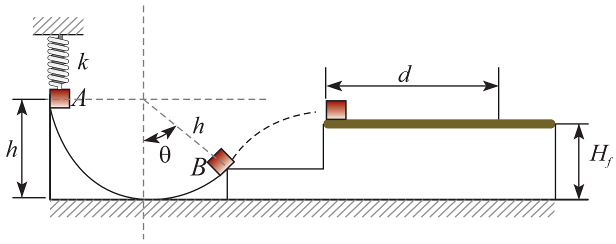
Questão 01



Uma mola comprimida por uma deformação x está em contato com um corpo de massa m, que se encontra inicialmente em repouso no Ponto A da rampa circular. O corpo é liberado e inicia um movimento sem atrito na rampa. Ao atingir o ponto B sob um ângulo θ indicado na figura, o corpo abandona a superfície da rampa. No ponto mais alto da trajetória, entra em contato com uma superfície plana horizontal com coeficiente de atrito cinético μ. Após deslocar-se por uma distância d nesta superfície horizontal, o corpo atinge o repouso. Determine, em função dos parâmetros mencionados:

a) a altura final do corpo H_f em relação ao solo;

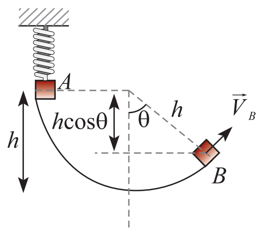
b) a distância d percorrida ao longo da superfície plana horizontal.

Dados:

- aceleração da gravidade: g;
- constante elástica da mola: k;
- raio da rampa circular: h.

Resolução:

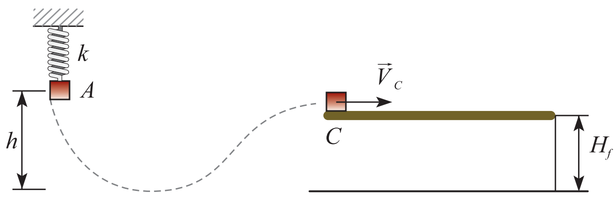
a) Considere o esquema:



$$E_{MB} = E_{MA}$$

$$\frac{m v_B^2}{2} = \frac{kx^2}{2} + m\,g\,h\cos\theta$$

$$v_B^2 = \frac{kx^2}{m} + 2gh\cos\theta \quad (I)$$



Sendo $V_C = V_B \cos\theta$

$$E_{MC} = E_{MA}$$

$$\frac{m \cdot v_c^2}{2} + mg \cdot H_f = \frac{kx^2}{2} + m\,g\,h.$$

$$m\,g\,.H_f = \frac{kx^2}{2} + mgh - \frac{m}{2}\cdot\left[\frac{kx^2}{m} + 2gh\cdot\cos\theta\right]\cdot\cos^2\theta$$

$$H_f = \frac{kx^2}{2mg} + h - \frac{kx^2}{2mg}\cos^2\theta - \frac{2mgh\cos^3\theta}{2mg}$$

$$H_f = \frac{kx^2}{2mg}\cdot\left(1-\cos^2\theta\right) + h - h\cos^3\theta$$

$$H_f = \frac{kx^2}{2mg}\text{sen}^2\theta + h\cdot\left(1-\cos^3\theta\right)$$

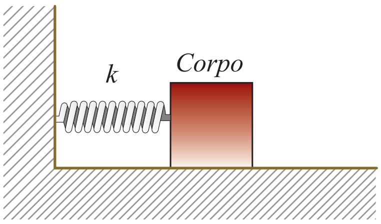
b) $\tau_{Fat} = \Delta E_c$

$$-\mu\,m\,g\,d = -\frac{m.v_c^2}{2}$$

$$\mu\,g\,d = \frac{1}{2}\cdot\left[\frac{kx^2}{m} + 2gh\cos\theta\right]\cdot\cos^2\theta$$

$$d = \frac{\cos^2\theta}{2\mu g}\cdot\left(\frac{kx^2}{m} + 2gh\cdot\cos\theta\right)$$

Questão 02



Um corpo com massa m, inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal e preso a uma mola de constante elástica k, representado na figura, recebe um impulso I, para a direita, dando início a um Movimento Harmônico Simples (MHS). Inicialmente não existe atrito entre o corpo e a superfície horizontal devido à presença de um lubrificante. Contudo, após 1000 ciclos do MHS, o lubrificante perde eficiência e passa a existir atrito constante entre o corpo e a superfície horizontal. Diante do exposto, determine:

a) a máxima amplitude de oscilação;
b) o módulo da aceleração máxima;
c) a máxima energia potencial elástica;
d) a distância total percorrida pelo corpo até que este pare definitivamente.

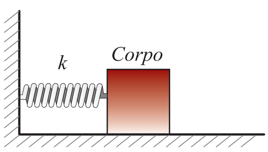
Dados:

- massa do corpo: $m = 2\ \text{kg}$;
- impulso aplicado ao corpo: $I = 4\ \text{kg.m/s}$;
- constante elástica da mola: $k = 8\ \text{N/m}$;
- coeficiente de atrito: $\mu = 0{,}1$;
- aceleração da gravidade: $g = 10\ \text{m/s}^2$.

Observação:

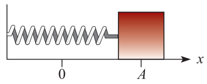
- a massa da mola é desprezível em relação à massa do corpo.

Resolução:



a) Pelo teorema do Impulso, temos:

$$I = \Delta Q = m \cdot v - m \cdot v_o$$
$$I = m \cdot v - 0$$
$$4 = 2 \cdot v$$
$$v = 2\,\text{m/s}$$



Conservação da energia

$$E_{m_{(x=0)}} = E_{m_{(x=A)}}$$
$$\frac{m.v^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$$
$$2 \cdot 2^2 = 8 \cdot A^2$$
$$A^2 = 1$$
$$A = 1m$$

b) Aceleração máxima

$$F_R = m \cdot a$$
$$F_{R_{\text{máx}}} = m \cdot a_{\text{máx}}$$
$$-kA = m \cdot a_{\text{máx}}$$
$$|a_{\text{máx}}| = \frac{kA}{m}$$
$$|a_{\text{máx}}| = \frac{8.1}{2}$$
$$|a_{\text{máx}}| = 4\,\text{m/s}^2$$

c) $$E_{pe_{\text{máx}}} = \frac{kA^2}{2}$$
$$E_{pe_{\text{máx}}} = \frac{8.1}{2}$$
$$E_{pe_{\text{máx}}} = 4\,\text{J}$$

d) O corpo percorrerá a distância correspondente aos 1000 ciclos iniciais (4 metros cada ciclo), mais a distância (d) percorrida no movimento com atrito.

Força dissipativa atuante.

$$fat_c = \mu_c \cdot N = \mu \cdot mg \quad \text{(constante)}$$

Logo o trabalho será:

$$\tau_{fat} = -fat \cdot d = -\mu \cdot m \cdot g \cdot d$$

Quando o corpo parar definitivamente, ele terá perdido toda a energia mecânica

$$\tau_{fat} = \Delta Em$$
$$\tau_{fat} = Em_f - Em_o = 0 - 4$$
$$\tau_{fat} = -4\,\text{J}$$
$$-\mu \cdot m \cdot g \cdot d = -4$$
$$2d = 4$$
$$d = 2m$$

A distância total será:

$$D = 1000 \cdot 4 + 2 = 4002\,\text{m}$$

Questão 03

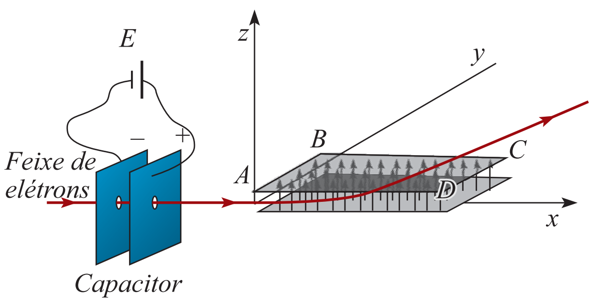


Figura 1: Vista em perspectiva

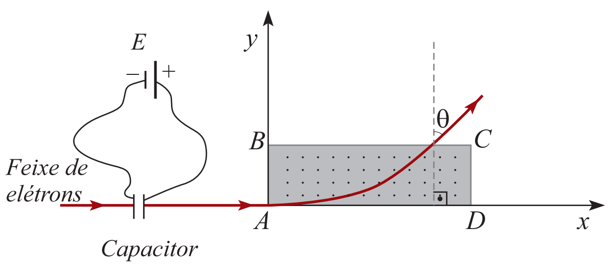


Figura 2: Vista superior

Um feixe de elétrons atravessa um capacitor carregado e furado em suas duas placas paralelas ao plano yz, sendo acelerado durante a sua permanência no interior do capacitor, conforme as figuras. Logo após deixar o capacitor, o feixe penetra em uma região do espaço sujeita a um campo magnético uniforme, conforme indicado nas figuras. Sabendo que a coordenada x de qualquer elétron do feixe é não decrescente, determine:

a) o módulo da velocidade final dos elétrons;
b) as coordenadas do ponto onde o feixe deixa a região sujeita ao campo magnético;
c) a tensão E para que se obtenha $\theta = 0$;
d) os valores α e β tais que, para um valor muito alto de E, a coordenada x do ponto onde o feixe de elétrons deixa a região do campo magnético possa ser aproximada por $X_{\text{saída}} \approx \alpha E^{\beta}$.

Dados:
- carga do elétron: $-q$;
- massa do elétron: m;
- tensão aplicada ao capacitor: E;
- capacitância do capacitor: C;
- coordenadas do vetor campo magnético dentro da região $ABCD$: $(0, 0, +B)$;
- comprimento dos segmentos AB e CD: L;
- comprimento dos segmentos BC e AD: infinito;
- velocidade inicial do feixe de elétrons: v_0.

Observações:
- todas as respostas não devem ser expressas em função de θ;
- a trajetória do feixe antes de entrar no capacitor coincide com o semieixo x negativo;
- o campo elétrico no interior do capacitor é constante;
- não há campo gravitacional presente.

Resolução:

a) Para os elétrons entre as placas do capacitor:

$$W_{RES} = \Delta E_c$$

$$q.U = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_o^2}{2}$$

$$-q.(-E) = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_o^2}{2}$$

$$\frac{2qE}{m} = v^2 - v_o^2$$

$$v = \sqrt{v_o^2 + \frac{2qE}{m}}$$

b)

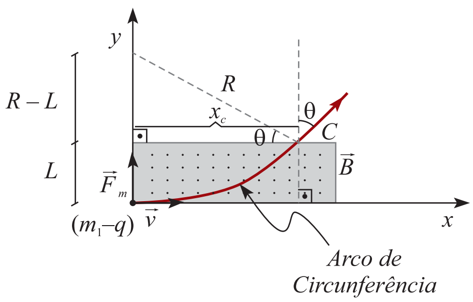
$$F_m = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } 90^\circ$$

$$F_m = |q| \cdot v \cdot B$$

$$F_m = F_{cp}$$

$$|q| v B = \frac{mv^2}{R}$$

$$R = \frac{mv}{|q| \cdot B} \quad (1)$$



Elevando-se ao quadrado todos os termos da equação (1), temos:

$$R^2 q^2 B^2 = m^2 v^2$$

$$R^2 q^2 B^2 = m^2 \left(v_o^2 + \frac{2qE}{m} \right)$$

$$R = \frac{m}{qB} \sqrt{v_o^2 + \frac{2qE}{m}}$$

Da figura anterior temos:

$$R^2 = (R-L)^2 + X_c^2$$
$$R^2 = R^2 - 2RL + L^2 + X_c^2$$
$$X_c^2 = 2RL - L^2$$
$$X_c^2 = \frac{2mL}{qB}\sqrt{v_o^2 + \frac{2qE}{m}} - L^2$$
$$X_c = \sqrt{\frac{2mL}{qB}\sqrt{v_o^2 + \frac{2qE}{m}} - L^2}$$

Logo, as coordenadas do ponto C são:

$$C = \left(\underbrace{\sqrt{\frac{2mL}{qB}\sqrt{v_o^2 + \frac{2qE}{m}} - L^2}}_{X_c}, \underbrace{L}_{y_c}, \underbrace{0}_{z_c}\right)$$

c) Da figura anterior:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{R-L}{R}$$
$$R\operatorname{sen}\theta = R - L$$
$$L = R(1-\operatorname{sen}\theta)$$

Para $\theta = 0$, $\operatorname{sen}0 = 0$, então:

$$R = L$$
$$\frac{m^2}{q^2B^2}\left(v_o^2 + \frac{2qE}{m}\right) = L^2$$
$$v_o^2 + \frac{2qE}{m} = \frac{L^2q^2B^2}{m^2}$$
$$\frac{2qE}{m} = \frac{L^2q^2B^2}{m^2} - v_o^2$$
$$E = \frac{L^2qB^2}{2m} - \frac{mv_o^2}{2q}$$

d) Para a tensão E muito grande, temos:

$$E = \frac{m\overbrace{\left(v^2 - v_o^2\right)}^{\simeq v^2}}{2q} \quad \rightarrow \quad E \simeq \frac{mv^2}{2q}$$
$$X_c = \sqrt{\frac{2mL}{qB}\cdot\sqrt{\frac{2qE}{m}} - L^2}$$
$$X_c^2 + L^2 = \frac{2mL}{qB}\sqrt{\frac{2qE}{m}}$$
$$X_c^2 + L^2 = \sqrt{\frac{8mL^2E}{qB^2}}$$

Se a tensão 'E' é muito grande, o raio 'R' também será, logo: $X_c >> L \;\therefore \frac{X_c}{L} >> 1$

$$\underbrace{\frac{X_c^2}{L^2} + 1}_{} = \frac{1}{L^2}\sqrt{\frac{8mL^2E}{qB^2}}$$
$$\frac{X_c^2}{L^2} = \frac{1}{L^2}\sqrt{\frac{8mL^2E}{qB^2}}$$
$$X_c = \sqrt[4]{\frac{8mL^2E}{qB^2}} = \sqrt[4]{\frac{8mL^2}{qB^2}}\cdot E^{1/4}$$

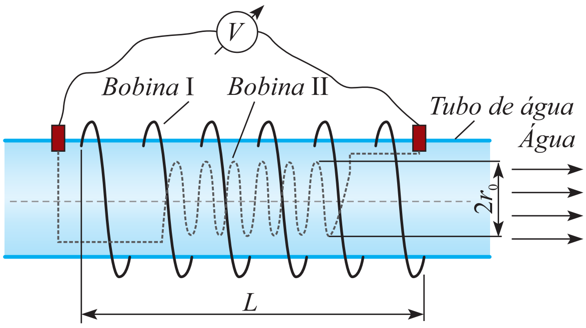
Logo: $X_c = X_{\text{saída}}$

$$\sqrt[4]{\frac{8mL^2}{qB^2}}\cdot E^{1/4} = \alpha.E^{\beta}$$

Portanto:

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{8mL^2}{qB^2}} \quad \text{e} \quad \beta = \frac{1}{4}$$

Questão 04



Considere a figura acima. A bobina I, com N_1 espiras, corrente i e comprimento L, gera um campo magnético constante na região da bobina II. Devido à variação da temperatura da água que passa no cano, surge uma tensão induzida na bobina II com N_2 espiras e raio inicial r_o. Determine a tensão induzida na bobina II medida pelo voltímetro da figura.

Dados:

- permissividade da água: μ;
- coeficiente de dilatação da bobina: α;
- variação temporal da temperatura: b.

Observações:

- considere que $\frac{\Delta r^2}{\Delta t} \approx 2r_O \frac{\Delta r}{\Delta t}$, onde Δr e Δt são respectivamente, a variação do raio da bobina II e a variação do tempo;
- suponha que o campo magnético a que a bobina II está sujeita é constante na região da bobina e igual à determinada no eixo central das bobinas.

Resolução:

Considerando que o campo magnético produzido pela bobina I é uniforme em toda a região interna, temos:

$$B_1 = \frac{MN_1 i}{L}$$

Aplicando a lei de Faraday-Newmam, temos:

$$|E_{ind}| = \left|\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right| = \frac{\Delta(N_2 B_1 A)}{\Delta t}$$

como N_2 e B_1 não variam com o tempo:

$$|E_{ind}| = N_2 B_1 \frac{\Delta A}{\Delta t} = N_2 B_1 \frac{\Delta(\pi r^2)}{\Delta t}$$

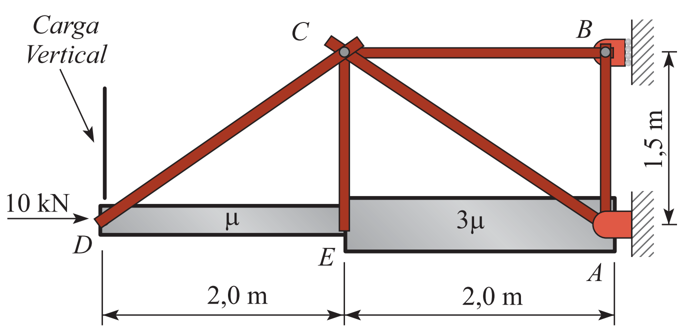
$$|E_{ind}| = N_2 B_1 \pi \frac{\Delta r^2}{\Delta t} \approx \pi N_2 B_1 \cdot 2r_O \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

$\Delta r = r_O \cdot \alpha \cdot \Delta T$ (devido ao aquecimento da água)

$$\frac{\Delta r}{\Delta t} = r_O \alpha \frac{\Delta T}{\delta t} = r_O \alpha b$$

$$|E_{ind}| = \frac{2\pi\mu N_1 N_2 i \alpha b r_O^2}{L}$$

Questão 05



A figura mostra uma estrutura em equilíbrio, formada por barras fixadas por pinos. As barras AE e DE são feitas de um material uniforme e homogêneo. Cada uma das barras restantes tem massa desprezível e seção transversal circular de $16\ \text{mm}$ de diâmetro. O apoio B, deformável, é elástico e só apresenta força de reação na horizontal. No ponto D, duas cargas são aplicadas, sendo uma delas conhecida e igual a $10\ \text{kN}$ e outra na direção vertical, conforme indicadas na figura. Sabendo que a estrutura no ponto B apresenta um deslocamento horizontal para a esquerda de $2\ \text{cm}$, determine:

a) a magnitude e o sentido da reação do apoio B;
b) as reações horizontal e vertical no apoio A da estrutura, indicando seu sentido;
c) a magnitude e o sentido da carga vertical concentrada no ponto D;
d) o esforço normal (força) por unidade de área da barra BC, indicando sua magnitude e seu tipo (tração ou compressão).

Dados:

- aceleração da gravidade: $g = 10\,\text{m/s}^2$;
- densidade linear de massa: $\mu = 100\,\text{kg/m}$;
- constante elástica do apoio B: $k = 1600\,\text{kN/m}$.

Resolução:

a) $F = K\Delta x$

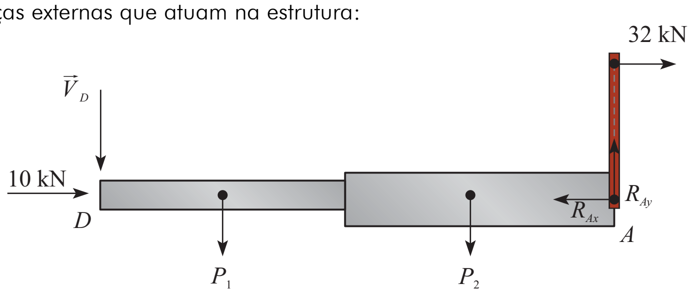
$F = 1600 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 3{,}2 \cdot 10^4\ \text{N}$

$= 32\,\text{kN}$, para a direita.

d) $A = \pi r^2 = 3{,}14(8\,\text{mm})^2 = 201\,\text{mm}^2 \cong 2{,}0 \cdot 10^{-4}\,\text{m}^2$

$\dfrac{F}{A} = \dfrac{32\,\text{kN}}{2 \cdot 10^{-4}\,\text{m}^2} = 16 \cdot 10^7\ \text{N/m}^2 = 160 \cdot 10^6\ \text{Pa} = 160\,\text{MPa}$, sendo um esforço de tração.

b) Vamos representar as 7 forças externas que atuam na estrutura:



As forças externas à estrutura são:

$P_1 = 2000\,\text{N} = 2\,\text{kN}$ da barra DE

$P_2 = 6\,\text{kN}$ da barra EA

$10\,\text{kN}$ horizontal

$V_D =$ carga vertical em D

Reação do apoio $B = 32\,\text{kN}$, horizontal para a direita

$R_{Ax} =$ reação horizontal do apoio A

$R_{Ay} =$ reação vertical do apoio A.

Força resultante horizontal = 0

$10\,\text{kN} + 32\,\text{kN} - R_{Ax} = 0 \Rightarrow R_{Ax} = 42\,\text{kN}$, para a esquerda

Força resultante vertical = 0

$P_1 + P_2 + V_D = R_{Ay}$

$8\,\text{kN} + V_D = R_{Ay}$ equação (I)

$\sum M^D = 0$

$+P_1 \cdot 1 + P_2 \cdot 3 + 32000 \cdot 1{,}5 - R_{Ay} \cdot 4 = 0$

$2000 + 18000 + 48000 = 4R_{Ay}$

$R_{Ay} = \dfrac{68000}{4} = 17\,\text{kN}$, para cima

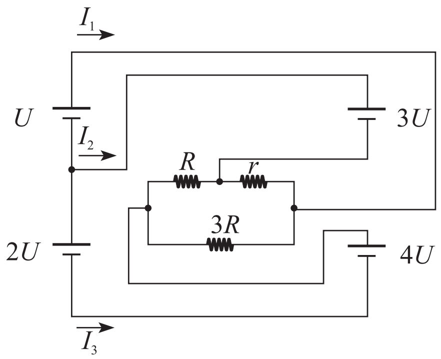
c) Utilizando a equação I:

$8\,\text{kN} + V_D = R_{Ay}$

$8\,\text{kN} + V_D = 17\,\text{kN}$

$V_D = 9\,\text{kN}$, para baixo.

Questão 06



A figura acima apresenta um circuito composto por quatro baterias e três resistores. Sabendo-se que I_1 é igual a $10\frac{U}{R}$, determine, em função de U e R:

a) a resistência r;

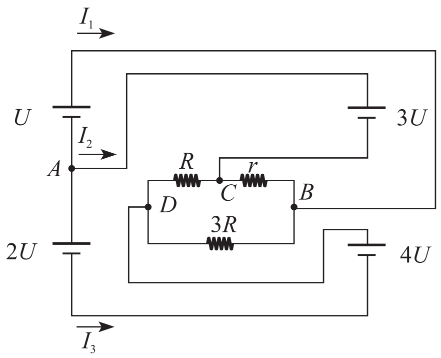
b) o somatório de I_1, I_2 e I_3;

c) a potência total dissipada pelos resistores;

d) a energia consumida pelo resistor $3R$ em 30 minutos.

Resolução:

Partindo do ponto A para analisar o circuito:



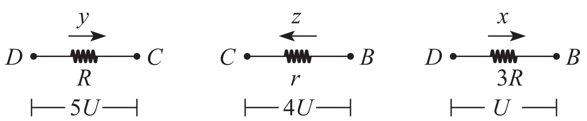
Os pontos B, C e D tem potenciais:

$V_B = V_A + U$

$V_C = V_A - 3U$

$V_D = V_A + 2U$

a) Olhando os resistores



Vemos que as correntes x, y, z se relacionam com i_1, i_2, i_3 da seguinte maneira: (Lei dos nós, Kirchhoff)

$x + y = i_3$

$z + y = -i_2$

$*z = x + i_1$

E podemos obter x, y, z:

$5V = R \cdot y$ $\quad$ $4V = r \cdot z$ $\quad$ $V = 3R \cdot x$

$y = 5 \cdot \frac{U}{R}$ $\quad$ $z = 4 \cdot \frac{U}{r}$ $\quad$ $x = \frac{1}{3} \cdot \frac{U}{R}$

Então, de * temos:

$4 \cdot \frac{U}{r} = \frac{1}{3} \cdot \frac{U}{R} + 10 \cdot \frac{U}{R}$, multiplicando por $\frac{R}{U}$

$4 \cdot \frac{R}{r} = \frac{1}{3} + 10$

$4\frac{R}{r} = \frac{31}{3}$

$r = \frac{12R}{31}$

b) $i_1 = 10\frac{U}{R}$ $\quad$ $z + y = -i_2$ $\quad$ $i_3 = x + y$

$$4 \cdot \frac{U}{r} + \frac{5U}{R} = -i_2 \qquad i_3 = \frac{15U}{3R} + \frac{1}{3}\frac{U}{R}$$

$$\frac{4 \cdot U}{\frac{12R}{31}} + \frac{5U}{R} = -i_2 \qquad i_3 = \frac{16}{3}\frac{U}{R}$$

$$\frac{31}{3}\frac{U}{R} + \frac{5 \cdot U}{R} = -i_2$$

$$i_2 = -\frac{46}{3} \cdot \frac{U}{R}$$

Logo: $i_1 + i_2 + i_3 = 10\frac{U}{R} - \frac{46}{3}\frac{U}{R} + \frac{16}{3}\frac{U}{R} = 0$, como era esperado pela lei dos nós em A.

c) Em R

$$P_O t_1 = R \cdot y^2$$

$$P_O t_1 = R \cdot \frac{25U^2}{R^2}$$

$$P_O t_1 = \frac{25U^2}{R}$$

Em $3R$

$$P_O t_2 = 3R \cdot x^2$$

$$P_O t_2 = 3R \cdot \frac{1}{9}\frac{U^2}{R^2}$$

$$P_O t_2 = \frac{U^2}{3R}$$

Em r

$$P_O t_3 = r \cdot z^2$$

$$P_O t_3 = \frac{12R}{31} \cdot \frac{31^2 \cdot U^2}{9R^2}$$

$$P_O t_3 = \frac{124}{3}\frac{U^2}{R}$$

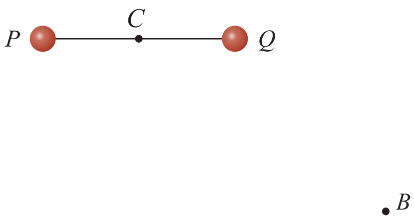
Então a potência total: $P_O t_T = P_O t_1 + P_O t_2 + P_O t_3 = \frac{200}{3}\frac{U^2}{R}$

d) $E = P_O t_2 \cdot \Delta t$, adotando U e R no S.I.

$$E = \frac{U^2}{3R} \cdot 1800$$

$$E = 600 \cdot \frac{U^2}{R}$$

Questão 07



A figura acima apresenta duas fontes sonoras P e Q que emitem ondas de mesma frequência. As fontes estão presas às extremidades de uma haste que gira no plano da figura com velocidade angular constante em torno do ponto C, equidistante de P e Q. Um observador, situado no ponto B também no plano da figura, percebe dois tons sonoros simultâneos distintos devido ao movimento das fontes. Sabendo-se que, para o observador, o menor intervalo de tempo entre a percepção de tons com a máxima frequência possível é T e a razão entre a máxima e a mínima frequência de tons é k, determine a distância entre as fontes.

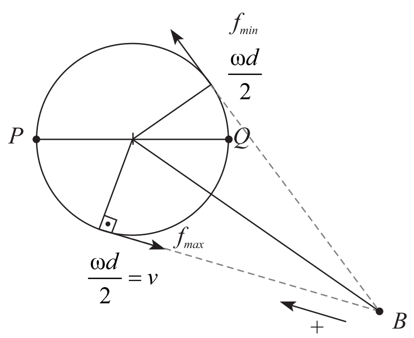
Dado:

- velocidade da onda sonora: v.

Observação:

- a distância entre B e C é maior que a distância entre P e C.

Resolução:



$$\omega = \frac{2\pi}{p} \therefore p = \frac{2\pi}{\omega} = 2T$$

$$\omega = \frac{\pi}{T}$$

$$\frac{f_{máx}}{v} = \frac{f}{v - \frac{\omega d}{2}}$$

$$\frac{f_{mín}}{v} = \frac{f}{v + \frac{\omega d}{2}}$$

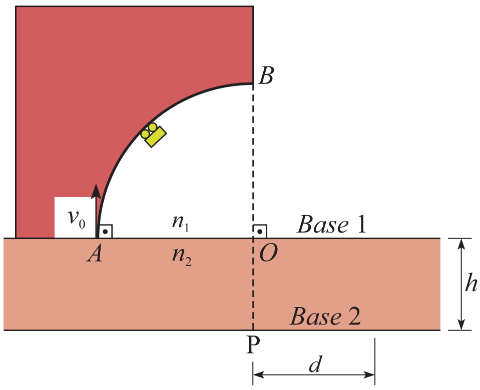
$$\frac{f_{máx}}{f_{mín}} = k$$

$$k = \frac{f_{máx}}{f_{mín}} = \frac{v + \frac{\omega d}{2}}{v - \frac{\omega d}{2}} \therefore kv - \frac{\omega d}{2}k = v + \frac{\omega d}{2}$$

$$(k-1)v = \frac{\omega d}{2}(k+1)$$

$$d = \frac{2(k-1)vT}{\pi(k+1)}$$

Questão 08



A figura acima mostra uma rampa AB no formato de um quarto de circunferência de centro O e raio r. Essa rampa está apoiada na interface de dois meios de índices de refração n_1 e n_2. Um corpo de dimensões desprezíveis é lançado do ponto A com velocidade escalar v_0, desliza sem atrito pela rampa e desprende-se dela por efeito da gravidade. Nesse momento, o corpo emite um feixe de luz perpendicular à sua trajetória na rampa, que encontra a Base 2 a uma distância d do ponto P.

Determine:

a) a altura relativa à Base 1 no momento em que o corpo se desprende da rampa, em função de v_0;

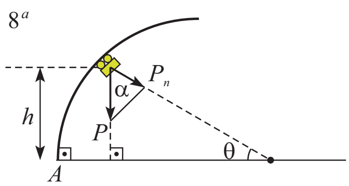
b) o valor de v_0 para que d seja igual a $0,75$ m;

c) a faixa de valores que d pode assumir, variando-se v_0.

Dados:

- aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$;
- raio da rampa: $|\overline{OA}| = 2$ m;
- espessura do meio 2: $h = 1$ m;
- índice de refração do meio 1: $n_1 = 1$;
- índice de refração do meio 2: $n_2 = 4/3$.

Resolução:

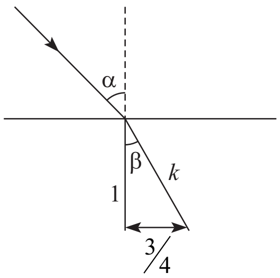


$$\frac{mv^2}{R} = mg \cdot \cos\alpha$$

$$v^2 = Rg \cdot \cos\alpha$$

a) $$\frac{m \cdot v_0^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2}$$
$$\frac{v_0^2}{2} = gh + \frac{Rg \cdot \cos\alpha}{2}$$
$$\frac{v_0^2}{2} = gh + \frac{Rg}{2} \cdot \frac{h}{2}$$
$$\frac{v_0^2}{2} = 10h + 5h$$
$$\frac{v_0^2}{2} = 15h$$
$$h = \frac{v_0^2}{30}$$

b)

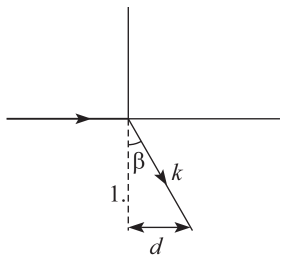


$$k^2 = 1^2 + \frac{9}{16}$$
$$k^2 = \frac{25}{16} = \frac{5}{4}$$

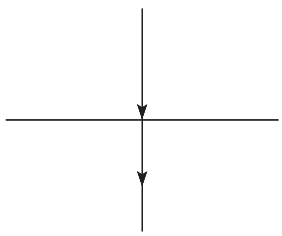
$$1 \cdot \operatorname{sen}\alpha = \frac{4}{3} \cdot \operatorname{sen}\beta$$
$$1 \cdot \operatorname{sen}\alpha = \frac{4}{3} \cdot \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}}$$
$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5}$$
$$\operatorname{sen}\alpha = 0{,}8 \Rightarrow \cos\alpha = 0{,}6$$
$$\frac{h}{2} = 0{,}6 \Rightarrow h = 1{,}2 \text{ m}$$
Como: $h = \frac{v_0^2}{30}$
$$v_0^2 = 30 \cdot 1{,}2$$
$$v_0 = \sqrt{36}$$
$$v_0 = 6 \text{ m/s}$$

c) Para incidência rasante

$$1 \cdot \operatorname{sen}90° = \frac{4}{3} \cdot \operatorname{sen}\beta$$
$$\operatorname{sen}\beta = \frac{3}{4}$$
$$1 + \operatorname{cotg}^2\beta = \operatorname{cossec}^2\beta$$
$$1 + \frac{1}{d^2} = \frac{16}{9}$$



$$\frac{1}{d^2} = \frac{16}{9} - 1$$
$$\frac{1}{d^2} = \frac{7}{9} \Rightarrow d^2 = \frac{9}{7} \Rightarrow d = \frac{3\sqrt{7}}{7} \text{m}$$
$$0 \le d \le \frac{3\sqrt{7}}{7} \text{m}$$



$d = 0$

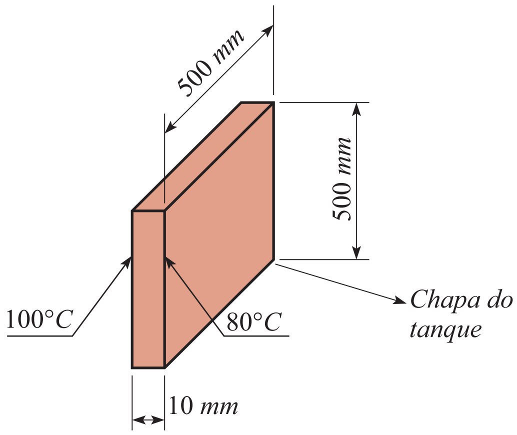
Questão 09

Uma fábrica produz um tipo de resíduo industrial na fase líquida que, devido à sua toxidade, deve ser armazenado em um tanque especial monitorado à distância, para posterior tratamento e descarte.

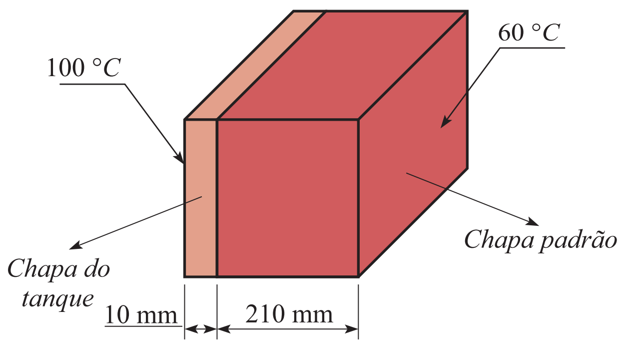
Durante uma inspeção diária, o controlador desta operação verifica que o medidor de capacidade do tanque se encontra inoperante, mas uma estimativa confiável indica que $1/3$ do volume do tanque se encontra preenchido pelo resíduo. O tempo estimado para que o novo medidor esteja totalmente operacional é de três dias e neste intervalo de tempo a empresa produzirá, no máximo, oito litros por dia de resíduo.

Durante o processo de tratamento do resíduo, constata-se que, com o volume já previamente armazenado no tanque, são necessários dois minutos para que uma determinada quantidade de calor eleve a temperatura do líquido em 60° C. Adicionalmente, com um corpo feito do mesmo material do tanque de armazenamento, são realizadas duas experiências relatadas abaixo:

Experiência 1: Confecciona-se uma chapa de espessura 10 mm cuja área de seção reta é um quadrado de lado 500 mm. Com a mesma taxa de energia térmica utilizada no aquecimento do resíduo, nota-se que a face esquerda da chapa atinge a temperatura de 100° C enquanto que a face direita alcança 80° C.



Experiência 2: A chapa da experiência anterior é posta em contato com uma chapa padrão de mesma área de seção reta e espessura 210 mm. Nota-se que, submetendo este conjunto a 50% da taxa de calor empregada no tratamento do resíduo, a temperatura da face livre da chapa padrão é 60° C enquanto que a face livre da chapa da experiência atinge 100° C.



Com base nestes dados, determine se o tanque pode acumular a produção do resíduo nos próximos três dias sem risco de transbordar. Justifique sua conclusão através de uma análise termodinâmica da situação descrita e levando em conta os dados abaixo:

Dados:
- calor específico do resíduo: 5000 J/kg °C;
- massa específica do resíduo: 1200 kg/m^3;
- condutividade térmica da chapa padrão: 420 W/m °C.

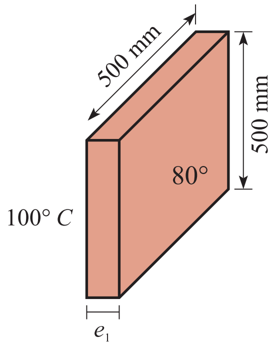
Resolução:

Experiência 1

$$\varnothing_1 = \frac{K_1 \cdot A \cdot \Delta\theta_1}{e_1}$$

$$\varnothing = K_1 \frac{A(100-80)}{e_1}$$

$$\varnothing = 20 \frac{K_1 \cdot A}{e_1}$$



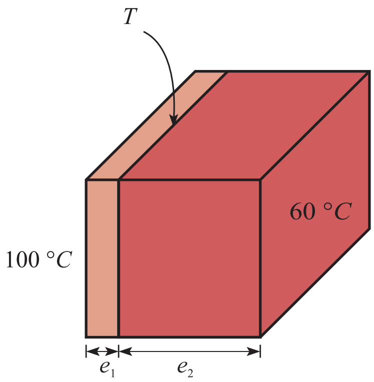
Experiência 2

Fluxo na primeira chapa

$$\varnothing_1 = \frac{K_1 \cdot A \cdot \Delta\theta_1}{e_1}$$

$$\frac{\varnothing}{2} = K_1 \frac{A \cdot (100-T)}{e_1}$$

$$\varnothing = 2(100-T) \cdot \frac{K_1 A}{e_1}$$



Logo:

$$20 \frac{K_1 \cdot A}{e_1} = 2(100-T) \cdot \frac{K_1 \cdot A}{e_1}$$

$$20 = 200 - 2T$$

$$T = 90° C$$

(Temperatura na interface entre as duas chapas)

Fluxo na chapa padrão

$$\varnothing_2 = \frac{\varnothing}{2} = K_2 \cdot \frac{A \cdot \Delta\theta_2}{e_2}$$

$$\varnothing = 2 \cdot 420 \cdot \frac{(500 \cdot 10^{-3})^2 \cdot (90-60)}{210 \cdot 10^{-3}}$$

$$\varnothing = 30000 \text{ J/s}$$

$$\varnothing = \frac{Q}{\Delta t} \qquad 30000 = \frac{Q}{120} \qquad Q = 3{,}6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Massa do resíduo:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

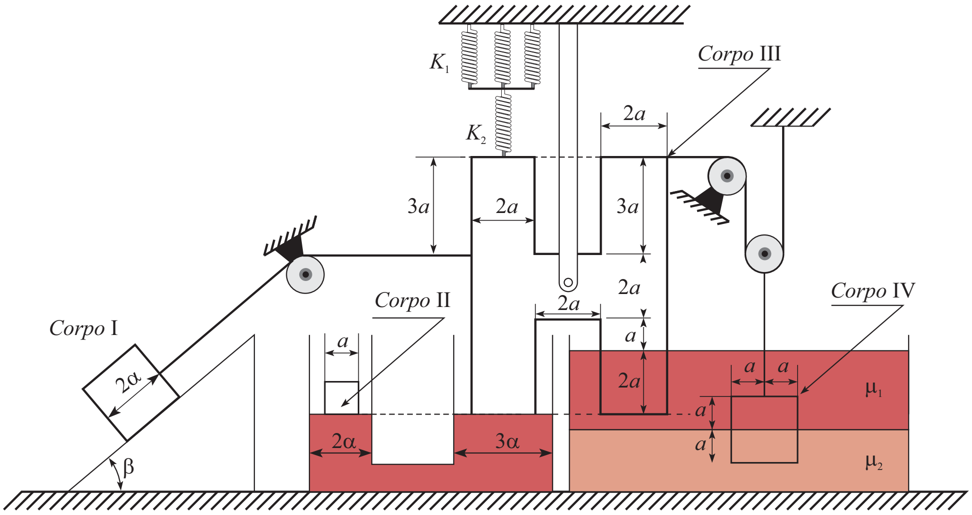
$$3{,}6 \cdot 10^6 = m \cdot 5000 \cdot 60$$

$$m = 12 \text{ kg}$$

$$\mu = \frac{m}{V} \qquad V = \frac{12}{1200} \qquad V = 0{,}01 \text{ m}^3 \qquad \Rightarrow V = 10\ \ell$$

$10\ \ell$ equivalem a $\frac{1}{3}$ do volume, ou seja, a capacidade do tanque é 30ℓ.

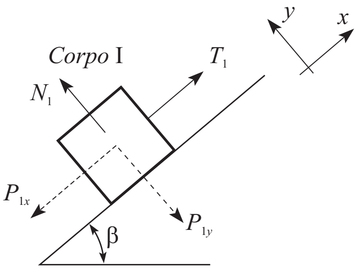
Como já existem 10ℓ, ao se adicionarem 24ℓ ocorrerá o transbordamento.



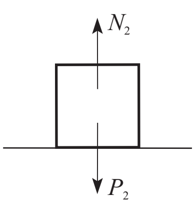
Quatro corpos rígidos e homogêneos (I, II, III e IV) de massa específica μ_0, todos com espessura a (profundidade em relação à figura), encontram-se em equilíbrio estático, com dimensões de seção reta representadas na figura. Os corpos I, II e IV apresentam seção reta quadrada, sendo: o corpo I apoiado em um plano inclinado sem atrito e sustentado por um fio ideal; o corpo II apoiado no êmbolo menor de diâmetro $2a$ de uma prensa hidráulica que contém um líquido ideal; e o corpo IV imerso em um tanque contendo dois líquidos de massa específica μ_1 e μ_2. O corpo III apresenta seção reta em forma de H e encontra-se pivotado exatamente no ponto correspondente ao seu centro de gravidade. Um sistema de molas ideais, comprimido de x, atua sobre o corpo III. O sistema de molas é composto por três molas idênticas de constante elástica K_1 associadas a outra mola de constante elástica K_2. No vértice superior direito do corpo III encontra-se uma força proveniente de um cabo ideal associado a um conjunto de polias ideais que sustentam o corpo imerso em dois líquidos imiscíveis. A parte inferior direita do corpo III se encontra imersa em um dos líquidos e a parte inferior esquerda está totalmente apoiada sobre o êmbolo maior de diâmetro $3a$ da prensa hidráulica. Determine o ângulo β do plano inclinado em função das variáveis enunciadas, assumindo a condição de equilíbrio estático na geometria apresentada e a aceleração da gravidade como g.

Resolução:

Se o sistema como um todo encontra-se em equilíbrio, podemos analisar separadamente os equilíbrios de cada corpo.

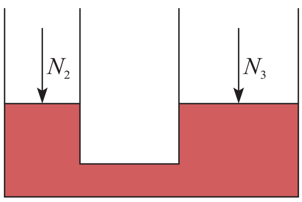


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 = P_{1y}$$
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T_1 = P_{1x}$$
$$T_1 = P_1 \cdot \operatorname{sen}\beta$$
Onde $P_1 = 4a^3\mu_0 g$
$$\Rightarrow T_1 = 4a^3\mu_0 g \operatorname{sen}\beta \quad (i)$$



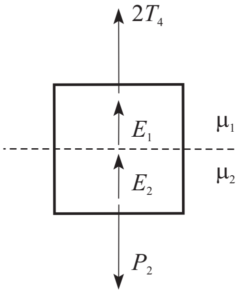
$$\sum F_V = 0 \Rightarrow N_2 = P_2 = a^3\mu_0 g$$

No sistema hidráulico, temos (Princípio de Pascal)

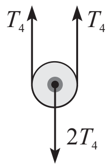


$$\frac{N_2}{\frac{\pi(2a)^2}{4}} = \frac{N_3}{\frac{\pi(3a)^2}{4}} \Rightarrow \frac{N_2}{4} = \frac{N_3}{9}$$
$$N_3 = \frac{9}{4}N_2 = \frac{9}{4}a^3\mu_0 g \quad (ii)$$

Corpo IV



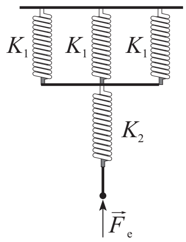
Roldana móvel



$$\sum F_V = 0 \Rightarrow 2T_4 + E_1 + E_2 - P_4 = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} T_4 = \dfrac{P_4 - E_1 - E_2}{2} \\ \textit{onde} \\ P_4 = 4\mu_0 a^3 g \\ E_1 = 2\mu_1 a^3 g \\ E_2 = 2\mu_0 a^3 g \end{array}\right\} \; T_4 = a^3 g\left(2\mu_0 - \mu_1 - \mu_2\right) \qquad (iii)$$

Mola equivalente

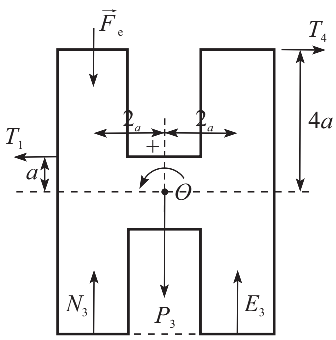


$$Keq = \frac{3K_1K_2}{3K_1 + K_2}$$

$$F_e = Keq \cdot x$$

$$\Rightarrow F_e = \frac{3K_1K_2}{3K_1 + K_2} \cdot x \quad (iv)$$

Corpo III



$$\sum M_\theta = 0$$

$$+Fe\, 2a + T_1 a + E_3 \cdot 2a - N_3 \cdot 2a - T_4 \cdot 4a = 0$$

$$2Fe + T_1 + 2E_3 - 2N_3 - 4T_4 = 0$$

Substituindo *i*, *ii*, *iii* e *iv* na equação acima:

$$2 \cdot \frac{3K_1K_2}{3K_1 + K_2} \cdot x + 4a^3\mu_0 g \text{ sen } \beta + 2 \cdot 4a^3\mu_1 g - 2\frac{9}{4}a^3\mu_0 g \; -4a^3 g\left(2\mu_0 - \mu_1 - \mu_2\right) = 0$$

$$4a^3\mu_0 g \,\text{sen}\,\beta = 8a^3\mu_0 g - 4a^3\mu_1 g - 4a^3\mu_2 g - 8a^3\mu_1 g \; + \frac{9}{2}a^3\mu_0 g - \frac{6K_1K_2x}{3K_1 + K_2}$$

$$4a^3\mu_0 g \,\text{sen}\,\beta = \frac{25}{2}a^3\mu_0 g - 12a^3\mu_1 g - 4a^3\mu_2 g - \frac{6K_1K_2x}{3K_1 + K_2}$$

$$\Rightarrow sen\beta = \frac{25}{8} - 3\frac{\mu_1}{\mu_0} - \frac{\mu_2}{\mu_0} - \frac{6K_1K_2x}{4a^3\mu_0 g\left(3K_1 + K_2\right)}$$

$$\beta = \text{arc sen}\left[\frac{25}{8} - 3\frac{\mu_1}{\mu_0} - \frac{\mu_2}{\mu_0} - \frac{3K_1K_2x}{2a^3\mu_0 g\left(3K_1 + K_2\right)}\right]$$

Física
Anderson
André Villar
Cícero
Marcelo
Marcos
Moisés
Vinícius Miranda
Wesley

Colaboradores
Aline Alkmin, Carolina Chaveiro, Igor Macedo, José Diogo,
Moisés Humberto, Nathally Cortez, Paulo Adorno

Digitação e Diagramação
Daniel Alves
Érika Rezende
João Paulo
Valdivina Pinheiro

Desenhistas
Luciano Lisboa, Rodrigo Ramos

Projeto Gráfico
Vinicius Ribeiro

Assistente Editorial
Valdivina Pinheiro

Supervisão Editorial
José Diogo
Rodrigo Bernadelli
Marcelo Moraes

A ***Resolução Comentada*** *das provas do IME poderá ser obtida diretamente no*

OLIMPO *Pré-Vestibular, ou pelo telefone* ***(62) 3088-7777***

As escolhas que você fez nessa prova, assim como outras escolhas na vida, dependem de conhecimentos, competências, conhecimentos e habilidades específicos. Esteja preparado.

www.grupoolimpo.com.br

opirus EDITORA

olimpo