2011 ITA

"A matemática é o alfabeto com que Deus escreveu o mundo"
Galileu Galilei

Quando precisar use os seguintes valores para as constantes: $1 \text{ ton de TNT} = 4,0 \times 10^9 \text{ J}$.
Aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$. $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$. Massa específica do ferro $\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$.
Raio da Terra $R = 6400 \text{ km}$. Permeabilidade magnética do vácuo $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$.

Questão 01

Ondas acústicas são ondas de compressão, ou seja, propagam-se em meios compressíveis. Quando uma barra metálica é golpeada em sua extremidade, uma onda longitudinal propaga-se por ela com velocidade $v = \sqrt{Ea/\rho}$. A grandeza E é conhecida como módulo de Young, enquanto ρ é a massa específica e a uma constante adimensional. Qual das alternativas é condizente à dimensão de E?

A) J/m^2
B) N/m^2
C) $\text{J/s} \cdot \text{m}$
D) $\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$
E) dyn/cm^3

Resolução:

$$v = \sqrt{\frac{E \cdot a}{\rho}} \Rightarrow E = \frac{v^2 \cdot \rho}{a}$$

$[E] = [v]^2 [\rho]$, pois a é adimensional.

$$[E] = \frac{L^2}{T^2} \cdot \frac{M}{L^3} = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$$

Das alternativas:

$$\left[\frac{N}{m^2}\right] = \frac{M \cdot L \cdot T^{-2}}{L^2} = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$$

Alternativa B

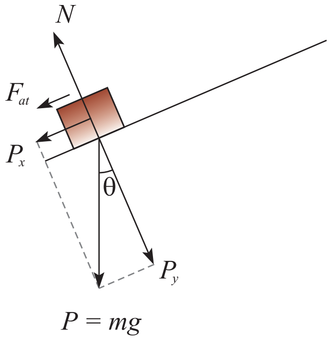
Questão 02

Considere uma rampa plana, inclinada de um ângulo θ em relação à horizontal, no início da qual encontra-se um carrinho. Ele então recebe uma pancada que o faz subir até uma certa distância, durante o tempo t_s, descendo em seguida até sua posição inicial. A "viagem" completa dura um tempo total t. Sendo μ o coeficiente de atrito cinético entre o carrinho e a rampa, a relação t/t_s é igual a

A) 2
B) $1 + \sqrt{(\tan\theta + \mu)/|\tan\theta - \mu|}$
C) $1 + \sqrt{(\cos\theta + \mu)/|\cos\theta - \mu|}$
D) $1 + \sqrt{(\text{sen}\,\theta + \mu)/|\cos\theta - \mu|}$
E) $1 - \sqrt{(\tan\theta + \mu)/|\tan\theta - \mu|}$

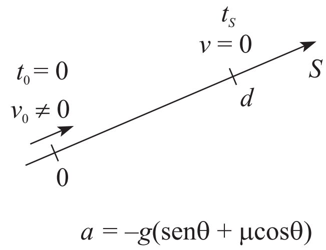
Resolução:

Cálculo do módulo da aceleração do caminho na subida



$$N = P_y - P\cos\theta = mg\cos\theta$$
$$F_R = P_x + F_{at} = mg\,\text{sen}\,\theta + \mu\, mg\cos\theta = m\cdot|a|$$
$$|a| = g\left(\text{sen}\,\theta + \mu\cos\theta\right)$$

Para a descida teríamos uma aceleração $\vec{a}'$, tal que $|a'| = g\left(\text{sen}\,\theta - \mu\cos\theta\right)$, pois a força F_{at} teria sentido contrário ao indicado na figura.
Equacionando a subida da rampa.



$$a = -g\left(\text{sen}\,\theta + \mu\cos\theta\right)$$
$$v = v_0 + at$$
$$0 = v_0 + at_s \qquad (1)$$
$$t_s = -\frac{v_0}{a}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\,\Delta s$$
$$0 = v_0^2 + 2\cdot a\cdot d \qquad (2)$$
$$v_0 = \sqrt{-2ad}$$

De (1) e (2)
$$t_s = -\frac{\sqrt{-2ad}}{a} = \sqrt{\frac{2d}{-a}} = \sqrt{\frac{2d}{g\left(\text{sen}\,\theta + \mu\cos\theta\right)}}$$

De modo análogo para a descida.

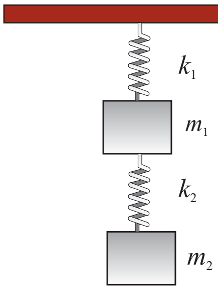
$$t_d = \sqrt{\frac{2d}{g\left(\text{sen}\,\theta - \mu\cos\theta\right)}}$$

Se t é o tempo total:
$$t = t_s + t_d$$
$$\frac{t}{t_s} = 1 + \frac{t_d}{t_s} = 1 + \frac{\sqrt{\dfrac{2d}{g\left(\text{sen}\,\theta - \mu\cos\theta\right)}}}{\sqrt{\dfrac{2d}{g\left(\text{sen}\,\theta + \mu\cos\theta\right)}}}$$
$$\frac{t}{t_s} = 1 + \sqrt{\frac{\text{sen}\,\theta + \mu\cos\theta}{\text{sen}\,\theta - \mu\cos\theta}} = 1 + \sqrt{\frac{\text{tg}\,\theta + \mu}{\left(\text{tg}\,\theta - \mu\right)}}$$

Alternativa B

Questão 03

Um elevador sobe verticalmente com aceleração constante e igual a a. No seu teto está preso um conjunto de dois sistemas massa-mola acoplados em série, conforme a figura. O primeiro tem massa m_1 e constante de mola k_1, e o segundo, massa m_2 e constante de mola k_2. Ambas as molas têm o mesmo comprimento natural (sem deformação) ℓ. Na condição de equilíbrio estático relativo ao elevador, a deformação de mola de constante k_1 é y, e a da outra, x. Pode-se então afirmar que $(y - x)$ é



A) $\left[(k_2 - k_1)m_2 + k_2 m_1\right](g - a)/k_1 k_2$
B) $\left[(k_2 + k_1)m_2 + k_2 m_1\right](g - a)/k_1 k_2$
C) $\left[(k_2 - k_1)m_2 + k_2 m_1\right](g + a)/k_1 k_2$
D) $\left[(k_2 + k_1)m_2 + k_2 m_1\right](g + a)/k_1 k_2 - 2\ell$
E) $\left[(k_2 - k_1)m_2 + k_2 m_1\right](g + a)/k_1 k_2 + 2\ell$

Resolução:

Tomando o elevador como referencial e considerando a aceleração para cima:

$g_{ap} = g + a$

Para o bloco de massa m_2:

$F_2 = P_{ap_2}$

$k_2 \cdot x = m_2 \cdot g_{ap} = m_2(g + a)$

$\therefore x = \dfrac{m_2(g + a)}{k_2}$

Para o bloco de massa m_1:

$F_1 = F_2 + P_{ap_1} = P_{ap_2} + P_{ap_1}$

$k_1 \cdot y = m_2(g + a) + m_1(g + a) = (m_1 + m_2)(g + a)$

$\therefore y = \dfrac{(m_1 + m_2)(g + a)}{k_1}$

Do exposto:

$$y - x = \frac{(m_1 + m_2)(g + a)}{k_1} - \frac{m_2(g + a)}{k_2}$$

$$y - x = \frac{\left[k_2(m_1 + m_2) - k_1 \cdot m_2\right]}{k_1 k_2} \cdot (g + a)$$

$$y - x = \frac{\left[k_2 m_1 + k_2 m_2 - k_1 \cdot m_2\right](g + a)}{k_1 k_2}$$

$$y - x = \frac{\left[(k_2 - k_1)m_2 + k_2 m_1\right](g + a)}{k_1 k_2}$$

Alternativa C

Questão 04

Apoiado sobre patins numa superfície horizontal sem atrito, um atirador dispara um projétil de massa m com velocidade v contra um alvo a uma distância d. Antes do disparo, a massa total do atirador e seus equipamentos é M. Sendo v_s a velocidade do som no ar e desprezando a perda de energia em todo o processo, quanto tempo após o disparo o atirador ouviria o ruído do impacto do projétil no alvo?

A) $\dfrac{d(v_s+v)(M-m)}{v(Mv_s-m(v_s+v))}$

B) $\dfrac{d(v_s+v)(M+m)}{v(Mv_s+m(v_s+v))}$

C) $\dfrac{d(v_s-v)(M+m)}{v(Mv_s+m(v_s+v))}$

D) $\dfrac{d(v_s+v)(M-m)}{v(Mv_s-m(v_s-v))}$

E) $\dfrac{d(v_s-v)(M-m)}{v(Mv_s+m(v_s+v))}$

Resolução:

Seja $\vec{v_r}$ a velocidade de recuo do atirador após o disparo:

$$(M-m)\cdot v_r = m\cdot v$$

$$v_r = \left(\frac{m}{M-m}\right)v$$

Cálculo do intervalo de tempo Δt_1 que o projétil gasta para chegar ao alvo partindo da arma:

$$v = \frac{d}{\Delta t_1}$$

$$\Delta t_1 = \frac{d}{v}$$

Nesse intervalo de tempo o atirador recuou x.

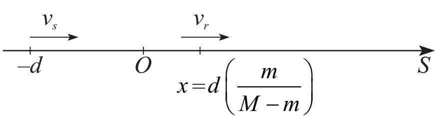
$$v_r = \frac{x}{\Delta t_1}$$

$$\left(\frac{m}{M-m}\right)v = \frac{x}{\Delta t_1}$$

$$\left(\frac{m}{M-m}\right)v = \frac{x}{\frac{d}{v}}$$

$$x = d\left(\frac{m}{M-m}\right)$$

Cálculo do intervalo de tempo Δt_2 que o som do impacto da bala com o alvo gasta para alcançar o atirador:



Para o som $S_1 = -d + v_s \cdot t$

Para o atirador $S_2 = x + v_r \cdot t = d\left(\frac{m}{M-m}\right) + \left(\frac{m}{M-m}\right)v\cdot t$

$$S_1 = S_2$$

$$-d + v_s\cdot \Delta t_2 = d\left(\frac{m}{M-m}\right) + \left(\frac{m}{M-m}\right)v\cdot \Delta t_2$$

$$\left(v_s - \frac{mv}{M-m}\right)\Delta t_2 = d\left(\frac{m}{M-m}+1\right)$$

$$(Mv_s - mv_s - mv)\Delta t_2 = d \cdot m$$
$$\Delta t_2 = \frac{d \cdot m}{Mv_s - mv_s - mv}$$

Seja Δt o intervalo de tempo perdido

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$$
$$\Delta t = \frac{d}{v} + \frac{d \cdot m}{Mv_s - mv_s - mv}$$
$$\Delta t = \frac{d(Mv_s - mv_s - mv + Mv)}{v(Mv_s - mv_s - mv)}$$
$$\Delta t = \frac{d\left[v_s(M-m) + v(M-m)\right]}{v\left[Mv_s - m(v_s+v)\right]}$$
$$\Delta t = \frac{d(v_s+v)(M-m)}{v\left[Mv_s - m(v_s+v)\right]}$$

Alternativa A

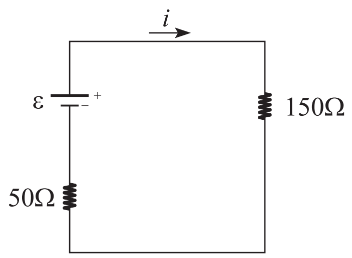
Questão 05

Um gerador elétrico alimenta um circuito cuja resistência equivalente varia de 50 a 150Ω, dependendo das condições de uso desse circuito. Lembrando que, com resistência mínima, a potência útil do gerador é máxima, então, o rendimento do gerador na situação de resistência máxima, é igual a

A) $0{,}25$
B) $0{,}50$
C) $0{,}67$
D) $0{,}75$
E) $0{,}90$

Resolução:

Do enunciado, concluímos que a resistência interna do gerador é de 50Ω.
Fazendo agora a condição de resistência máxima:



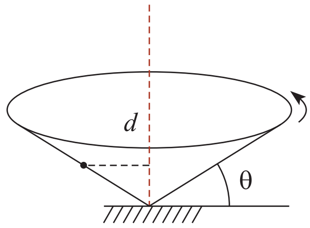
$$i = \frac{\varepsilon}{200\Omega}$$
$$P_{util} = \varepsilon \cdot i - 50 \cdot i^2$$
$$P_{total} = \varepsilon \cdot i$$

$$\eta = \frac{P_{util}}{P_{total}} = \frac{\varepsilon \cdot i - 50 \cdot i^2}{\varepsilon \cdot i} = \frac{\varepsilon - 50 \cdot i}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon - 50 \cdot \frac{\varepsilon}{200}}{\varepsilon}$$
$$\eta = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

Alternativa D

Questão 06

Um funil que gira com velocidade angular uniforme em torno do seu eixo vertical de simetria apresenta uma superfície cônica que forma um ângulo θ com a horizontal, conforme a figura. Sobre esta superfície, uma pequena esfera gira com a mesma velocidade angular mantendo-se a uma distância d do eixo de rotação. Nestas condições, o período de rotação do funil é dado por



A) $2\pi\sqrt{d / g \operatorname{sen}\theta}$

B) $2\pi\sqrt{d / g \cos\theta}$

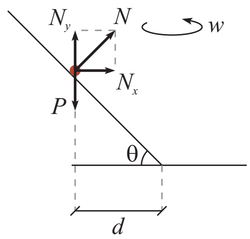
C) $2\pi\sqrt{d / g \tan\theta}$

D) $2\pi\sqrt{2d / g \operatorname{sen} 2\theta}$

E) $2\pi\sqrt{d \cos\theta / g \tan\theta}$

Resolução:

Seja ω a velocidade angular do conjunto:



$$N_x = F_R = m \cdot a_{cp} = m \cdot \omega^2 \cdot d$$

$$N_y = P = m \cdot g$$

$$\text{tg}\theta = \frac{N_x}{N_y} = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot d}{m \cdot g}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g . \text{tg}\theta}{d}}$$

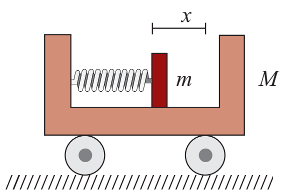
Lembrando que $\omega = \frac{2\pi}{T}$:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{d}{g \cdot \text{tg}\theta}}$$

Alternativa C

Questão 07

No interior de um carrinho de massa M mantido em repouso, uma mola de constante elástica k encontra-se comprimida de uma distância x, tendo uma extremidade presa e a outra conectada a um bloco de massa m, conforme a figura. Sendo o sistema então abandonado e considerando que não há atrito, pode-se afirmar que o valor inicial da aceleração do bloco relativa ao carrinho é



A) kx / m

B) kx / M

C) $kx / (m + M)$

D) $kx(M - m) / mM$

E) $kx(M + m) / mM$

Resolução:

$F = kx$ é o módulo da força resultante no bloco e também no carrinho. Seja a_1 e a_2 os módulos das acelerações no bloco e no carrinho:

$$F = kx = m \cdot a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{kx}{m}$$

$$F = kx = M \cdot a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{kx}{M}$$

Como $\vec{a}_1$ e $\vec{a}_2$ tem sentidos opostos e mesma direção

$$\left|\vec{a}_{relativa}\right| = a_1 + a_2 = \frac{kx}{m} + \frac{kx}{M} = \frac{kx(M+m)}{m \cdot M}$$

Alternativa E

Questão 08

Um corpo movimenta-se numa superfície horizontal sem atrito, a partir do repouso, devido à ação contínua de um dispositivo que lhe fornece uma potência mecânica constante. Sendo v sua velocidade após certo tempo t, pode-se afirmar que

A) a aceleração do corpo é constante.
B) a distância percorrida é proporcional a v^2.
C) o quadrado da velocidade é proporcional a t.
D) a força que atua sobre o corpo é proporcional a $\sqrt{t}$.
E) a taxa de variação temporal da energia cinética não é constante.

Resolução:

$$P_{\text{instantânea}} = P_{\text{média}} = P(\text{constante})$$

$$P = \frac{E_{C_{\text{final}}} - E_{C_{\text{inicial}}}}{\Delta t} = \frac{\frac{mv^2}{2}}{t}$$

$$\therefore v^2 = \frac{2P}{m}t$$

Alternativa C

Questão 09

Acredita-se que a colisão de um grande asteróide com a Terra tenha causado a extinção dos dinossauros. Para se ter uma ideia de um impacto dessa ordem, considere um asteróide esférico de ferro, com $2\,\text{km}$ de diâmetro, que se encontra em repouso quase no infinito, estando sujeito somente à ação da gravidade terrestre. Desprezando as forças de atrito atmosférico, assinale a opção que expressa a energia liberada no impacto, medida em número aproximado de bombas de hidrogênio de 10 megatons de TNT.

A) 1
B) 10
C) 500
D) 50.000
E) $1.000.000$

Resolução:

Cálculo da massa m do asteróide.

$$d = \frac{m}{v}$$

$$m = d \cdot v = d \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$m = 8000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{4}{3} \cdot 3{,}14(1000\,\text{m})^3$$

$$m = 33{,}5 \cdot 10^{12}\,\text{kg}$$

Tomando a massa da Terra muito maior que a do asteróide.

$EM_1 = EM_2$

$0 + 0 = E_c + \left(-\frac{GMm}{R}\right)$, em que E_c é a energia cinética do asteróide ao chegar a Terra.

$E_c = \frac{GMm}{R}$ (1)

Cálculo de $\frac{GM}{R}$

$g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow \frac{GM}{R} = g \cdot R$

$\frac{GM}{R} = 10\frac{\text{m}}{s^2} \cdot 6400 \cdot 10^3\ \text{m} = 64 \cdot 10^6\ \frac{\text{m}^2}{s^2}$

Voltando em (1):

$E_c = \frac{GM}{R} \cdot m = 64 \cdot 10^6 \cdot 33{,}5 \cdot 10^{12}\ \text{J}$

$\text{E}_c = 2{,}14 \cdot 10^{21}\ \text{J}$

Toda essa energia seria liberada no impacto, pois $M \gg m$.

$2{,}14 \cdot 10^{21}\ \text{J} = 2{,}14 \cdot 10^{21} \frac{1 \text{ ton de TNT}}{4{,}0 \cdot 10^9}$

$= 5{,}35 \cdot 10^{11}$ ton de TNT

$\cong 50000$ de megaton de TNT

Alternativa D

Questão 10

Boa parte das estrelas do Universo formam sistemas binários nos quais duas estrelas giram em torno do centro de massa comum, CM. Considere duas estrelas esféricas de um sistema binário em que cada qual descreve uma órbita circular em torno desse centro. Sobre tal sistema são feitas duas afirmações:

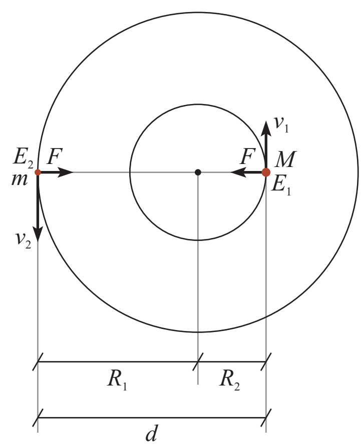
I. O período de revolução é o mesmo para as duas estrelas e depende apenas da distância entre elas, da massa total deste binário e da constante gravitacional.

II. Considere que $\vec{R}_1$ e $\vec{R}_2$ são os vetores que ligam o CM ao respectivo centro de cada estrela. Num certo intervalo de tempo Δt, o raio vetor $\vec{R}_1$ varre uma certa área A. Durante este mesmo intervalo de tempo, o raio vetor $\vec{R}_2$ também varre uma área igual a A.

Diante destas duas proposições, assinale a alternativa correta.

A) As afirmações I e II são falsas.
B) Apenas a afirmação I é verdadeira.
C) Apenas a afirmação II é verdadeira.
D) As afirmações I e II são verdadeiras, mas a II não justifica a I.
E) As afirmações I e II são verdadeiras e, além disso, a II justifica a I.

Resolução:



$$R_1 = \left(\frac{m}{M+m}\right)\cdot d$$
$$R_2 = \left(\frac{M}{M+m}\right)\cdot d$$

Sejam T_1 e T_2 os períodos das estrelas E_1 e E_2 respectivamente.
Para a estrela E_1:

$$F = M \cdot a_{cp}$$
$$\frac{GMm}{d^2} = \frac{M\cdot v_1^2}{R_1} = \frac{M}{R_1}\left(\frac{2\pi R_1}{T_1}\right)^2 = \frac{M\cdot 4\pi^2}{T_1^2}R_1$$
$$\frac{GMm}{d^2} = \frac{M\cdot 4\pi^2}{T_1^2}\cdot\frac{m}{(M+m)}\cdot d$$
$$\therefore (T_1)^2 = \frac{4\pi^2\cdot d^3}{G\cdot(M+m)}$$

De modo análogo para a estrela E_2:

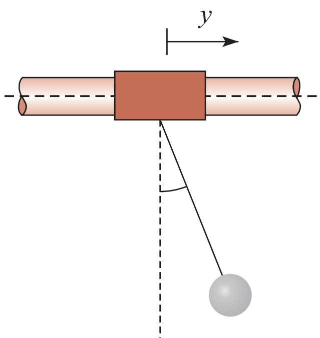
$$(T_2)^2 = \frac{4\pi^2\cdot d^3}{G\cdot(M+m)}$$

Portanto a afirmativa I está correta.
Como as estrelas giram com o mesmo período, as áreas varridas pelos vetores $\vec{R_1}$ e $\vec{R_2}$ seriam iguais em um intervalo de tempo Δt se, e somente de $\left|\vec{R_1}\right| = \left|\vec{R_2}\right|$, fato que não é garantido na questão.
Afirmativa II está incorreta.

Alternativa B

Questão 11

Um cilindro vazado pode deslizar sem atrito num eixo horizontal no qual se apóia. Preso ao cilindro, há um cabo de 40 cm de comprimento tendo uma esfera na ponta, conforme figura. Uma força externa faz com que o cilindro adquira um movimento na horizontal do tipo $y = y_0\,\mathrm{sen}(2\pi f t)$. Qual deve ser o valor de *f* em hertz para que seja máxima a amplitude das oscilações da esfera?



A) 0,40
B) 0,80
C) 1,3
D) 2,5
E) 5,0

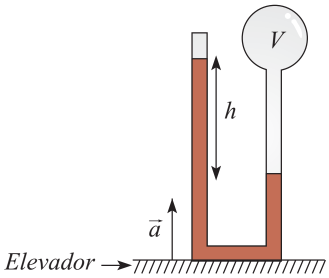
Resolução:
Para que tenhamos a máxima amplitude nas oscilações da esfera, basta o cilindro oscilar com a mesma frequência do pêndulo:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{10}{0.4}} = \frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{25} = \frac{5}{2\pi}$$
$$f = \frac{5}{2\cdot 3{,}14}$$
$$f = 0{,}80\,\mathrm{Hz}$$

Alternativa B

Questão 12

No interior de um elevador encontra-se um tubo de vidro fino, em forma de U, contando um líquido sob vácuo na extremidade vedada, sendo a outra conectada a um recipiente de volume V com ar mantido à temperatura constante. Com o elevador em repouso, verifica-se uma altura h de $10\ \text{cm}$ entre os níveis do líquido em ambos os braços do tubo. Com o elevador subindo com a aceleração constante $\vec{a}$ (ver figura), os níveis do líquido sofrem um deslocamento de altura de $1{,}0\ \text{cm}$. Pode-se dizer então que a aceleração do elevador é igual a



A) $-1{,}1\ \text{m/s}^2$
B) $-0{,}91\ \text{m/s}^2$.
C) $0{,}91\ \text{m/s}^2$.
D) $1{,}1\ \text{m/s}^2$.
E) $2{,}5\ \text{m/s}^2$.

Resolução:

Como o tubo é fino e a temperatura do ar é mantida constante não teremos variação de pressão no ar confinado.
Com o elevador em repouso:

$$P = d \cdot g \cdot h$$

Com o elevador acelerado:

$$P = d \cdot (g + a) \cdot h`$$

Lembrando que $h = 10\text{cm}$ e $h` = 10\text{cm} - 1\text{cm} - 1\text{cm} = 8\text{cm}$

$d \cdot g \cdot 10 = d(g + a) \cdot 8$

$1{,}25g = g + a$

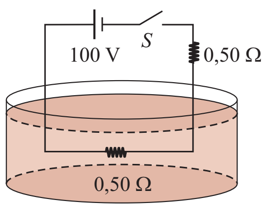
$a = 0{,}25g = 0.25 \cdot 10\text{m/s}^2$

$\therefore a = 2{,}5\text{m/s}^2$

Alternativa E

Questão 13

Conforme a figura, um circuito elétrico dispõe de uma fonte de tensão de $100\ V$ e de dois resistores, cada qual a $0{,}50\Omega$. Um resistor encontra-se imerso no recipiente contendo $2{,}0\ \text{kg}$ de água com temperatura inicial de $20^{\circ}C$, calor específico $4{,}18\ \text{kJ/kg}$ e calor latente de vaporização $2230\ \text{kJ/kg}$. Com a chave S fechada, a corrente elétrica do circuito faz com que o resistor imerso dissipe calor, que é integralmente absorvido pela água. Durante o processo, o sistema é isolado termicamente e a temperatura da água permanece sempre homogênea. Mantido o resistor imerso durante todo o processo, o tempo necessário para vaporizar $1{,}0\ \text{kg}$ de água é



A) $67{,}0$ s.
B) 223 s.
C) 256 s.
D) 446 s.

E) 580 s.

Resolução:

Cálculo de corrente i:

$$i = \frac{\varepsilon}{R+R} = \frac{100}{0,5+0,5}\,\text{A}$$
$$i = 100\,\text{A}$$

Seja P a potência transferida para a água:

$$P = Ri^2 = 0,5\cdot 100^2$$
$$P = 5000\,\text{W}$$
$$P = 5\,\text{kW}$$

Cálculo de energia necessária para vaporizar $1,0\,\text{kg}$ de água:

$$E = Q_1 + Q_2 = m_{total}\cdot c\cdot \Delta\theta + m\cdot L$$
$$E = (2\cdot 4,18\cdot 80 + 1\cdot 2230)\,\text{kJ}$$
$$E = 2898,8\,\text{kJ}$$

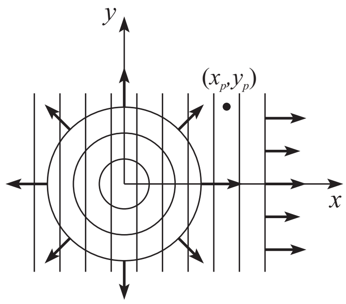
Seja Δt o intervalo de tempo pedido:

$$\Delta t = \frac{E}{P} = \frac{2898,8}{5}\,\text{s}$$
$$\Delta t = 580\,\text{s}$$

Alternativa E

Questão 14

Em uma superfície líquida, na origem de um sistema de coordenadas encontra-se um emissor de ondas circulares transversais. Bem distante dessa origem, elas têm a forma aproximada dada por $h_1(x,y,t) = h_0\,\text{sen}(2\pi(r/\lambda - ft))$, em que λ é o comprimento de onda, f é a frequência e r, a distância de um ponto da onda até a origem. Uma onda plana transversal com a forma $h_2(x,y,t) = h_0\,\text{sen}(2\pi(x/\lambda - ft))$ superpõe-se à primeira, conforme a figura. Na situação descrita, podemos afirmar, sendo $\mathbb{Z}$ o conjunto dos números inteiros, que



A) nas posições $\left(y_P^2/(2n\lambda) - n\lambda/8, y_P\right)$ as duas ondas estão em fase se $n\in\mathbb{Z}$.

B) nas posições $\left(y_P^2/(2n\lambda) - n\lambda/2, y_P\right)$ as duas ondas estão em oposição de fase se $n\in\mathbb{Z}$ e $n\neq 0$.

C) nas posições $\left(y_P^2/(2n\lambda) - (n+1/2)\lambda/2, y_P\right)$ as duas ondas estão em oposição de fase se $n\in\mathbb{Z}$ e $n\neq 0$.

D) nas posições $\left(y_P^2/((2n+1)\lambda) - (n+1/2)\lambda/2, y_P\right)$ as duas ondas estão em oposição de fase se $n\in\mathbb{Z}$.

E) na posição $\left(2y_P^2/\lambda - \lambda/8, y_P\right)$ a diferença de fase entre as ondas é de 45°.

Resolução:

$$h_1(x,\, y,\, t) = h_0\,\text{sen}\left(-2\pi f\cdot t + \frac{2\pi r}{\lambda}\right)$$
$$h_2(x,\, y,\, t) = h_0\,\text{sen}\left(-2\pi f\cdot t + \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

Para as ondas em fase no ponto $P(x_P,\, y_P)$:

$$\frac{2\pi r}{\lambda} - \frac{2\pi x_P}{\lambda} = n\cdot 2\pi\text{, com } n\in\mathbb{Z}.$$

$r - x_P = n\lambda$

$\sqrt{x_P^2 + y_P^2} = n\lambda + x_P$

$x_P^2 + y_P^2 = n^2\lambda^2 + 2n\lambda x_P + x_P^2$

$x_P = \frac{y_P^2}{2n\lambda} - \frac{n\lambda}{2}$

Para as ondas em oposição de fase no ponto $P(x_P, y_P)$:

$\frac{2\pi r}{\lambda} - \frac{2\pi x_P}{\lambda} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot 2\pi$, com $n \in \mathbb{Z}$.

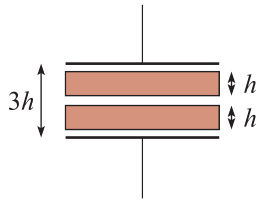
De modo análogo:

$$x_P = \frac{y_P^2}{2\left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda} - \frac{\left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda}{2}$$

Alternativa D

Questão 15

Um capacitor de placas paralelas de área A e distância $3h$ possui duas placas metálicas idênticas, de espessura h e área A cada uma. Compare a capacitância C deste capacitor com a capacitância C_0 que ele teria sem as duas placas metálicas.



A) $C = C_0$
B) $C > 4C_0$
C) $0 < C < C_0$
D) $C_0 < C < 2C_0$
E) $2C_0 < C < 4C_0$

Resolução:

Temos três capacitores em série, sendo cada um deles com área A das placas e as distâncias d_1, d_2 e d_3 que as separam são tais que $d_1 + d_2 + d_3 = 3h - h - h = h$.

Sejam C_1, C_2 e C_3 as capacitâncias:

$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{d_1}$

$C_2 = \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{d_2}$

$C_3 = \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{d_3}$

$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{d_1}{\varepsilon_0 \cdot A} + \frac{d_2}{\varepsilon_0 \cdot A} + \frac{d_3}{\varepsilon_0 \cdot A} = \frac{d_1 + d_2 + d_3}{\varepsilon_0 \cdot A}$

$\frac{1}{C} = \frac{h}{\varepsilon_0 \cdot A}$

$C = \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{h}$

Retirando as duas placas metálicas:

$C_0 = \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{3h}$

Do exposto:

$C = 3 \cdot C_0$

Alternativa E

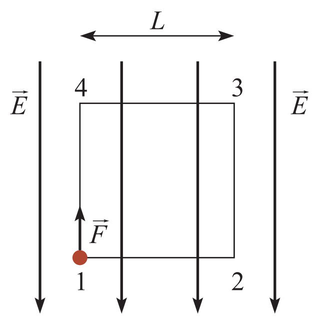
Questão 16

A figura mostra uma região espacial de campo elétrico uniforme de módulo $E = 20\,\mathrm{N/C}$. Uma carga $Q = 4\,\mathrm{C}$ é deslocada com velocidade constante ao longo do perímetro do quadrado de lado $L = 1\,\mathrm{m}$, sob ação de uma força $\vec{F}$ igual e contrária à força coulombiana que atua na carga Q. Considere, então, as seguintes afirmações:

I. O trabalho da força $\vec{F}$ para deslocar a carga Q do ponto 1 para 2 é o mesmo do dispendido no seu deslocamento ao longo do caminho fechado $1-2-3-4-1$.

II. O trabalho de $\vec{F}$ para deslocar a carga Q de 2 para 3 é maior que o para deslocá-la de 1 para 2.

III. É nula a soma do trabalho da força $\vec{F}$ para deslocar a carga Q de 2 para 3 com seu trabalho para deslocá-la de 4 para 1.



Então, pode-se afirmar que

A) todas são corretas.
B) todas são incorretas.
C) apenas a II é correta.
D) apenas a I é incorreta.
E) apenas a II e III são corretas.

Resolução:

I. (V) $\tau_{1\to2} = -Q(V_1 - V_2) = 0$ (superfície equipotencial)

$\tau_{1\to1} = -Q(V_1 - V_1) = 0$

II. (V) $\tau_{2\to3} = -Q(V_2 - V_3)$, sendo $V_2 < V_3$.

Assim,

$\tau_{2\to3} > 0$ e $\tau_{2\to3} > \tau_{1\to2}$

III. (V)

$\tau_{2\to3} + \tau_{4\to1} = -Q(V_2 - V_3) + \left[-Q(V_4 - V_1)\right]$

Em que $V_2 = V_1$ e $V_3 = V_4$

$\therefore \tau_{2\to3} + \tau_{4\to1} = -Q(V_1 - V_4) - \left[-Q(V_4 - V_1)\right] = 0$

Alternativa A

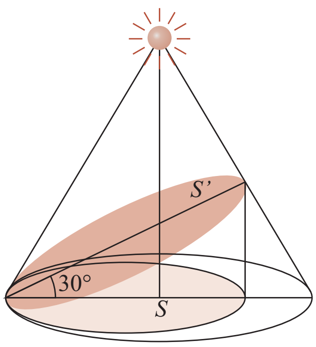
Questão 17

Uma fonte luminosa uniforme no vértice de um cone reto tem iluminamento energético (fluxo energético por unidade de área) H_A na área A da base desse cone. O iluminamento incidente numa seção desse cone que forma ângulo de 30° com a sua base, e de projeção vertical S sobre esta, é igual a

A) AH_A / S.
B) SH_A / A.
C) $AH_A / 2S$.
D) $\sqrt{3}AH_A / 2S$.
E) $2AH_A / \sqrt{3}\,S$.

Resolução:

Observe na figura a interpretação geométrica do problema:



A energia que flui através de $S`$ é a mesma que flui através de A.

$\Phi = H_A \cdot A = H`\cdot S`$, onde $\cos 30° = \frac{S}{S`}$

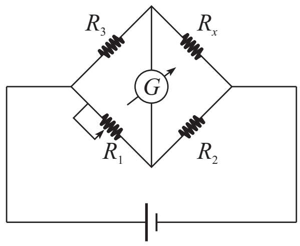
$\therefore H_A \cdot A = H`\cdot \frac{2S}{\sqrt{3}}$

$\therefore H` = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{H \cdot A}{S}$

Alternativa D

Questão 18

Alguns tipos de sensores piezorresistivos podem ser usados na confecção de sensores de pressão baseados em pontes de Wheatstone. Suponha que o resistor R_x do circuito da figura seja um pierresistor com variação de resistência dada por $R_x = kp + 10\Omega$, em que $k = 2{,}0 \times 10^{-4}\Omega / Pa$ e p, a pressão. Usando este piezorresistor na construção de um sensor para medir pressões na faixa de $0{,}10$ atm a $1{,}0$ atm, assinale a faixa de valores do resistor R_1 para que a ponte de Wheatstone seja balanceada. São dados: $R_2 = 20\Omega$ e $R_3 = 15\Omega$.



A) De $R_{1\,min} = 25\Omega$ a $R_{1\,max} = 30\Omega$
B) De $R_{1\,min} = 20\Omega$ a $R_{1\,max} = 30\Omega$
C) De $R_{1\,min} = 10\Omega$ a $R_{1\,max} = 25\Omega$
D) De $R_{1\,min} = 9{,}0\Omega$ a $R_{1\,max} = 9{,}0\Omega$
E) De $R_{1\,min} = 7{,}7\Omega$ a $R_{1\,max} = 9{,}0\Omega$

Resolução:

Numa ponte de Wheatstone equilibrada, não há corrente pelo galvanômetro e o ddp entre seus terminais é nula. Assim:

$R_1 \cdot R_x = R_2 \cdot R_3$ como $R_2 = 20Q$ e $R_3 = 15\Omega$

$R_1 \cdot R_x = 300$ $\quad 1\,\text{atm} = 10^5\,\text{Pa}$

Quando $P_{\text{mín}} = 0{,}10\,\text{atm} = 0{,}10 \cdot 10^5\,\text{Pa} = 10^4\,\text{pa}$

$R_x^{\text{mín}} = 2{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4 + 10 = 12\Omega$

Quando $P_{\text{máx}} = 1{,}0\,\text{atm} = 10 \cdot 10^5\,\text{Pa}$

$R_x^{\text{máx}} = 2{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot 10^5 + 10 = 30\Omega$

$R_1^{\text{máx}} \cdot R_x^{\text{mín}} = 300 \Rightarrow R_1^{\text{máx}} = \frac{300}{12} = 25\Omega$

$R_1^{\text{máx}} = 25\Omega$

$R_1^{\text{mín}} \cdot R_x^{\text{máx}} = 300 \Rightarrow R_1^{\text{mín}} = \frac{300}{30} = 10\Omega$

$R_1^{\text{mín}} = 10\Omega$

Alternativa C

Questão 19

Assinale em qual das situações descritas nas opções abaixo as linhas de campo magnético formam circunferências no espaço.

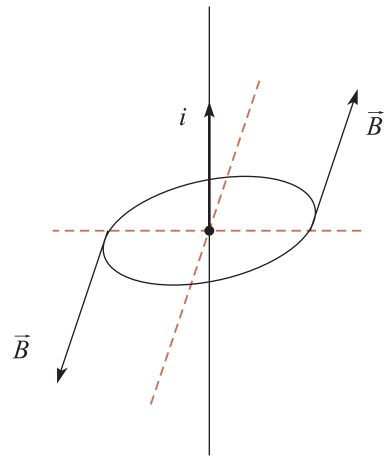
A) Na região externa de um toróide.
B) Na região interna de um solenóide.
C) Próximo a um ímã com formato esférico.
D) Ao redor de um fio retilíneo percorrido por corrente elétrica.
E) Na região interna de uma espira circular percorrida por corrente elétrica.

Resolução:

A) Na região externa de um toróide, o campo magnético é nulo.
B) Na região interna de um solenóide, desprezando os efeitos de borda, o campo magnético é uniforme, ou seja, linhas paralelas igualmente espaçadas.
C) Em um ímã de formato esférico, ou de uma barra, as linhas saem do pólo norte e vão em curva ao pólo sul, mas não são circunferências.
D) As linhas de campo de um fio condutor retilíneo percorrido por corrente são circunferências concêntricos em torno do fio, em que o sentido de circulação atende à regra da mão direita.

Pela simetria do problema, a lei de Biot-Savart determine linhas de campo magnético em forma de circunferências concêntricas ao redor de um fio reto infinito.

Veja a figura



E) Na região interna de uma espera circular, o campo é semelhante ao campo de um ímã de barra. Curvas fechadas, mas não circunferência.

Alternativa D

Questão 20

Considere as seguintes afirmações:

I. As energias do átomo de Hidrogênio do modelo de Bohr satisfazem à relação, $E_n = -13,6/n^2\ eV$ com $n = 1,2,3,....$; portanto, o elétron no estado fundamental do átomo de Hidrogênio pode absorver energia menor que $13,6\ eV$.
II. Não existe um limiar de frequência de radiação no efeito fotoelétrico.
III. O modelo de Bohr, que resulta em energias quantizadas, viola o princípio da incerteza de Heisenberg.

Então, pode-se afirmar que

A) apenas a II é incorreta.
B) apenas a I e II são corretas.
C) apenas a I e III são incorretas.
D) apenas a I é incorreta.
E) todas são incorretas.

Resolução:

I. (V) É possível que o elétron salte pare um orbital externo n sem escapar do átomo recebendo energia:

$$\Delta E = \left(-\frac{13,6}{n^2}eV\right) - \left(\frac{-13,6}{1^2}eV\right) = -13,6eV\left(\frac{1}{n^2} - 1\right)$$

II. (F) O limiar inferior de radiação que fornece a função trabalho é a frequência de corte, ou seja, a menor freqüência capaz de arrancar o elétron.
III. (V) O modelo de Bohr estabelece energias de órbitas quantizadas onde se pode definir o raio (posição) e velocidade (quantidade de movimento) do elétron.

Alternativa A

Questão 21

100 cápsulas com água, cada uma de massa $m = 1{,}0\,g$, são disparadas à velocidade de $10{,}0$ m/s perpendicularmente a uma placa vertical com a qual colidem inelasticamente. Sendo as cápsulas enfileiradas com espaçamento de $1{,}0$ cm , determine a força média exercida pelas mesmas sobre a placa.

Resolução:

Cada cápsula que colide na placa recebe um impulso que varia a sua quantidade de movimento:

$I = \Delta Q$

$I = Q_f - Q_o$

$I = 0 - mv_o = -10^{-3}.10 = -10^{-2}\ \text{N.s}$

E, o intervalo de tempo entre dois choques sucessivos:

$v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$

$\therefore \Delta t = \dfrac{\Delta s}{v} = \dfrac{10^{-2}\,\text{m}}{10\,\text{m/s}} = 10^{-3}\,\text{s}$

Assim, para a força média temos:

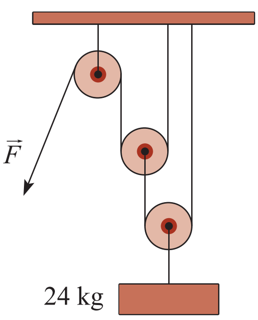
$I = F_M.\Delta t$

$\therefore F_M = \dfrac{I}{\Delta t} = \dfrac{10^{-2}}{10^{-3}} = 10\,\text{N}$

Questão 22

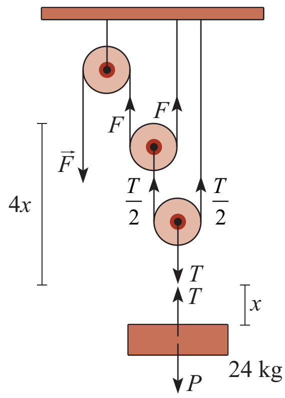
O arranjo de polias da figura é preso ao teto para erguer uma massa de $24\,\text{kg}$, sendo os fios inextensíveis, e desprezíveis as massas das polias e dos fios. Desprezando os atritos, determine:

1. O valor do módulo da força $\vec{F}$ necessário para equilibrar o sistema.
2. O valor do módulo da força $\vec{F}$ necessário para erguer a massa com velocidade constante.
3. A força ($\vec{F}$ ou peso?) que realiza maior trabalho, em módulo, durante o tempo T em que a massa está sendo erguida com velocidade constante.



Resolução:

Observe o esquema de forças:



1. na figura notamos para a situação de equilíbrio

$$2F = \frac{T}{2}$$

$$\therefore F = \frac{T}{4}$$

E, já que sobre a massa $\sum F = 0$, temos:

$$T = P$$

$$\therefore F = \frac{P}{4} = 60\,\text{N}$$

2. Quando a massa sobe com velocidade constante ainda temos $\sum F = 0$, portanto:

$$F = \frac{P}{4} = 60\,\text{N}$$

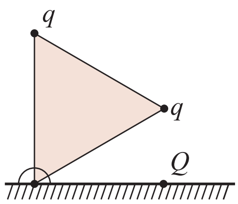
3. O trabalho realizado pela força peso $\vec{P}$ enquanto a massa é elevada de uma altura x é o mesmo em módulo da força F que desloca $4x$:

$$|\tau_P| = P \cdot x = 240x$$

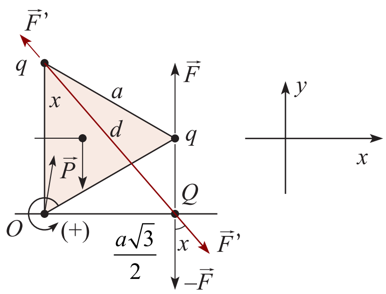
$$|\tau_F| = F \cdot 4x = \frac{P}{4} \cdot 4x = Px = 240x$$

Questão 23

A figura mostra uma chapa fina de massa M com o formato de um triângulo equilátero, tendo um lado na posição vertical, de comprimento a , e um vértice articulado numa barra horizontal contida no plano da figura. Em cada um dos outros vértices encontra-se fixada uma carga elétrica q e, na barra horizontal, a uma distância $a\sqrt{3}/2$ do ponto de articulação, encontra-se fixada uma carga Q . Sendo as três cargas de mesmo sinal e massa desprezível, determine a magnitude da carga Q para que o sistema permaneça em equilíbrio.



Resolução:



Na figura observamos que a distância entre Q e a carga q do lado vertical vale:

$$d^2 = a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$\therefore d^2 = a^2 + \frac{3a^2}{4}$$

$$\therefore d = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

Sendo assim, as forças de repulsão entre as cargas da placa e Q valem:

$$F = \frac{kQq}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{4kQq}{a^2}$$

$$F' = \frac{kQq}{\left(\frac{a\sqrt{7}}{2}\right)^2} = \frac{4kQq}{7a^2}$$

Para que a placa fique em equilíbrio é preciso que a soma dos torques em relação a O seja nula:

$$\sum \tau = 0$$

$$\therefore R \cdot (0) - P \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right) + F\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right) + F_x' \cdot a = 0$$

$$\therefore -\frac{Mga\sqrt{3}}{6} + \frac{4kQq}{a^2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} + \frac{4kQg}{7a^2} \cdot \operatorname{sen}\alpha \cdot a = 0$$

$$\therefore \frac{4kQq\sqrt{3}}{2a} + \frac{4kQq}{7a} \cdot \left(\frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{7}}{2}}\right) = \frac{Mga\sqrt{3}}{6}$$

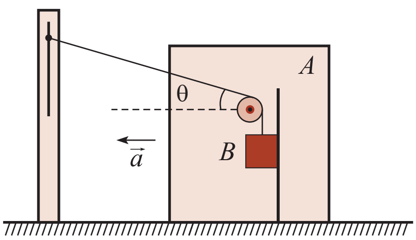
$$\therefore \frac{4kQq}{a}\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{49}\right) = \frac{Mga}{6}$$

$$\therefore \frac{Qq}{\pi\varepsilon_0 \cdot a} \cdot \left(\frac{49 + 2\sqrt{7}}{98}\right) = \frac{Mga}{6}$$

$$\therefore Q = \frac{49}{3\left(49 + 2\sqrt{7}\right)} \cdot \frac{Mga^2\pi\varepsilon_0}{q}$$

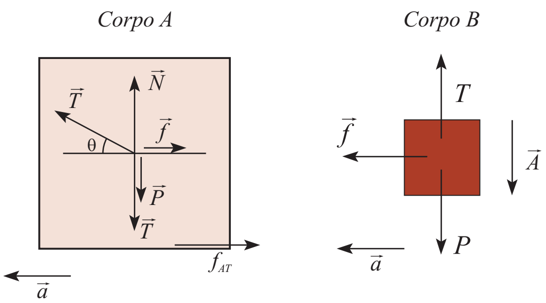
Questão 24

A figura mostra um sistema formado por dois blocos, A e B, cada um com massa m. O bloco A pode deslocar-se sobre a superfície plana e horizontal onde se encontra. O bloco B está conectado a um fio inextensível fixado à parede, e que passa por uma polia ideal com eixo preso ao bloco A. Um suporte vertical sem atrito mantém o bloco B descendo sempre paralelo a ele, conforme mostra a figura. Sendo μ o coeficiente de atrito cinético entre o bloco A e a superfície, g a aceleração da gravidade, e $\theta = 30°$ mantido constante, determine a tração no fio após o sistema ser abandonado do repouso.



Resolução:

Diagrama de forças nos corpos:



E, usando o PFD:

Em $A: T_x - f_{at} - f = m.a \quad (1)$

$$N + T_y - P - T = 0 \quad (2)$$

Em $B: f = m.a \quad (3)$

$$P - T = m.A \quad (4)$$

Em que:

$f_{at} = \mu.N$, e $a = A\cos\theta$

Substituindo (3) em (1), temos:

$$T_x - f_{at} - (m.a) = m\,a$$

$$T.cos\,\theta - \mu.N = 2ma \quad (5)$$

Substituindo (2) em (5):

$$T\cos\theta - \mu\left(T - T_y + P\right) = 2\,m\,a$$

$$\therefore T\cos\theta - \mu\left[T\left(1 - \operatorname{sen}\theta\right) + P\right] = 2m\,a$$

$$\therefore T\left[\cos\theta - \mu\left(1 - \operatorname{sen}\theta\right)\right] = 2m\,a + \mu\,mg$$

$$\therefore T = \frac{m\left(2a + \mu g\right)}{\cos\theta - \mu\left(1 - \operatorname{sen}\theta\right)} \quad (6)$$

Reescrevendo (4) ainda temos:

$$P - T = \frac{m.a}{\cos\theta}$$

$$\therefore a = \frac{\cos\theta\left(P - T\right)}{m} \quad (7)$$

Por fim, substituindo (7) em (6) temos:

$$\therefore T\left[\cos\theta - \mu\left(1 - \operatorname{sen}\theta\right)\right] = 2\left[\frac{\cos\,\theta\left(mg - T\right)}{m}\right]m + \mu\,mg$$

$$\therefore T\left[\cos\theta - \mu\left(1 - \operatorname{sen}\theta\right)\right] = -2T.\cos\theta + mg\left(2\cos\theta + \mu\right)$$

$$\therefore T = \frac{mg\left(2\cos\theta + \mu\right)}{\left[3\cos - \mu\left(1 - \operatorname{sen}\theta\right)\right]}$$

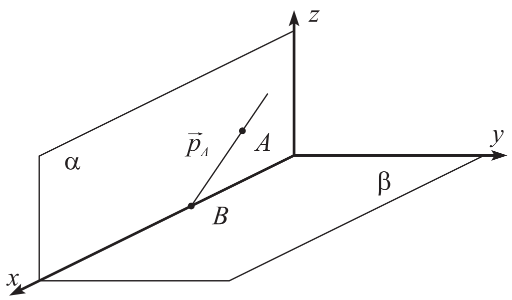
E, fazendo $\theta = 30^{\circ}$:

$$T = \frac{mg\left(2 \cdot \sqrt{3/2} + \mu\right)}{\left[3\frac{\sqrt{3}}{2} - \mu\left(1 - \frac{1}{2}\right)\right]}$$

$$\therefore T = \frac{2mg\left(\sqrt{3} + \mu\right)}{3\sqrt{3} - \mu}$$

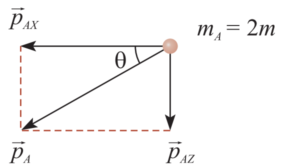
Questão 25

Átomos neutros ultrafrios restritos a um plano são uma realidade experimental atual em armadilhas magneto-ópticas. Imagine que possa existir uma situação na qual átomos do tipo ***A*** e ***B*** estão restritos respectivamente aos planos α e β, perpendiculares entre si, sendo suas massas tais que $m_A = 2m_B$. Os átomos ***A*** e ***B*** colidem elasticamente entre si não saindo dos respectivos planos, sendo as quantidades de movimento iniciais $\vec{p}_A$ e $\vec{p}_B$, e as finais, $\vec{q}_A$ e $\vec{q}_B$. $\vec{p}_A$ forma um ângulo θ com o plano horizontal e $\vec{p}_B = 0$. Sabendo que houve transferência de momento entre A e B, qual é a razão das energias cinéticas de B e A após a colisão?



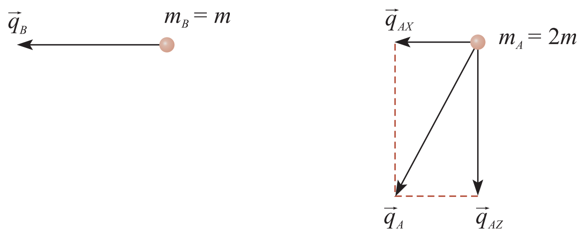
Resolução:

Antes da colisão:



$$p_{AZ} = p_A \operatorname{sen}\theta = 2mv_o \operatorname{sen}\theta$$
$$p_{Ax} = p_A \cos\theta = 2mv_o \cos\theta$$

Após a colisão:



Da conservação da quantidade de movimento:

$$q_{AZ} = p_{AZ} = 2mv_o \operatorname{sen}\theta$$
$$q_B + q_{AX} = p_{AX} = 2mv_o \cos\theta$$
$$mv_B + q_{AX} = 2mv_o \cos\theta$$
$$q_{AX} = 2mv_o\cos\theta - mv_B$$

Lembrando que $q_A^2 = q_{AX}^2 + q_{AZ}^2$

$$(2mv_A)^2 = (2mv_o \cos\theta - mv_B)^2 + (2mv_o \operatorname{sen}\theta)^2$$
$$4m^2v_A^2 = 4m^2 v_o^2 \cos^2\theta - 4m^2 v_o v_B \cos\theta + m^2v_B^2 + 4m^2v_o\operatorname{sen}^2\theta$$
$$4v_A^2 = 4v_o^2 - 4v_ov_B \cos\theta + v_B^2 \quad (1)$$, pois $\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$

Como a colisão é perfeitamente elástica:

$$E_{C_{antes}} = E_{C_{depois}}$$
$$\frac{2mv_o^2}{2} = \frac{mv_B^2}{2} + \frac{2mv_A^2}{2}$$
$$v_o^2 = \frac{v_B^2}{2} + v_A^2$$
$$v_A^2 = v_o^2 - \frac{v_B^2}{2} \qquad (2)$$

Voltando em (1)

$$4\left(v_o^2 - \frac{v_B^2}{2}\right) = 4v_o^2 - 4v_ov_B\cos\theta + v_B^2$$
$$4v_o^2 - 2v_B^2 = 4v_o^2 - 4v_ov_B\cos\theta + v_B^2$$
$$3v_B^2 = 4v_ov_B\cos\theta$$

Como $v_B \neq 0$.

$$v_B = \frac{4}{3} v_o \cos\theta$$

Voltando (2)

$$v_A^2 = v_o^2 \left(1 - \frac{8}{9}\cos^2\theta\right) = v_o^2 \left(\frac{9 - 8\cos^2\theta}{9}\right)$$

Seja R a razão pedida:

$$R = \frac{E_{C_B}}{E_{C_A}} = \frac{\frac{m v_B^2}{2}}{\frac{2 m v_A^2}{2}} = \frac{v_B^2}{2 v_A^2} = \frac{\left(\frac{4}{3} v_o \cos\theta\right)}{2 v_o^2 \left(\frac{9 - 8\cos^2\theta}{9}\right)}$$

$$R = \frac{\frac{16 v_o^2 \cos^2\theta}{9}}{\frac{2 v_0^2 \left(9 - 8\cos^2\theta\right)}{9}}$$

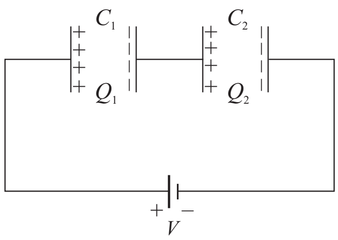
$$R = \frac{8\cos^2\theta}{9 - 8\cos^2\theta}$$

Questão 26

Dois capacitores em série, de capacitância C_1 e C_2, respectivamente, estão sujeitos a uma diferença de potencial V. O Capacitor de capacitância C_1 tem carga Q_1 e está relacionado com C_2 através de $C_2 = xC_1$, sendo x um coeficiente de proporcionalidade. Os capacitores carregados são então desligados da fonte e entre si, sendo a seguir religados com os respectivos terminais de carga de mesmo sinal. Determine o valor de x para que a carga Q_2 final do capacitor de capacitância C_2 seja $Q_1/4$.

Resolução:

No início temos:



Em que:

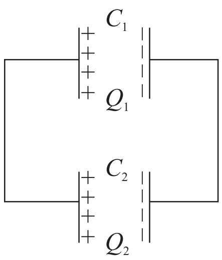
$Q_2 = Q_1$

$C_2 = xC_1$, e,

$$V = V_1 + V_2 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_1}{xC_1}$$

$$\therefore V = \frac{Q_1}{C_1}\left(1 + \frac{1}{x}\right) = \frac{Q_1}{C_1}\left(\frac{x+1}{x}\right)$$

No final teremos:



Em que:

$Q_1^{'} + Q_2^{'} = 2Q_1$ (1)

$V_1^{'} = V_2^{'}$

$\therefore \dfrac{Q_1^{'}}{C_1} = \dfrac{Q_2^{'}}{C_2}$

$\therefore \dfrac{Q_1^{'}}{C_1} = \dfrac{Q_2^{'}}{xC_1}$

$\therefore Q_2^{'} = xQ_1^{'}$, que substituindo em (1) leva o:

$Q_1^{'} + xQ_1^{'} = 2Q_1$

$Q_1^{'} = \dfrac{2}{(1+x)} \cdot Q_1$

$\therefore Q_2^{'} = \dfrac{2x}{(1+x)} Q_1$

E, do exposto no enunciado:

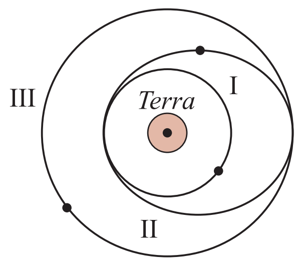
$\dfrac{Q_1}{4} = \dfrac{2x}{(1+x)} \cdot Q_1$

$\therefore 8x = 1 + x$

$\therefore x = \dfrac{1}{7}$

Questão 27

O momento angular é uma grandeza importante na Física. O seu módulo é definido como $L = rp\,\text{sen}\,\theta$, que r é o módulo do vetor posição com relação à origem de um dado sistema de referência, p o módulo do vetor quantidade de movimento e o θ o ângulo por eles formado. Em particular, no caso de um satélite girando ao redor da Terra, em órbita elíptica ou circular, seu momento angular (medido em relação ao centro da Terra) é conservado. Considere , então, três satélites de mesma massa com órbitas diferentes entre si, I, II e III, sendo I e III circulares e II elíptica e tangencial a I e III, como mostra a figura. Sendo L_I, L_{II} e L_{III} os respectivos módulos do momento angular dos satélites em suas órbitas, ordene, de forma crescente, L_I, L_{II} e L_{III}. Justifique com equações a sua resposta.



Resolução:

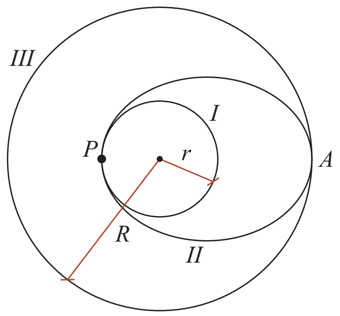
Solução 1:

Os momentos angulares dos três satélites podem ser escritos de forma

$L_I = r_1.m v_1.\text{sen}\theta$

$L_{II} = r_2.m v_2.\text{sen}\theta$

$L_{III} = r_3.m v_3.\text{sen}\theta$



Considerando as orbitas circulares de I e III, e analisando II apenas nas posições de periélio e afélio, temos:

i) Satélite II nas posições de afélio e periélio:

$L_{II_A} = L_{II_P}$

$R.m v_{2_A} = r\, m.v_{2_P} \quad (1)$

ii) Comparação das velocidades de II no afélio e III em orbita circular:

No ponto A os satélites II e III estão submetidos à mesma força centrípeta que é a tração gravitacional:

Satélite II) $\frac{GMm}{R^2} = \frac{mv_{2_A}^2}{R'_A}$

Satélite III) $\frac{GMm}{R^2} = \frac{mv_3^2}{R}$

Em que R e R'_A são os raios de curvatura da trajetória nesse instante.

E, já que $R'_A < R$, temos $v_{2_A} < v_3$, portanto:

$$Rmv_{2_A} < Rmv_3$$
$$\therefore L_{II_A} < L_{III} \qquad (2)$$

iii) Comparação das velocidades de II no periélio e I em orbita circular:

No ponto P os satélites II e I estão submetidos à mesma força centrípeta que é a atração gravitacional:

Satélite II) $\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv_{2_P}^2}{R'_p}$

Satélite I) $\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv_1^2}{r}$

Em que r e R'_p são os raios de curvatura da trajetória nesse instante.

E, já que $r < R'_p$, temos $v_1 < v_{2_p}$, portanto:

$$rmv_1 < rmv_{2_p}$$
$$\therefore L_I < L_{II_p} \qquad (3)$$

E, finalmente (1),(2) e (3):

$$L_I < L_{II_p} = L_{II_A} < L_{III}$$
$$\therefore L_I < L_{II} < L_{III}$$

Solução 2:

i) Para o satélite I podemos escrever:

$$F_{cp} = F_G$$
$$m\frac{v_I^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \therefore v_I = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$
$$\therefore L_I = m \cdot r \cdot \sqrt{\frac{GM}{r}} \cdot \text{sen}\,90° = \text{m}\sqrt{GM \cdot r}$$

ii) Para o satélite III

$$F_{cp} = F_G$$
$$m\frac{v_{III}^2}{R} = \frac{GMm}{R^2} \therefore v_{III} = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$
$$\therefore L_{III} = mR \cdot \sqrt{\frac{GM}{R}} \cdot \text{sen}\,90° = m\sqrt{GMR}$$

iii) Para o satélite II, podemos resolver o sistema:

$$L_{II} = mv_p \cdot r \cdot \text{sen}\,90° \quad (\text{Perélio})$$
$$L_{II} = mv_A \cdot R \cdot \text{sen}\,90° \quad (\text{Afélio})$$

Que resulta em:

$$mv_p \cdot r = mv_A R \quad (1)$$

E, conversando energia:

$$-\frac{GMm}{R} + \frac{mv_A^2}{2} = -\frac{GMm}{r} + \frac{mv_p^2}{2}$$
$$\therefore v_A^2 - v_p^2 = 2GM\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right) \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2) temos:

$$v_A^2 - \left(\frac{R}{r}\right)^2 v_A^2 = 2GM\frac{(r-R)}{Rr}$$

$$\therefore v_A^2\left(1-\frac{R^2}{r^2}\right) = 2GM\frac{(r-R)}{rR}$$

$$v_A^2\frac{(r^2-R^2)}{r^2} = 2GM\frac{(r-R)}{rR}$$

$$\therefore v_A^2\frac{(r-R)}{r} = \frac{2GM}{R}$$

$$\therefore v_A = \sqrt{\frac{2GM\cdot r}{(R+r)R}}$$

Por fim

$$L_{II} = mR\cdot v_A\cdot \text{sen}\,90^\circ = m\sqrt{\frac{2GM\cdot Rr}{(R+r)}}$$

Assim,

$$L_{II} = m\sqrt{\frac{2GM\cdot Rr}{(R+r)}} > m\sqrt{\frac{2GM\cdot Rr}{(R+R)}} = m\sqrt{GMr} = L_I$$

E,

$$L_{II} = m\sqrt{\frac{2GM\cdot Rr}{(R+r)}} < m\sqrt{\frac{2GM\cdot Rr}{(r+r)}} = m\sqrt{GMR} = L_{II}$$

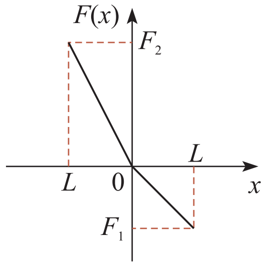
Então:

$$L_I < L_{II} < L_{III}$$

Questão 28

Uma partícula de massa m está sujeita exclusivamente à ação da força $\vec{F} = F(x)\vec{e}_x$, que varia de acordo com o gráfico da figura, sendo $\vec{e}_x$ o versor no sentido positivo de x. Se em $t=0$, a partícula se encontra em $x=0$ com velocidade v no sentido positivo de x, pedem-se:

1. O período do movimento da partícula em função de F_1, F_2, L e m.
2. A máxima distância da partícula à origem em função de F_1, F_2, L, m e v.
3. Explicar se o movimento descrito pela partícula é do tipo harmônico simples.



Resolução:

1. Para $x>0$ temos um MHS tal que:

$$F_1 = -k_1\cdot L$$

$$\therefore k_1 = \frac{-F_1}{L}$$

E, $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}} = 2\pi\sqrt{-\frac{mL}{F_1}}$

Para $x<0$ temos outro MHS tal que:

$$F_2 = -k_2(-L)$$

$$\therefore k_2 = \frac{F_2}{L}$$

E, $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{mL}{F_2}}$

Assim, o período total vale:

$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2}$$

$$\therefore T = \frac{1}{2}\left(2\pi\sqrt{\frac{-mL}{F_1}}\right) + \frac{1}{2}\left(2\pi\sqrt{\frac{mL}{F_2}}\right)$$

$$\therefore T = \pi\sqrt{mL}\left(\frac{1}{\sqrt{-F_1}} + \frac{1}{\sqrt{F_2}}\right)$$

2. Para $x > 0$, conservando energia mecânica temos:

$$\frac{mv^2}{2} = k_1\frac{A_1^2}{2} \therefore A_1 = v\sqrt{\frac{m}{k_1}}$$

Para $x < 0$:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{k_2 A_2^2}{2} \therefore A_L = v\sqrt{\frac{m}{k_2}} = v\sqrt{\frac{mL}{F_2}}$$

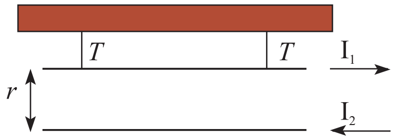
E, já que $F_2 > |F_1|$, segue que $k_2 > k_1$, sendo assim $A_1 > A_2$, e logo:

$$A_{\max} = A_1 = v\sqrt{\frac{m}{k_1}} = v\sqrt{\frac{-m \cdot L}{F_1}}$$

3. O movimento total da partícula é composto por duas metades de MHS distintos, um com constante k_1 e massa m para $x > 0$ e outro com constante k_2 e massa m para $x < 0$. Nos dois intervalos de x sempre temos $F \alpha x$ o que caracteriza um MHS.

Questão 29

Considere dois fios paralelos, muito longos e finos, dispostos horizontalmente conforme mostra a figura. O fio de cima pesa $0{,}080\,\mathrm{N/m}$, é percorrido por uma corrente $I_1 = 20\,\mathrm{A}$ e se encontra dependurado por dois cabos. O fio de baixo encontra-se preso e é percorrido por uma corrente $I_2 = 40\,\mathrm{A}$, em sentido oposto. Para qual distância r indicada na figura, a tensão T nos cabos será nula?



Resolução:

A força magnética sobre o 1 vale:

$$F_M = B_2 . I_1 . \Delta l . \operatorname{sen}\theta \qquad (1)$$

Sendo que B_2 vale:

$$B_2 = \frac{M_0 I_2}{2\pi r} = \frac{4\pi . 10^{-7} . 40}{2\pi . r} = \frac{80}{r} . 10^{-7} T$$

E, substituindo em (1):

$$F_m = \frac{80}{r} . 10^{-7} . 20 . \Delta l \qquad (1)$$

$$\therefore \frac{F_m}{\Delta l} = \frac{1600}{r} . 10^{-7} \qquad (2)$$

Sendo que o peso de cada unidade de comprimento vale:

$$\frac{P}{\Delta l} = 8{,}0 \cdot 10^{-2} \qquad (3)$$

Igualando (2) e (3):

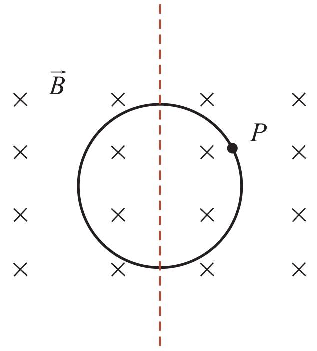
$$\frac{P}{\Delta l} = \frac{F_m}{\Delta l}$$

$$8{,}0 \cdot 10^{-2} = \frac{1600}{r} \cdot 10^{-7}$$

$$\therefore r = 2{,}0 \cdot 10^{-3} m$$

Questão 30

Considere uma espira com N voltas de área A, imersa num campo magnético $\vec{B}$ uniforme e constante, cujo sentido aponta para dentro da página. A espira está situada inicialmente no plano perpendicular ao campo e possui uma resistência R. Se a espira gira $180°$ em torno do eixo mostrado na figura, calcule a carga que passa pelo ponto P.



Resolução:

Pela Lei de Faraday-Newman a fem induzida na espira é:

$$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} \quad (1)$$

Sendo que, a corrente em cada instante vale:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1) temos:

$$R \cdot \frac{dq}{dt} = \frac{d\phi}{dt}$$

$$\therefore R\int dq = \int d\phi$$

$$\therefore RQ = NBA - (-NBA)$$

$$\therefore Q = \frac{2NBA}{R}$$

Observação:

Temos uma corrente alternada com $\vec{B}$ inicialmente perpendicular à área, o que dá um fluxo da forma:

$\phi = NBA\cos(\omega t)$, com $t_0 = 0$.

E corrente:

$i = -\frac{1}{R} \cdot NBA\omega \cdot \text{sen}(\omega t)$, $t_0 = 0$.

Assim

$$Q = \int_{t=0}^{t=\frac{\pi}{\omega}} i \cdot dt = \frac{1}{R} \cdot NBA\cos(\omega t)\Big]_0^{\frac{\pi}{\omega}} = \frac{2NBA}{R}$$

Professores:

Física

Marcelo Moraes

Rodrigo Bernadelli

Vinícius Miranda

Colaboradores

Aline Alkmin, Carolina Chaveiro e Mateus Grangeiro

Digitação e Diagramação

Daniel Alves

Érika Rezende

João Paulo

Valdivina Pinheiro

Desenhistas

Rodrigo Ramos

Vinícius Eduardo

Projeto Gráfico

Leandro Bessa

Vinícius Eduardo

Supervisão Editorial

José Diogo

Valdivina Pinheiro

As escolhas que você fez nessa prova, assim como outras escolhas na vida, dependem de conhecimentos, competências e habilidades específicos. Esteja preparado.