

$$v_0 \cdot \cos \alpha = \frac{d}{t_0} \quad \therefore \quad t_0 = \frac{d}{v_0 \cdot \cos \alpha}$$

A colisão deve acontecer a uma altura  $h$  tal que:

$$h = 0 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t_0 - g \frac{t_0^2}{2}$$

$$\therefore \quad h = d \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{gd^2}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \quad (1)$$

Após a colisão, a bola tem uma velocidade horizontal  $v_f$  tal que:

$$v_f = \frac{-d}{t} \quad (2)$$

E uma componente vertical vale  $v_y$  :

$$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha - gt_0$$

$$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha - g \frac{d}{v_0 \cos \alpha} \quad (3)$$

Para o tempo ( $t$ ) de retorno temos:

$$0 = h + v_y \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

Ou:

$$0 = \left( dt \operatorname{tg} \alpha - \frac{gd^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \right) + \left( v_0 \cdot \sin \alpha - \frac{gd}{v_0 \cos \alpha} \right) t - g \frac{t^2}{2}$$

De onde temos como solução:

$$t = \left( \frac{2v_0 \cdot \sin \alpha}{g} - \frac{d}{v_0 \cos \alpha} \right) \quad (4)$$

Substituindo (4) em (2) temos:

$$v_f = \frac{-d}{\left( 2 \frac{v_0 \sin \alpha}{g} - \frac{d}{v_0 \cos \alpha} \right)}$$

$$\therefore \quad v_f = \frac{-v_0 \cdot (gd) \cos \alpha}{v_0^2 \sin 2\alpha - (gd)}$$

E o coeficiente pode ser obtido da forma:

$$e = \left( \frac{v_f - 0}{0 - v_0 \cdot \cos \alpha} \right)$$

$$\therefore e = \frac{- \left[ \frac{v_0 (gd) \cos \alpha}{v_0^2 \sin^2 \alpha - (gd)} \right]}{-v_0 \cdot \cos \alpha}$$

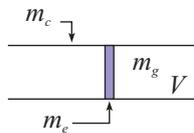
$$\therefore e = \frac{gd}{(v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha - gd)}$$

Alternativa A

### ▶ Questão 08

A figura mostra um sistema, livre de qualquer força externa, com um êmbolo que pode ser deslocado sem atrito em seu interior. Fixando o êmbolo e preenchendo o recipiente de volume  $V$  com um gás ideal a pressão  $P$ , e em seguida liberando o êmbolo, o gás expande-se adiabaticamente. Considerando as respectivas massas  $m_c$ , do cilindro, e  $m_e$ , do êmbolo, muito maiores que a massa  $m_g$  do gás, e sendo  $\gamma$  o expoente de Poisson, a variação da energia interna  $\Delta U$  do gás quando a velocidade do cilindro for  $v_c$  é dada aproximadamente por

- A)  $3PV^\gamma / 2$
- B)  $3PV / (2(\gamma - 1))$
- C)  $-m_c(m_e + m_c)v_c^2 / (2m_e)$
- D)  $-(m_c + m_e)v_c^2 / 2$
- E)  $-m_e(m_e + m_c)v_c^2 / (2m_c)$



#### Resolução:

Ignorando a massa do gás e conservando a quantidade de movimento:

$$Q_0 = Q_F$$

$$0 = m_c \cdot v_c + m_e \cdot v_e$$

$$\therefore m_c \cdot v_c = -m_e \cdot v_e \quad (1)$$

A variação de energia cinética do sistema  $(m_c + m_e)$  se deve ao trabalho realizado pelo gás:

$$\tau = E_{cf} - E_{co}$$

$$\tau = \left[ \frac{m_c v_c^2}{2} + \frac{m_e \left( \frac{m_c \cdot v_c}{m_e} \right)^2}{2} \right] - 0$$

$$\therefore \tau = \frac{v_c^2}{2} \left( m_c + \frac{m_c^2}{m_e} \right) = \frac{v_c^2}{2} (m_c + m_e) \frac{m_c}{m_e}$$

E sendo a transformação adiabática ( $Q = 0$ ):

$$Q = \tau + \Delta U$$

$$\therefore \Delta U = -\tau = -m_c \cdot (m_c + m_e) \cdot \frac{v_c^2}{2m_e}$$

Alternativa C

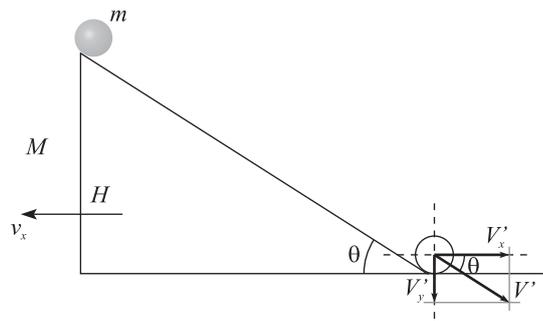
### ▶ Questão 09

Uma rampa maciça de 120kg inicialmente em repouso, apoiada sobre um piso horizontal, tem sua declividade dada por  $\tan \theta = 3/4$ . Um corpo de 80kg desliza nessa rampa a partir do repouso, nela percorrendo 15m até alcançar o piso. No final desse percurso, e desconsiderando qualquer tipo de atrito, a velocidade da rampa em relação ao piso é de aproximadamente

- A) 1m/s
- B) 3m/s
- C) 5m/s
- D) 2m/s
- E) 4m/s

**Resolução:**

Observe a figura:



Conservando energia mecânica durante a descida temos:

$$E_{M0} = E_{Mf}$$

$$E_{co} + E_{po} + E_{cf} + E_{pf}$$

$$0 + mgH = \frac{Mv_x^2}{2} + \frac{mV^2}{2}$$

Sendo  $V$  a velocidade final do corpo:

$$80 \cdot (10) \cdot 9 = \frac{120 \cdot v_x^2}{2} + \frac{80 \cdot V^2}{2}$$

$$\therefore 3v_x^2 + 2V^2 = 360 \quad (1)$$

Conservando quantidade de movimento no horizontal temos:

$$Q_0 = Q_f$$

$$0 = Mv_x + mV_x$$

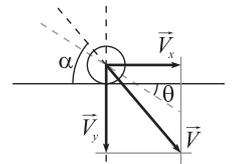
$$\therefore 0 = 120v_x + 80 \cdot V_x$$

$$\therefore V_x = \frac{-3v_x}{2} \quad (2)$$

Observe na figura ao lado que no final do percurso  $V$  forma um ângulo  $\alpha$  com a horizontal, tal que:  $\alpha > \theta$ , onde:

$$V_y = V'_y \quad V^2 = V_y^2 + V_x^2 \quad (3)$$

$$\text{e } V'_x = V_x - v_x \quad (4)$$



Substituindo (2) em (4) temos:

$$V'_x = V_x - \left(\frac{-2}{3}V_x\right) = \frac{5}{3}V_x$$

Podemos ainda escrever:

$$\text{tg}\theta = \frac{V'_y}{V'_x} = \frac{V_y}{V_x} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore V_y = \frac{3}{4} \cdot V_x = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{5}{3}V_x\right)$$

$$\therefore V_y = \frac{5}{4} \cdot V_x$$

Por fim:

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 - V_x^2 + \frac{25}{16} \cdot V_x^2$$

$$V^2 = \frac{41}{16}V_x^2 = \frac{41}{16} \cdot \left(\frac{-3v_x}{2}\right)^2$$

$$\therefore V^2 = \frac{369}{64} \cdot v_x^2 \quad (5)$$

Substituindo (5) em (1):

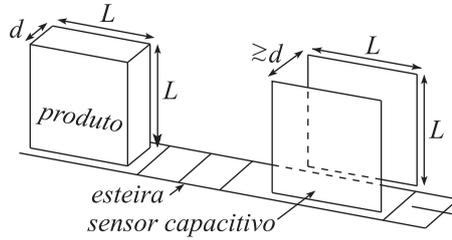
$$3v_x^2 + 2 \cdot \left(\frac{369}{64} \cdot v_x^2\right) = 360$$

$$v_x^2 \left(\frac{96 + 369}{32}\right) = 360$$

$$\therefore v_x \cong 5 \text{ m/s}$$

**Questão 10**

Certo produto industrial constitui-se de uma embalagem rígida cheia de óleo, de dimensões  $L \times L \times d$ , sendo transportado numa esteira que passa por um sensor capacitivo de duas placas paralelas e quadradas de lado  $L$ , afastadas entre si de uma distância ligeiramente maior que  $d$ , conforme a figura. Quando o produto estiver inteiramente inserido entre as placas, o sensor deve acusar um valor de capacitância  $C_0$ . Considere, contudo, tenha havido antes um indesejado vazamento de óleo, tal que a efetiva medida da capacitância seja  $C = 3/4 C_0$ . Sendo dadas as respectivas constantes dielétricas do óleo,  $k = 2$ ; e do ar,  $k_{ar} = 1$ , e desprezando o efeito da constante dielétrica da embalagem, assinale a percentagem do volume de óleo vazado em relação ao seu volume original.



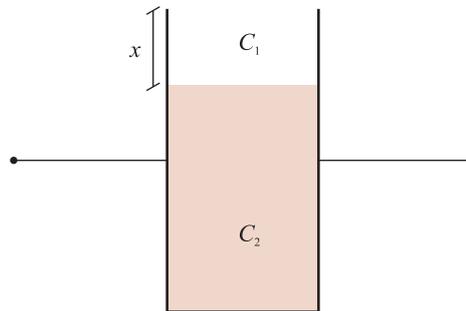
- A) 5%
- B) 50%
- C) 100%
- D) 10%
- E) 75%

**Resolução:**

Com a embalagem cheia a capacitância medida foi:

$$C_0 = k \cdot \frac{\epsilon_0 \cdot L^2}{d}, \text{ com } k = 2$$

Após o vazamento temos um sistema de capacitores em paralelo da forma:



$$C = C_1 + C_2$$

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot x \cdot L}{d} + k\epsilon_0 \frac{(L-x)}{d} L$$

Em que  $C = \frac{3}{4} C_0$ . Assim:

$$\frac{3}{4} \cdot k \cdot \frac{\epsilon_0}{d} \cdot L^2 = \frac{\epsilon_0 \cdot xL}{d} + k\epsilon_0 \frac{(L-x)}{d} L$$

$$\therefore \frac{3}{4} kL = x + k(L-x)$$

Para  $k = 2$ :

$$\frac{3}{2} L = x + 2L - 2x$$

$$\therefore x = 2L - \frac{3}{2} L = \frac{L}{2}$$

$$x = 0,5 \cdot L$$

Vazou 50% do óleo.

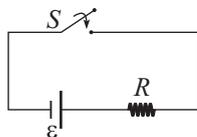
## Questão 11

O circuito mostrado na figura é constituído por um gerador com *f.e.m*  $\varepsilon$  e um resistor de resistência  $R$ . Considere as seguintes afirmações, sendo a chave  $S$  fechada:

- I. Logo após a chave  $S$  ser fechada haverá uma *f.e.m* autoinduzida no circuito.
- II. Após um tempo suficientemente grande cessará o fenômeno de autoindução no circuito.
- III. A autoindução no circuito ocorrerá sempre que houver variação da corrente elétrica no tempo.

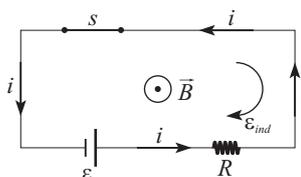
Assinale a alternativa verdadeira

- A) Apenas a I é correta.
- B) Apenas a II é correta.
- C) Apenas a III é correta.
- D) Apenas a II e a III são corretas.
- E) Todas são corretas.



### Resolução:

Com a chave  $S$  sendo fechada, o próprio circuito assume a configuração de uma espira, gerando um campo de indução magnética em seu interior, conforme a figura.

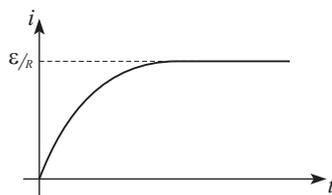


I – Correto

No instante em que a chave  $S$  é fechada, surge o campo magnético  $\vec{B}$  e, portanto, um fluxo  $\Phi$  através da “espira”. Logo  $\Phi$  varia de zero a um valor não nulo, de forma que surge uma *f.e.m.* induzida que gera uma corrente induzida que se opõe à corrente original.

II – Correto

Com o passar do tempo, a corrente aumenta mas a sua taxa de variação diminui quantitativamente da seguinte forma:



A partir do instante em que a corrente não mais varia consideravelmente, cessa o fenômeno de autoindução.

III – Correto

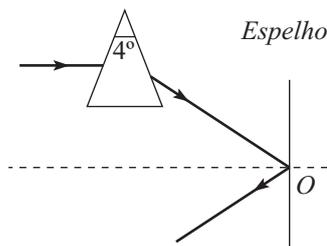
Havendo variação da corrente, o fluxo magnético varia e ocorre a autoindução.

**Alternativa E**

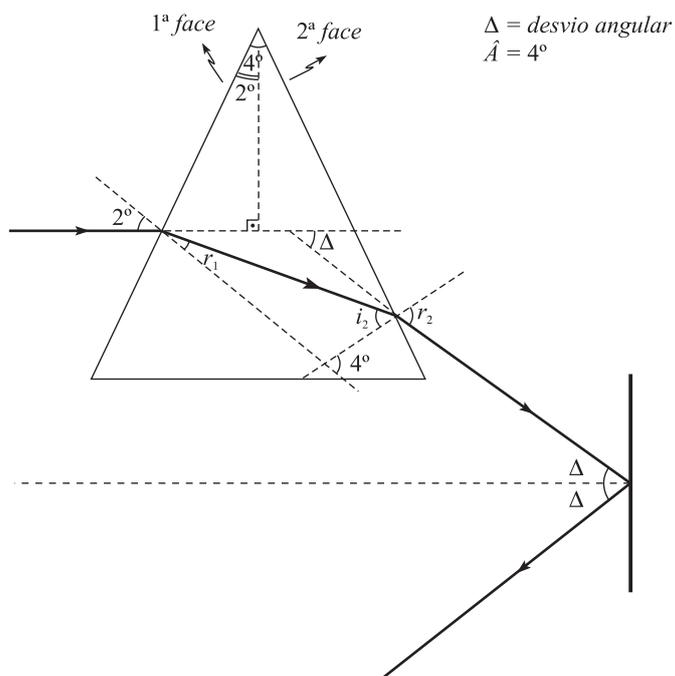
## Questão 12

Um raio horizontal de luz monocromática atinge um espelho plano vertical após incidir num prisma com abertura de  $4^\circ$  e índice de refração  $n = 1,5$ . Considere o sistema imerso no ar e que tanto o raio emergente do prisma como o refletido pelo espelho estejam no plano do papel, perpendicular ao plano do espelho, como mostrado na figura. Assinale a alternativa que indica respectivamente o ângulo e o sentido em que deve ser girado o espelho em torno do eixo perpendicular ao plano do papel que passa pelo ponto  $O$ , de modo que o raio refletido retorne paralelamente ao raio incidente no prisma.

- A)  $4^\circ$ , sentido horário
- B)  $2^\circ$ , sentido horário
- C)  $2^\circ$ , sentido antihorário
- D)  $1^\circ$ , sentido horário
- E)  $1^\circ$ , sentido antihorário



Resolução:



Na 1ª face:

$$n_1 \cdot \text{sen } i_1 = n_p \cdot \text{sen } \hat{r}_1$$

$$1 \cdot 2^\circ = n_p \cdot \hat{r}_1$$

$$\Rightarrow \hat{r}_1 \cong \frac{4}{3}$$

Como  $\hat{r}_1 + \hat{i}_2 = 4^\circ$

$$\frac{4}{3} + \hat{i}_2 = 4^\circ$$

$$\hat{i}_2 = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8^\circ}{3}$$

Na 2ª face:  $1,5 \cdot \text{sen } \hat{i}_2 = 1 \cdot \text{sen } \hat{r}_2$

$$1,5 \cdot \hat{i}_2 = 1 \cdot \hat{r}_2$$

$$1,5 \cdot \frac{8}{3} = \hat{r}_2$$

$$\Rightarrow \hat{r}_2 = 4^\circ$$

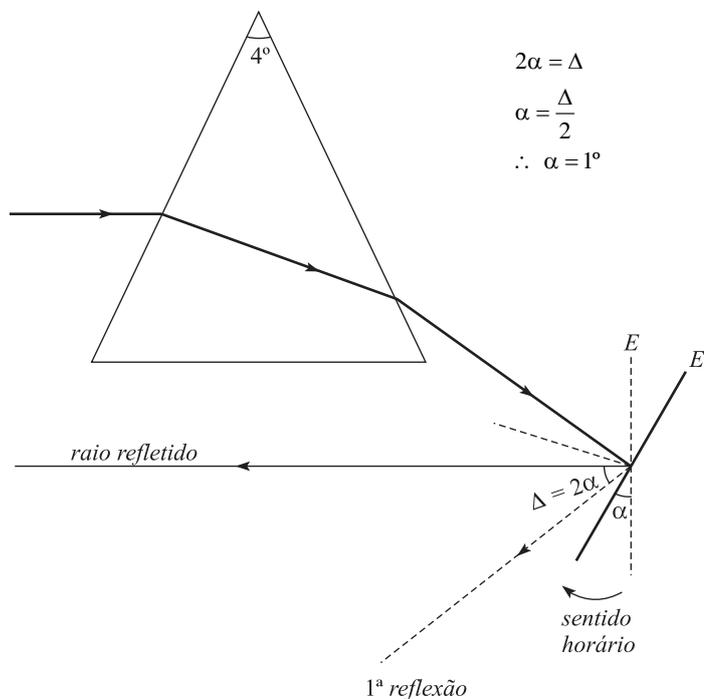
O desvio  $\Delta$  será:

$$\Delta = \hat{i}_1 + \hat{r}_2 - \hat{A}$$

$$\Delta = 2^\circ + 4^\circ - 4^\circ$$

$$\Delta = 2^\circ$$

Para que o raio refletido no espelho seja paralelo ao raio incidente no prisma, temos:



Alternativa D

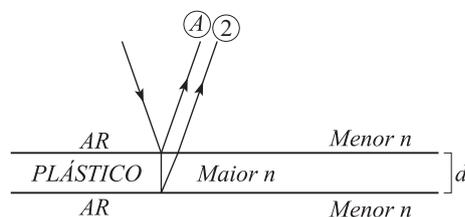
**Questão 13**

Um prato plástico com índice de refração 1,5 é colocado no interior de um forno de micro-ondas que opera a uma frequência de  $2,5 \times 10^9$  Hz. Supondo que as micro-ondas incidam perpendicularmente ao prato, pode-se afirmar que a mínima espessura deste em que ocorre o máximo de reflexão das micro-ondas é de.

- A) 1,0cm
- B) 2,0cm
- C) 3,0cm
- D) 4,0cm
- E) 5,0cm

**Resolução:**

Vamos considerar que "máximo de reflexão" significa interferência construtiva entre os raios 1 e 2 mostrados na figura:



Com relação ao raio incidente, o raio 1 está defasado em  $\frac{\pi}{2}$ , e o raio 2 não está defasado. Portanto, ocorrerá interferência construtiva se:

$$2d = i \frac{\lambda}{2n} \left\{ \begin{array}{l} i = 1, 3, 5, 7, \dots \\ \lambda = \frac{c}{f} : \text{comprimento de onda no ar.} \end{array} \right.$$

A espessura mínima corresponde a  $i = 1$ , logo:

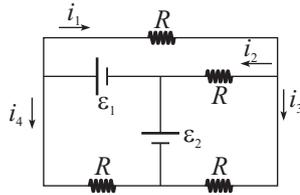
$$2d = \frac{c}{2fn} \Rightarrow d = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 2 \cdot 2,5 \cdot 10^9 \cdot 1,5} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Alternativa B

### Questão 14

Considere o circuito elétrico mostrado na figura formado por quatro resistores de mesma resistência,  $R = 10\Omega$ , e dois geradores ideais cujas respectivas forças eletromotrizes são  $\varepsilon_1 = 30V$  e  $\varepsilon_2 = 10V$ . Pode-se afirmar que as correntes  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$  e  $i_4$  nos trechos indicados na figura, em ampères, são respectivamente de

- A) 2, 2/3, 5/3 e 4
- B) 7/3, 2/3, 5/3 e 4
- C) 4, 4/3, 2/3 e 2
- D) 2, 4/3, 7/3 e 5/3
- E) 2, 2/3, 4/3 e 4



#### Resolução:

Observando o circuito devemos tomar 4 pontos que possuem diferentes potenciais

Pela Lei dos nós:  $i_1 = i_2 + i_3$  (I)

Pela Lei das malhas:  $U_{BD} + U_{DC} + U_{CB} = 0$

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - R \cdot i_4 = 0$$

$$R \cdot i_4 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

$$i_4 = \frac{40}{10} = 4A \quad (\text{II})$$

$$U_{AC} + U_{CB} + U_{BA} = 0 \quad (\text{III})$$

$$R \cdot i_2 - R \cdot i_3 + \varepsilon_2 = 0$$

$$R(i_3 - i_2) = \varepsilon_2$$

$$i_3 - i_2 = \frac{\varepsilon_2}{R}$$

$$i_3 - i_2 = 1A$$

$$U_{BA} + U_{AD} + U_{DB} = 0$$

$$-R \cdot i_2 - R \cdot i_3 + R \cdot i_4 = 0$$

$$i_4 = i_3 + i_2 \quad (\text{IV})$$

Substituindo (I) em (IV)

$$i_4 = 2i_3 + i_2$$

$$2i_3 + i_2 = 4$$

E chega-se a um sistema linear:

$$\begin{cases} 2i_3 + i_2 = 4 \\ i_3 - i_2 = 1 \end{cases}$$

$$\therefore i_2 = \frac{2}{3}A$$

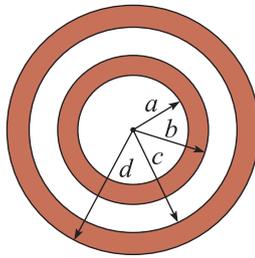
$$\therefore i_3 = \frac{5}{3}A$$

Usando a Lei dos nós:  $i_1 = \frac{7}{3}A$

**Alternativa B**

### Questão 15

A figura mostra duas cascas esféricas condutoras concêntricas no vácuo, descarregadas, em que  $a$  e  $c$  são, respectivamente, seus raios internos, e  $b$  e  $d$  seus respectivos raios externos. A seguir, uma carga pontual negativa é fixada no centro das cascas. Estabelecido o equilíbrio eletrostático, a respeito do potencial nas superfícies externas das cascas e do sinal da carga na superfície de raio  $d$ , podemos afirmar, respectivamente, que



- A)  $V(b) > V(d)$  e a carga é positiva.
- B)  $V(b) < V(d)$  e a carga é positiva.
- C)  $V(b) = V(d)$  e a carga é negativa.
- D)  $V(b) > V(d)$  e a carga é negativa.
- E)  $V(b) < V(d)$  e a carga é negativa.

**Resolução:**

As cargas induzidas em cada uma das superfícies de raios  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  são, respectivamente:

$$Q_a = +Q$$

$$Q_b = -Q$$

$$Q_c = +Q$$

$$Q_d = -Q$$

de forma que o campo elétrico no interior de cada condutor seja nulo.

A superfície gaussiana esférica de raio  $b$  engloba uma carga total  $-Q$ , bem como a superfície gaussiana de raio  $d$ , de forma que os potenciais são dados por:

$$V_b = -\frac{kQ}{b}$$

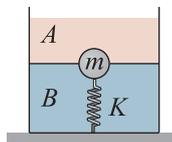
$$V_d = -\frac{kQ}{d}$$

Como  $b < d$ , então  $|V_b| > |V_d|$  e  $V_b < V_d$ .

**Alternativa E**

**▶ Questão 16**

Um recipiente contém dois líquidos homogêneos e imiscíveis,  $A$  e  $B$ , com densidades respectivas  $\rho_A$  e  $\rho_B$ . Uma esfera sólida, maciça e homogênea, de massa  $m = 5 \text{ kg}$ , permanece em equilíbrio sob ação de uma mola de constante elástica  $k = 800 \text{ N/m}$ , com metade de seu volume imerso em cada um dos líquidos, respectivamente, conforme a figura. Sendo  $\rho_A = 4\rho$  e  $\rho_B = 6\rho$ , em que  $\rho$  é a densidade da esfera, pode-se afirmar que a deformação da mola é de



- A) 0 m.
- B) 9/16 m.
- C) 3/8 m.
- D) 1/4 m.
- E) 1/8 m.

### Resolução:

As forças que atuam na esfera são:



$$E_A = \rho_A \cdot \frac{V}{2} \cdot g = 4\rho \cdot \frac{V}{2} \cdot g = 100 \text{ N}$$

$$E_B = \rho_B \cdot \frac{V}{2} \cdot g = 6\rho \cdot \frac{V}{2} \cdot g = 150 \text{ N}$$

$$P = mg = 50 \text{ N}$$

$$F_{EL} = K \cdot x = 800 \cdot x$$

Como a esfera encontra-se em equilíbrio, tem-se:

$$800x + 50 = 100 + 150$$

$$x = \frac{1}{4} \text{ m}$$

### Alternativa D

#### ▶ Questão 17

Diferentemente da dinâmica newtoniana, que não distingue passado e futuro, a direção temporal tem papel marcante no nosso dia-a-dia. Assim, por exemplo, ao aquecer uma parte de um corpo macroscópico e o isolarmos termicamente, a temperatura deste se torna gradualmente uniforme, jamais se observando o contrário, o que indica a direcionalidade do tempo. Diz-se então que os processos macroscópicos são irreversíveis, evoluem do passado para o futuro e exibem o que o famoso cosmólogo Sir Arthur Eddington denominou de seta do tempo. A lei física que melhor traduz o tema do texto é

- A) a segunda lei de Newton.
- B) a lei de conservação da energia.
- C) a segunda lei da termodinâmica.
- D) a lei zero da termodinâmica.
- E) a lei de conservação da quantidade de movimento.

### Resolução:

A 2ª Lei da Termodinâmica tem como corolário o Princípio do Aumento da Entropia, que afirma que, em um sistema termicamente isolado, a entropia permanece constante para processos reversíveis e aumenta em processo irreversíveis. Assim, pode-se associar a “seta do tempo” ao sentido do processo para o qual, um sistema termicamente isolado, a entropia aumenta.

### Alternativa C

#### ▶ Questão 18

Num experimento que usa o efeito fotoelétrico ilumina-se a superfície de um metal com luz proveniente de um gás de hidrogênio cujos átomos sofrem transições do estado  $n$  para o estado fundamental. Sabe-se que a função trabalho  $\phi$  do metal é igual à metade da energia de ionização do átomo de hidrogênio cuja energia do estado  $n$  é dada por  $E_n = E_1/n^2$ .

Considere as seguintes afirmações:

- I. A energia cinética máxima do elétron emitido pelo metal é  $E_c = E_1/n^2 - E_1/2$ .
- II. Função do trabalho do metal é  $\phi = -E_1/2$ .
- III. A energia cinética máxima dos elétrons emitidos aumenta com o aumento da frequência da luz incidente no metal a partir da frequência mínima de emissão.

Assinale a alternativa verdadeira.

- A) Apenas a I e a III são corretas.
- B) Apenas a II e a III são corretas.
- C) Apenas a I e a II são corretas.
- D) Apenas a III é correta.
- E) Todas são corretas.

**Resolução:**

O enunciado informa que a função trabalho e metade da energia de ionização do átomo de hidrogênio, assim:

$$\text{ionização } E_1 \rightarrow E_\infty \Rightarrow E_{ion} = E_\infty - E_1$$

$$E_{ion} = 0 - \frac{E_1}{1^2} = -E_1 \Rightarrow \phi = \frac{E_{ion}}{2}$$

$$\phi = -\frac{E_1}{2} \Rightarrow \text{II} \rightarrow \text{correta.}$$

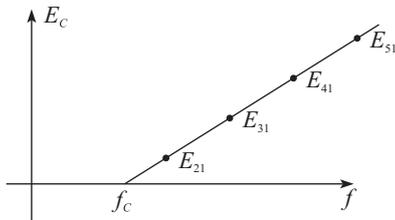
Pela equação de Einstein para o efeito fotoelétrico,  $E_C^{máx} = E_{fóton} - \phi$ ; onde  $E_{fóton} = E_n - E_1$

$$E_{fóton} = \frac{E_1}{n^2} - E_1$$

Assim:  $E_C^{máx} = \frac{E_1}{n^2} - E_1 - \left(-\frac{E_1}{2}\right)$

$$E_C^{máx} = \frac{E_1}{n^2} - \frac{E_1}{2} \Rightarrow \text{I} \rightarrow \text{correta.}$$

A energia cinética a partir dos fótons do átomo de hidrogênio nos levariam a um gráfico:

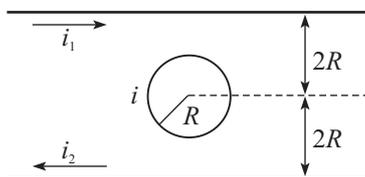


Desta forma, quanto maior o nível de transição, maior a frequência, maior a energia cinética dos fotoelétrons emitidos. III  $\rightarrow$  correta.

**Alternativa E**

**Questão 19**

Uma espira circular de raio  $R$  é percorrida por uma corrente elétrica  $i$  criando um campo magnético. Em seguida, no mesmo plano da espira, mas em lados opostos, a uma distância  $2R$  do seu centro colocam-se dois fios condutores retilíneos, muito longos e paralelos entre si, percorridos por correntes  $i_1$  e  $i_2$  não nulas, de sentidos opostos, como indicado na figura. O valor de  $i$  e o seu sentido para que o módulo do campo de indução resultante no centro da espira não se altere são respectivamente



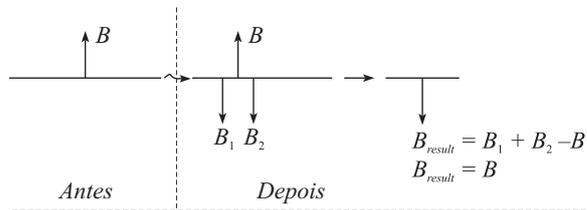
- A)  $i = (1/2\pi)(i_1 + i_2)$  e horário.
- B)  $i = (1/2\pi)(i_1 + i_2)$  e antihorário.
- C)  $i = (1/4\pi)(i_1 + i_2)$  e horário.
- D)  $i = (1/4\pi)(i_1 + i_2)$  e antihorário.
- E)  $i = (1/\pi)(i_1 + i_2)$  e horário.

### Resolução:

Os módulos dos campos magnéticos gerados no centro da espira pelas correntes elétricas  $i$ ,  $i_1$  e  $i_2$  são, respectivamente:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2R}; B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{4\pi R}; B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{4\pi R}$$

Para que o módulo do campo resultante permaneça o mesmo, é necessário que ele seja igual e oposto ao campo originalmente produzido pela corrente na espira. A vista lateral do plano da espira e dos fios é:



Portanto

$$\frac{\mu_0 i}{2R} = \frac{\mu_0 i_1}{4\pi R} + \frac{\mu_0 i_2}{4\pi R} - \frac{\mu_0 i}{2R}$$

$$i = \frac{i_1 + i_2}{4\pi}$$

Para que  $\vec{B}$  gerado pela espira aponte para fora do plano do papel ( $\odot$ ), é necessário que a corrente se estabeleça no sentido **antihorário**.

Alternativa D

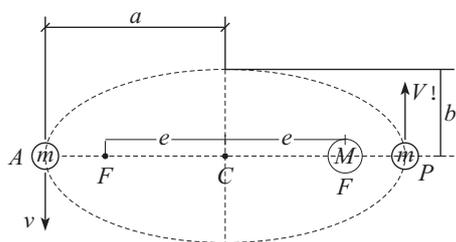
### ▶ Questão 20

Uma lua de massa  $m$  de um planeta distante, de massa  $M \gg m$ , descreve uma órbita elíptica com semieixo maior  $a$  e semieixo menor  $b$ , perfazendo um sistema de energia  $E$ . A lei das áreas de Kepler relaciona a velocidade  $v$  da lua no apogeu com sua velocidade  $v'$  no perigeu, isto é,  $v(a-e) = v'(a+e)$ , em que  $e$  é a medida do centro ao foco da elipse.

Nessas condições, podemos afirmar que

- A)  $E = -GMm / (2a)$ .
- B)  $E = -GMm / (2b)$ .
- C)  $E = -GMm / (2e)$ .
- D)  $E = -GMm / \sqrt{a^2 + b^2}$ .
- E)  $v' = \sqrt{2GM / (a-e)}$ .

### Resolução:



No apogeu (A)  $E = \frac{mV^2}{2} - \frac{GMm}{a+e}$  (1)

No perigeu (P)  $E = \frac{m(V')^2}{2} - \frac{GMm}{a-e}$  (2)

Substituindo  $V' = V \left( \frac{a+e}{a-e} \right)$  em (2), tem-se:

$$E = \frac{mV^2}{2} \left( \frac{a+e}{a-e} \right)^2 - \frac{GMm}{a-e}$$
 (3)

Mas, de (1),  $\frac{mV^2}{2} = E + \frac{GMm}{a+e}$

Portanto, em (3):

$$E = \left( E + \frac{GMm}{a+e} \right) \left( \frac{a+e}{a-e} \right)^2 - \frac{GMm}{a-e}$$

$$E \left[ 1 - \left( \frac{a+e}{a-e} \right)^2 \right] = \frac{GMm}{a-e} \left[ \frac{a+e}{a-e} - 1 \right] = \frac{GMm}{a-e} \left[ \frac{2e}{a-e} \right]$$

$$E \left[ \frac{(a+e)^2 - (a-e)^2}{(a-e)^2} \right] = \frac{GMm \cdot 2e}{(a-e)^2}$$

$$E[-2ae - 2ae] = GMm \cdot 2e$$

$$E = -\frac{GMm}{2a}$$

Alternativa A

### ▶ Questão 21

Considere as seguintes relações fundamentais da dinâmica relativística de uma partícula: a massa relativística  $m = m_0\gamma$ , o momentum relativístico  $p = m_0\gamma v$  e a energia relativística  $E = m_0\gamma c^2$ , em que  $m_0$  é a massa de repouso da partícula e  $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$  é o fator de Lorentz. Demonstre que  $E^2 - p^2 c^2 = (m_0 c^2)^2$  e, com base nessa relação, discuta a afirmação: "Toda partícula com massa de repouso nula viaja com a velocidade da luz  $c$ ".

**Resolução:**

Hipóteses

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$m = m_0 \cdot \gamma$$

$$p = m_0 \cdot \gamma \cdot v$$

$$E = m_0 \cdot \gamma \cdot c^2$$

Seja  $F = E^2 - p^2 \cdot c^2$

$$G = (m_0 c^2)^2$$

Tese:  $F = G$

$$F = E^2 - p^2 c^2 = (m_0 \cdot \gamma \cdot c^2)^2 - (m_0 \cdot \gamma \cdot v)^2 \cdot c^2$$

$$F = \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{m_0^2 v^2 c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_0^2 c^6}{c^2 - v^2} - \frac{m_0^2 v^2 c^4}{c^2 - v^2}$$

$$F = \frac{m_0^2 c^4 (c^2 - v^2)}{c^2 - v^2} = m_0^2 c^4 = (m_0 c^2)^2 = G$$

Se o corpo não possui massa de repouso, então:

$$m_0 = 0 \Rightarrow E^2 - p^2 \cdot c^2 = 0 \Rightarrow E = p \cdot c$$

Usando a ideia de equivalência

$$E_{rep} = m_0 c^2$$

$$E = E_{rep} \Rightarrow$$

$$\therefore pc = m_0 c^2$$

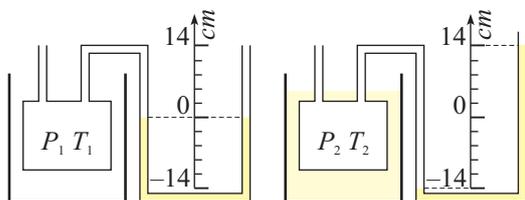
$$\therefore m_0 \cdot v \cdot c = m_0 \cdot c^2$$

$$\therefore v = c$$

A afirmação é correta.

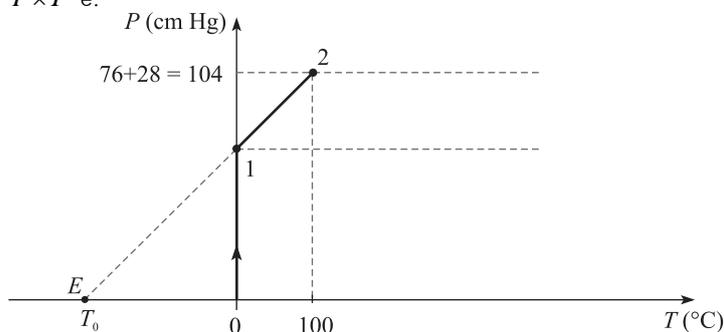
**Questão 22**

Um recipiente é inicialmente aberto para a atmosfera a temperatura de  $0^\circ\text{C}$ . A seguir, o recipiente é fechado e imerso num banho térmico com água em ebulição. Ao atingir o novo equilíbrio, observa-se o desnível do mercúrio indicado na escala das colunas do manômetro. Construa um gráfico  $P \times T$  para os dois estados do ar no interior do recipiente e o extrapole para encontrar a temperatura  $T_0$  quando a pressão  $P = 0$ , interpretando fisicamente este novo estado à luz da teoria cinética dos gases.



**Resolução:**

O dispositivo mostrado é um termômetro de gás a volume constante, em que a relação entre pressão e temperatura é linear. O gráfico  $P \times T$  é:



Extrapolando a reta para  $P = 0$  (ponto  $E$ ), tem-se, por semelhança de triângulos

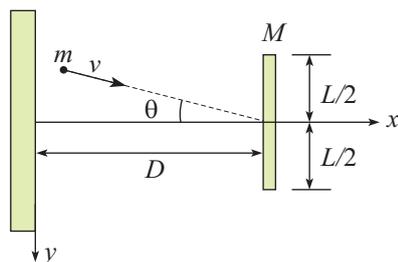
$$\frac{104 - 76}{100 - 0} = \frac{104 - 0}{100 - T_0} \Rightarrow 2800 - 28T_0 = 10400$$

$$\therefore T_0 = -271,4^\circ\text{C}$$

o que é uma boa aproximação para o zero absoluto (zero Kelvin =  $-273,15^\circ\text{C}$ ), estado em que, segundo a teoria cinética dos gases, cessaria o movimento de agitação térmica, cessando também as colisões com as paredes do recipiente ( $p = 0\text{mHg}$ ,  $T = 0\text{K}$ ).

**Questão 23**

Num plano horizontal  $x \times y$ , um projétil de massa  $m$  é lançado com velocidade  $v$ , na direção  $\theta$  com o eixo  $x$ , contra o centro de massa de uma barra rígida, homogênea, de comprimento  $L$ , e massa  $M$ , que se encontra inicialmente em repouso a uma distância  $D$  de uma parede, conforme a figura. Após uma primeira colisão elástica com a barra, o projétil retrocede e colide elasticamente com a parede. Desprezando qualquer atrito, determine o intervalo de valores de  $\theta$  para que ocorra uma segunda colisão com a barra, e também o tempo decorrido entre esta e a anterior na parede.





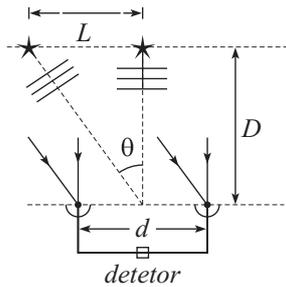
$$\therefore 4 \cdot \operatorname{tg} \theta \frac{(m+M)D}{(M-3m)} \leq L$$

$$\therefore \operatorname{tg} \theta \leq \frac{L}{4D} \left( \frac{M-3m}{m+M} \right)$$

$$\therefore 0 \leq \theta \leq \operatorname{arctg} \left[ \frac{L}{4D} \cdot \left( \frac{M-3m}{m+M} \right) \right]$$

### ► Questão 24

Dois radiotelescópios num mesmo plano com duas estrelas operam como um interferômetro na frequência de 2,1 GHz. As estrelas são interdistantes de  $L = 5,0$  anos-luz e situam-se a uma distância  $D = 2,5 \times 10^7$  anos-luz da Terra. Ver figura. Calcule a separação mínima,  $d$ , entre os dois radiotelescópios necessária para distinguir as estrelas. Sendo  $\theta \ll 1$  em radianos, use a aproximação  $\theta \approx \tan \theta \approx \sin \theta$ .



#### Resolução:

Podemos considerar as duas estrelas como as fontes coerentes da interferência de fenda dupla. Assim, a distância entre os telescópios para a detecção será metade da distância entre dois máximos consecutivos da interferência entre as fontes.

$$\Delta y = \frac{\lambda D}{L} \Rightarrow \text{distância entre 2 máximos consecutivos}$$

$$d = \frac{\Delta y}{2} = \frac{cD}{2fL}$$

$$d = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 2,5 \cdot 10^7}{2 \cdot 2,1 \cdot 10^9 \cdot 5} = 3,57 \cdot 10^5 \text{ m}$$

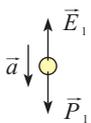
$$d = 357 \text{ km}$$

### ► Questão 25

Em atmosfera de ar calmo e densidade uniforme  $d_a$ , um balão aerostático, inicialmente de densidade  $d$ , desce verticalmente com aceleração constante de módulo  $a$ . A seguir, devido a uma variação de massa e de volume, o balão passa a subir verticalmente com aceleração de mesmo módulo  $a$ . Determine a variação relativa do volume em função da variação relativa da massa e das densidades  $d_a$  e  $d$ .

#### Resolução:

Descida com aceleração constante de módulo  $a$ :



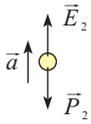
$$P_1 - E_1 = m_B \cdot a$$

$$m_B \cdot g - d_a \cdot g V_{Bi} = m_B \cdot a$$

$$d V_{Bi} \cdot g - d_a g V_{Bi} = d V_{Bi} \cdot a$$

$$a = \left( \frac{d - d_a}{d} \right) \cdot g \quad (I)$$

Subida com aceleração constante de módulo  $a$ :



$$E_2 - P_2 = m_{Bf} \cdot a$$

$$d_a \cdot g V_{Bf} - m_{Bf} \cdot g = m_{Bf} \cdot a$$

$$d_a \cdot g \cdot V_{Bf} - d_2 \cdot V_{Bf} \cdot g = d_2 V_{Bf} \cdot a$$

$$(d_a - d_2) g = d_2 \cdot a \quad (\text{II}).$$

Substituindo (I) em (II):

$$(d_a - d_2) g = d_2 \cdot \left( \frac{d - d_a}{d} \right) \cdot g \Rightarrow d_a \cdot d - d d_2 = d d_2 - d_2 d_a$$

$$d_a \cdot d = d_2 (2d - d_a)$$

$$d_2 = \frac{d \cdot d_a}{2d - d_a} \quad (\text{III})$$

Varição relativa de massa ( $\Delta m_R$ ):

$$\Delta m_R = \frac{m_{Bf} - m_{Bi}}{m_{Bi}}$$

Varição relativa do volume:

$$\begin{aligned} \Delta V_R &= \frac{V_{Bf} - V_{Bi}}{V_{Bi}} = \frac{\frac{m_{Bf}}{d_2} - \frac{m_{Bi}}{d}}{\frac{m_{Bi}}{d}} = \frac{d \cdot m_{Bf} - d_2 m_{Bi}}{d \cdot d_2} = \\ &= \frac{d \cdot m_{Bf} - d_2 \cdot m_{Bi}}{m_{Bi} \cdot d_2} \quad (\text{IV}). \end{aligned}$$

Substituindo (III) em (IV):

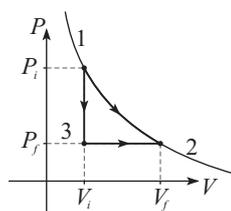
$$\begin{aligned} \frac{V_{Bf} - V_{Bi}}{V_{Bi}} &= \frac{d m_{Bf} - \frac{d d_a}{2d - d_a} \cdot m_{Bi}}{m_{Bi} \cdot \frac{d \cdot d_a}{2d - d_a}} = \frac{d m_{Bf} (2d - d_a) - m_{Bi} (d d_a)}{m_{Bi} \cdot d \cdot d_a} = \\ &= \frac{m_{Bf} (2d - d_a) - m_{Bi} \cdot d_a}{m_{Bi} d_a} = \frac{m_{Bf}}{m_{Bi}} \left( \frac{2d - d_a}{d_a} \right) - 1 = \\ &= (\Delta m_R + 1) \cdot \left( \frac{2d - d_a}{d_a} \right) - 1 \end{aligned}$$

## ▶ Questão 26

Um mol de um gás ideal sofre uma expansão adiabática reversível de um estado inicial cuja pressão é  $P_i$  e o volume é  $V_i$  para um estado final em que a pressão é  $P_f$  e o volume é  $V_f$ . Sabe-se que  $\gamma = C_p / C_v$  é o expoente de Poisson, em que  $C_p$  e  $C_v$  são os respectivos calores molares a pressão e a volume constantes. Obtenha a expressão do trabalho realizado pelo gás em função de  $P_i$ ,  $V_i$ ,  $P_f$ ,  $V_f$  e  $\gamma$ .

**Resolução:**

Observe na figura abaixo que seguindo o caminho adiabático  $1 \rightarrow 2$  ou o caminho  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2$  temos o mesmo  $\Delta U$ .



No caminho adiabático temos:

$$Q = \tau + \Delta U, \text{ em que } Q = 0$$

$$\therefore \tau = -\Delta U$$

No caminho  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2$  temos:

$$1 \rightarrow 3) Q_v = \tau + \Delta U_1$$

$$nC_v(T_3 - T_1) = 0 + \Delta U_1$$

$$E: \frac{P_i V_i}{T_1} = \frac{P_f V_f}{T_3} \quad \therefore T_3 = \left(\frac{P_f}{P_i}\right) \cdot T_1$$

Assim:

$$\Delta U_1 = nC_v \left[ \left(\frac{P_f}{P_i}\right) T_1 - T_1 \right] = nC_v \cdot T_1 \left[ \left(\frac{P_f}{P_i}\right) - 1 \right]$$

$$3 \rightarrow 2) Q_p = \tau + \Delta U_2$$

$$nC_p(T_2 - T_3) = P_f(V_f - V_i) + \Delta U_2$$

E:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1} \quad (\text{adiabática})$$

$$\therefore \Delta U_2 = nC_p \left[ T_1 \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1} - T_1 \left(\frac{P_f}{P_i}\right) \right] - P_f(V_f - V_i)$$

Por fim:

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2$$

$$\Delta U = nC_v T_1 \left(\frac{P_f}{P_i}\right) - nC_v T_1 + nC_p T_1 \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1}$$

$$- nC_p T_1 \left(\frac{P_f}{P_i}\right) - P_f(V_f - V_i)$$

$$\therefore \Delta U = -n(C_p - C_v) T_1 \left(\frac{P_f}{P_i}\right)$$

$$nC_v T_1 \left[ \gamma \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1} - 1 \right] - P_f(V_f - V_i)$$

Usando a relação de Mayer:

$$\Delta U = -nRT_1 \left(\frac{P_f}{P_i}\right) + \frac{nR \cdot T_1}{\gamma-1} \left[ \gamma \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1} - 1 \right] - P_f(V_f - V_i)$$

$$\Delta U = -\frac{P_i V_i}{\gamma-1} \left[ \gamma \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1} - 1 \right] - \left[ P_i V_i \left(\frac{P_i}{P_i}\right) P_f(V_f - V_i) \right]$$

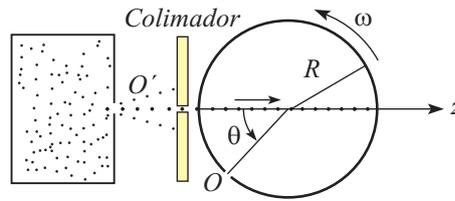
$$\therefore \Delta U = -\frac{P_i V_i}{\gamma-1} \left[ \gamma \left(\frac{V_f}{V_i}\right)^{\gamma-1} - 1 \right] - P_i V_i \left(\frac{V_f}{V_i}\right)^{\gamma-1}$$

$$\therefore \Delta U = -\frac{P_i V_i}{\gamma-1} \left( V_f^{1-\gamma} - V_i^{1-\gamma} \right) = \frac{1}{1-\gamma} (P_f V_f - P_i V_i)$$

## ▶ Questão 27

Um dispositivo é usado para determinar a distribuição de velocidades de um gás. Em  $t = 0$ , com os orifícios  $O'$  e  $O$  alinhados no eixo  $z$ , moléculas ejetadas de  $O'$ , após passar por um colimador, penetram no orifício  $O$  do tambor de raio interno  $R$ , que gira com velocidade angular constante  $\omega$ . Considere, por simplificação, que neste instante inicial ( $t = 0$ ) as moléculas em movimento encontra-se agrupadas em torno do centro do orifício  $O$ . Enquanto o tambor gira, conforme mostra a figura, tais moléculas movem-se horizontalmente no interior deste ao longo da direção do eixo  $z$ , cada qual com sua própria velocidade, sendo paulatinamente depositadas na superfície interna do tambor no final de seus percursos. Nestas condições, obtenha em

função do ângulo  $\theta$  a expressão para  $v - v_{\min}$ , em que  $v$  é a velocidade da molécula depositada correspondente ao giro  $\theta$  do tambor e  $v_{\min}$  é a menor velocidade possível para que as moléculas sejam depositadas durante a primeira volta deste.



**Resolução:**

Período de rotação do tambor:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Para que as moléculas sejam depositadas durante a primeira volta do tambor deverão ter uma velocidade mínima  $v_{\min}$  de:

$$\Delta S = v_{\min} \cdot \Delta t_{\text{máximo}}$$

$$2R = v_{\min} \cdot \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow v_{\min} = \frac{\omega R}{\pi}$$

$$\text{M.C.U. do tambor: } \theta + n2\pi = \omega \Delta t \quad (I)$$

A molécula depositada no tambor deverá ter percorrido  $2R$  no mesmo intervalo de tempo:

$$\Delta S = v \cdot \Delta t \Rightarrow 2R = v \cdot \frac{\theta + n2\pi}{\omega} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{2\omega R}{\theta + n2\pi}$$

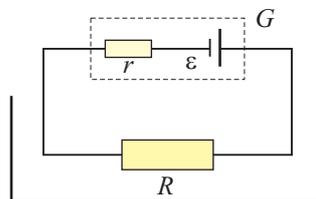
$$v - v_{\min} = \frac{2\omega R}{\theta + n2\pi} - \frac{\omega R}{\pi}$$

$$v - v_{\min} = 2\omega R \left( \frac{1}{\theta + n2\pi} - \frac{1}{2\pi} \right)$$

**Questão 28**

O experimento mostrado na figura foi montado para elevar a temperatura de certo líquido no menor tempo possível, dispendendo uma quantidade de calor  $Q$ . Na figura,  $G$  é um gerador de força eletromotriz  $\varepsilon$ , com resistência elétrica interna  $r$ , e  $R$  é a resistência externa submersa no líquido. Desconsiderando trocas de calor entre o líquido e o meio externo

- Determine o valor de  $R$  e da corrente  $i$  em função de  $\varepsilon$  e da potência elétrica  $P$  fornecida pelo gerador nas condições impostas.
- Represente graficamente a equação característica do gerador, ou seja, a diferença de potencial  $U$  em função da intensidade da corrente elétrica  $i$ .
- Determine o intervalo de tempo transcorrido durante o aquecimento em função de  $Q$ ,  $i$  e  $\varepsilon$ .



**Resolução:**

Elevar a temperatura de um líquido no menor tempo possível = resistor  $R$  na máxima potência.

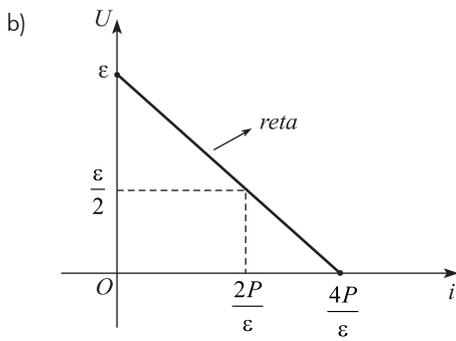
Máxima transferência de potência:  $r = R$

$$i = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{\varepsilon}{2R} = \frac{\varepsilon}{2r} \qquad U = \varepsilon - ri$$

$$U = \varepsilon - r \cdot \frac{\varepsilon}{2r} = \frac{\varepsilon}{2}$$

$$a) \quad P_{ot} = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P} = \frac{\varepsilon^2}{4P}$$

$$U = Ri \Rightarrow \frac{\varepsilon}{2} = \frac{\varepsilon^2}{4P} \cdot i \Rightarrow i = \frac{2P}{\varepsilon}$$

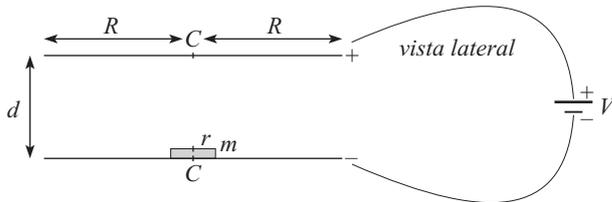


c)  $P_{ot} = \frac{\Delta \text{Energia}}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\varepsilon \cdot i}{2} = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{2Q}{\varepsilon i}$

### ▶ Questão 29

Duas placas condutoras de raio  $R$  e separadas por uma distância  $d \ll R$  são polarizadas com uma diferença de potencial  $V$  por meio de uma bateria. Suponha sejam uniformes a densidade superficial de carga nas placas e o campo elétrico gerado no vácuo entre elas. Um pequeno disco fino, condutor, de massa  $m$  e raio  $r$ , é colocado no centro da placa inferior. Com o sistema sob a ação da gravidade  $g$ , determine, em função dos parâmetros dados, a diferença de potencial mínima fornecida pela bateria para que o disco se desloque ao longo do campo elétrico na direção da placa superior.

#### Resolução:



Área de cada disco ( $A$ ):  $A = \pi R^2$

Campo elétrico entre as placas circulares:  $E = \frac{V}{d}$

Como o pequeno disco fino está tocando a placa inferior e é condutor, terá a mesma densidade superficial de cargas das placas circulares de raio  $R$ :

$$\sigma = \frac{Q_1}{\text{Área}_1} = \frac{Q_2}{\text{Área}_2} \Rightarrow Q_2 = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \cdot Q_1 \Rightarrow Q_2 = \left(\frac{r}{R}\right)^2 Q_1, \quad (I)$$

onde  $Q_2$  é a carga do pequeno disco fino e  $Q_1$  é o módulo da carga de cada placa circular.

Carga  $Q_1$  das placas:  $Q_1 = CV \Rightarrow$

$$\Rightarrow Q_1 = \frac{\varepsilon_0 A_1}{d} \cdot V = \frac{\varepsilon_0 \pi R^2}{d} \cdot V. \quad (II)$$

Estamos assumindo como  $\varepsilon_0$  a permissividade elétrica do vácuo (entre as placas). Acreditamos que o parâmetro  $\varepsilon_0$  foi dado no texto.

Substituindo (II) em (I):

$$Q_2 = \left(\frac{r}{R}\right)^2 \cdot Q_1 = \frac{r^2}{R^2} \cdot \frac{\varepsilon_0 \pi R^2}{d} \cdot V$$

$$Q_2 = \frac{\varepsilon_0 \cdot \pi \cdot V \cdot r^2}{d}$$

Para que o pequeno disco fino comece a subir em direção à placa superior:

$$F_e = P$$

$$Q_2 \cdot E = mg$$

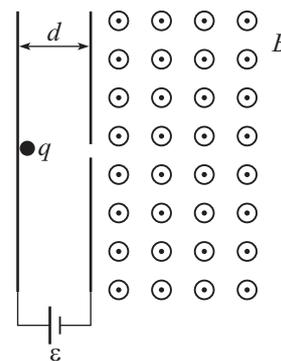
$$\frac{\varepsilon_0 \cdot \pi \cdot V \cdot r^2}{d} \cdot \frac{V}{d} = mg$$

$$V^2 = \frac{mg \cdot d^2}{\varepsilon_0 \pi r^2}$$

$$V = \frac{d}{r} \sqrt{\frac{mg}{\pi \varepsilon_0}}$$

**Questão 30**

Um próton em repouso é abandonado do eletrodo positivo de um capacitor de placas paralelas submetidas a uma diferença de potencial  $\epsilon = 1000 \text{ V}$  e espaçadas entre si de  $d = 1 \text{ mm}$ , conforme a figura. A seguir, ele passa através de um pequeno orifício no segundo eletrodo para uma região de campo magnético uniforme de módulo  $B = 1,0 \text{ T}$ . Faça um gráfico da energia cinética do próton em função do comprimento de sua trajetória até o instante em que a sua velocidade torna-se paralela às placas do capacitor. Apresente detalhadamente seus cálculos.



**Resolução:**

Aceleração do próton no C.E.U.:

$$F_R = ma$$

$$qE = ma$$

$$q \frac{\epsilon}{d} = ma \Rightarrow \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3}{10^{-3}} = 1,7 \cdot 10^{-27} a$$

$$a = 0,941 \cdot 10^{14} \text{ m/s}^2$$

Tempo no C.E.U.:

$$\Delta S = V_0 t + \frac{a}{2} t^2 \Rightarrow 10^{-3} = \frac{0,941 \cdot 10^{14}}{2} \cdot t^2$$

$$t^2 = 2,125 \cdot 10^{-17}$$

$$t = 4,6 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

Velocidade do próton ao entrar no campo magnético uniforme (C.M.U.):

$$V = V_0 + at$$

$$V = \frac{1,6}{1,7} \cdot 10^{14} \cdot 4,6 \cdot 10^{-9} = 4,33 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

Ao entrar no C.M.U. o próton executará M.C.U. O tempo necessário para que sua velocidade torne-se paralela às placas do capacitor corresponde à  $\frac{1}{4}$  do período do M.C.U.

$$\Delta t = \frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi m}{|q|B} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi \cdot 1,7 \cdot 10^{-27}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t = 1,67 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

$$= 16,7 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

Vamos calcular o deslocamento no M.C.U, neste intervalo de tempo:

$$\Delta S = V \Delta t = 4,33 \cdot 10^5 \cdot 16,7 \cdot 10^{-9} =$$

$$= 7,23 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 7,23 \text{ mm} .$$

No M.C.U. não haverá variação da energia cinética do próton.

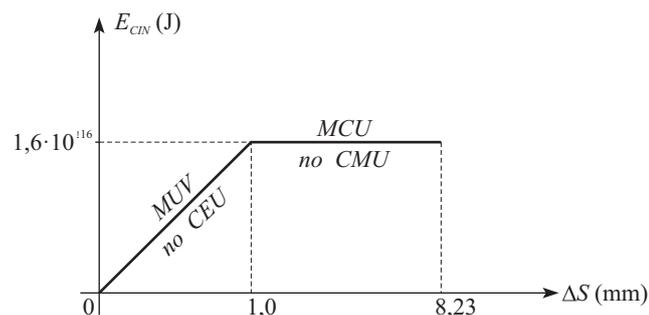
No C.E.U, o próton executará um MUV.

$$V^2 = V_0^2 + 2a\Delta S \Rightarrow V^2 = 2a\Delta S$$

A energia cinética do próton no C.E.U. pode ser escrita como:

$$E_{cin} = \frac{mV^2}{2} = \frac{m}{2} \cdot 2a\Delta S$$

$$E_{cin} = ma\Delta S$$



**Física**

André Villar  
Cícero Tavares  
Marcos Fernandes  
Pedro Lavinias  
Rodrigo Bernadelli  
Vinicius Miranda

**Colaboradores**

Aline Alkmin  
Carolina Chaveiro  
Luis Gustavo  
Rubem Jade

**Digitação e Diagramação**

Márcia Santana  
Valdivina Pinheiro

**Desenhistas**

Leandro Bessa  
Luciano Lisboa  
Rodrigo Ramos  
Vinicius Ribeiro

**Projeto Gráfico**

Vinicius Ribeiro

**Assistente Editorial**

Valdivina Pinheiro

**Supervisão Editorial**

José Diogo  
Rodrigo Bernadelli  
Marcelo Moraes

**Copyright©Olimpo2012**

*A Resolução Comentada das provas do IME poderá ser obtida diretamente no*

*OLIMPO Pré-Vestibular, ou pelo telefone (62) 3088-7777*

*As escolhas que você fez nessa prova, assim como outras escolhas na vida, dependem de conhecimentos, competências, conhecimentos e habilidades específicos. Esteja preparado.*

[www.grupoolimpo.com.br](http://www.grupoolimpo.com.br)

