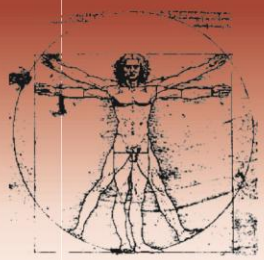


"A matemática é o alfabeto com que Deus escreveu o mundo"
Galileu Galilei

Questão 01

Qual é o menor número?

A) $\pi \cdot 8!$
B) 9^9
C) $2^{2^{2^2}}$
D) 3^{3^3}
E) $2^{13} \cdot 5^3$

Resolução:

Como queremos o menor número, vamos comparar

$3^{3^3} = 3^{27}$ e $9^9 = \left(3^2\right)^9 = 3^{18}$ e $3^{18} < 3^{27}$

Assim $9^9 < 3^{3^3}$. Assim letra "D" não vale e a letra "B" ganha.

Como $3^{18} > 2^{18} > 2^{16} = 2^{2^{2^2}}$, assim "B" perde e "C" ganha.

Comparando $2^{13} \cdot 5^3 = 2^{10} \cdot 2^3 \cdot 5^3 = 1024 \cdot 10^3 > 10^3 \cdot 10^3 = 10^6$

Mas podemos escrever $2^{13} \cdot 125 < 2^{13} \cdot 2^7 = 2^{20}$, assim $2^{13} \cdot 5^3 \cong 2^{20} > 2^{16}$ assim, "e" ganha novamente ou $2^{16} < 10^6$, $2^8 < 10^3$, $256 < 1000$

Só nos resta letra "A", $\pi \cdot 8! \cong 3 \cdot 56 \cdot 6! = 168 \cdot 720 > 2^{16} = 1024 \cdot 64$, o que conclui com letra "C".

Alternativa C

Questão 02

Seja a matriz $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{bmatrix}$, em que a, b e c são números reais positivos satisfazendo $abc = 1$. Sabe-se que $A^T A = I$, em que A^T é a matriz transposta de A e I é a matriz identidade de 3ª ordem. O produto dos possíveis valores de $a^3 + b^3 + c^3$ é

A) 2
B) 4
C) 6
D) 8
E) 10

Resolução:

$$\boxed{\begin{array}{l} Lembrem-se: \\ \cdot \det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B) \\ \cdot \det(A^T) = \det(A) \end{array}}$$

$A^T \cdot A = I \Rightarrow \det(A) = \pm 1$

$\det(A) = abc + abc + abc - c^3 - a^3 - b^3 = 3 - a^3 - b^3 - c^3$

Se $\det(A) = 1$, então: $3 - a^3 - b^3 - c^3 = 1 \Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 2$

Se $\det(A) = -1$, então: $3 - a^3 - b^3 - c^3 = -1 \Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 4$

Portanto o produto dos possíveis valores $a^3 + b^3 + c^3$ é 8.

Alternativa D

Questão 03

Sejam $W=\{y\in\Re|2k+1\le y\le 3k-5\}$ e $S=\{y\in\Re|3\le y\le 22\}$. Qual é o conjunto dos valores de $k\in\Re$ para o qual $W\ne\varnothing$ e $W\subseteq(W\cap S)$?

A) $\{1\le k\le 9\}$

B) $\{k\le 9\}$

C) $\{6\le k\le 9\}$

D) $\{k\le 6\}$

E) $\varnothing$

Resolução:

Como $W\ne 0$, teremos $3k-5\ge 2k+1$, $k\ge 6$ o que nos dá $y\ge 3$. E $3k-5\le 22$, $3k\le 27$, $k\le 9$

Logo $6\le k\le 9$

Observação: Como $W\subseteq(W\cap S)$, entende-se que $W\subset(W\cap S)$ ou $W=(W\cap S)$.

Alternativa C

Questão 04

Sabe-se $y\cdot z\cdot\sqrt{z\cdot\sqrt{x}}=x\cdot y^3\cdot z^2=\dfrac{x}{z\cdot\sqrt{y\cdot z}}=e$, em que e é a base dos logaritmos naturais. O valor de $x+y+z$ é

A) e^3+e^2+1

B) $e^2+e^{-1}+e$

C) e^3+1

D) $e^3+e^{-2}+e$

E) $e^3+e^{-2}+e^{-1}$

Resolução:

$$\begin{cases} y\cdot z\cdot\sqrt{z\cdot\sqrt{x}}=e \\ x\cdot y^3\cdot z^2=e \\ \dfrac{x}{z\cdot\sqrt{y\cdot z}}=e \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} x^{1/4}\cdot y\cdot z^{3/2}=e \\ x\cdot y^3\cdot z^2=e \\ x\cdot y^{-1/2}\cdot z^{-3/2}=e \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ell n\left(x^{1/4}\cdot y\cdot z^{3/2}\right)=1 \\ \ell n\left(x\cdot y^3\cdot z^2\right)=1 \\ \ell n\left(x\cdot y^{-1/2}\cdot z^{-3/2}\right)=1 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} \dfrac{1}{4}\ell nx+\ell ny+\dfrac{3}{2}\ell nz=1 \\ \ell nx+3\ell ny+2\ell nz=1 \\ \ell nx-\dfrac{1}{2}\ell ny-\dfrac{3}{2}\ell nz=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ell nx+4\ell ny+6\ell nz=4 \\ \ell nx+3\ell ny+2\ell nz=1 \\ 2\ell nx-\ell ny-3\ell nz=2 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} \ell nx+4\ell ny+6\ell nz=4 \\ \ell ny+4\ell nz=3 \\ 9\ell ny+15\ell nz=6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases} \ell nx+4\ell ny+6\ell nz=4 \\ \ell ny+4\ell nz=3 \\ 21\ell nz=21 \end{cases}$$

$\therefore \ell nz=1\Rightarrow z=e$

$\ell ny+4=3\Rightarrow \ell ny=-1\Rightarrow y=e^{-1}$

$\ell nx-4+6=4\Rightarrow \ell nx=2\Rightarrow x=e^2$

$\therefore x+y+z=e^2+e^{-1}+e$

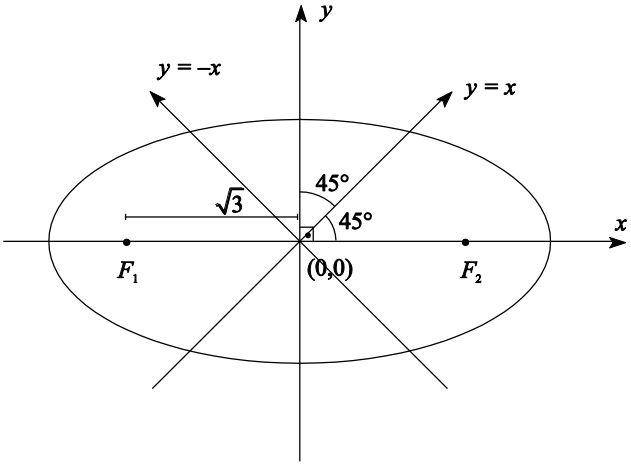
Alternativa B

Questão 05

Uma elipse cujo centro encontra-se na origem e cujos eixos são paralelos ao sistema de eixos cartesianos possui comprimento da semi-distância focal igual a $\sqrt{3}$ e excentricidade igual a $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Considere que os pontos A, B, C e D representam as interseções da elipse com as retas de equações $y = x$ e $y = -x$. A área do quadrilátero $ABCD$ é

A) 8
B) 16
C) $\frac{16}{3}$
D) $\frac{16}{5}$
E) $\frac{16}{7}$

Resolução:



$c = \sqrt{3}$ e

$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $a = 2$, como $a^2 = b^2 + c^2$, temos

$2^2 = b^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2$, $b^2 = 1$, $b = \pm 1$, A e quase será

$\frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1$, como $x = y$, substituindo vem

$\frac{x^2}{4} + x^2 = 1$, $5x^2 = 4$, $x = \pm\frac{2\sqrt{5}}{5}$, e pela simetria da elipse o que procuramos será a área de um quadrado de lado $2x = \frac{4\sqrt{5}}{5}$, assim a área será $\left(\frac{4\sqrt{5}}{5}\right)^2 = \frac{16 \cdot 5}{25} = \frac{16}{5}$

Alternativa D

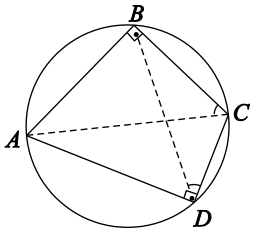
Questão 06

Em um quadrilátero $ABCD$, os ângulos ABC e CDA são retos. Considere que $\text{sen}\left(BDC\right)$ e $\text{sen}\left(BCA\right)$ sejam as raízes da equação $x^2 + bx + c = 0$, onde b, c $\in \Re$. Qual a verdadeira relação satisfeita por b e c?

A) $b^2 + 2c^2 = 1$
B) $b^4 + 2c^2 = b^2 c$
C) $b^2 + 2c = 1$
D) $b^2 - 2c^2 = 1$
E) $b^2 - 2c = 1$

Resolução:

Como os ângulos ABC e CDA são opostos e suplementares, segue que o quadrilátero é inscritível. Portanto:



Desta forma temos:

Ângulo BCA inscrito. Logo: $BCA = \frac{AB}{2}$

Ângulo BDC é inscrito. Logo: $BDC = \frac{BC}{2}$

Como $\frac{AB}{2} + \frac{BC}{2} = \frac{\pi}{2}$, segue que $BCA + BDC = \frac{\pi}{2}$

Daí: $\text{sen}(BCA) = \cos(BDC)$ e $\text{sen}(BDC) = \cos(BCA)$

Como $\text{sen}^2(BCA) + \cos^2(BCA) = 1 \Rightarrow \text{sen}^2(BCA) + \text{sen}^2(BCD) = 1$

Como $\text{sen}(BCD)$ e $\text{sen}(BCA)$ são as raízes de $x^2 + bx + c = 0$

$\text{sen}(BCD) + \text{sen}(BCA) = -b \Rightarrow \text{sen}^2(BCD) + 2 \cdot \text{sen}(BCD) \cdot \text{sen}(BCA) +$

$+\text{sen}^2(BCA) = b^2 \Rightarrow 1 + 2 \cdot c = b^2 \Rightarrow b^2 - 2c = 1$

Alternativa E

Questão 07

Sejam uma circunferência C com centro O e raio R, e uma reta r tangente a C no ponto T. Traça-se o diâmetro AB oblíquo a r. A projeção de AB sobre r é o segmento PQ. Sabendo que a razão entre OQ e o raio R é $\sqrt{7}/2$, o ângulo, em radianos, entre AB e PQ é

A) $\frac{\pi}{4}$

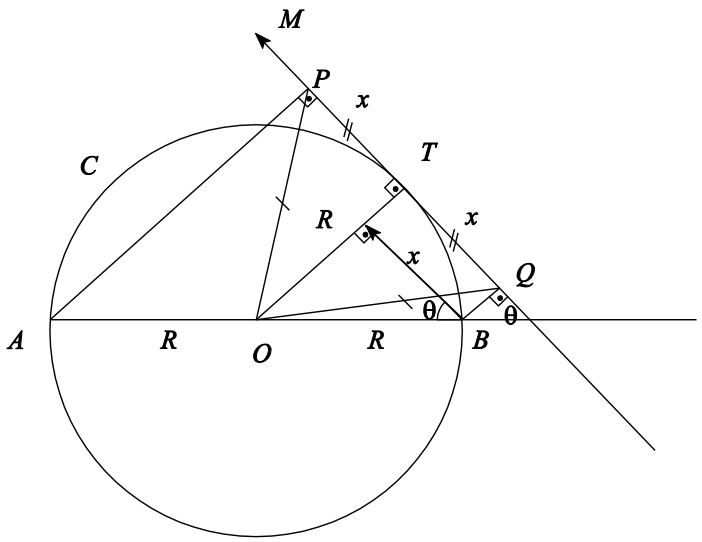
B) $\frac{\pi}{6}$

C) $\frac{5\pi}{18}$

D) $\frac{\pi}{3}$

E) $\frac{7\pi}{18}$

Resolução:



$$\frac{\overline{OQ}}{R}=\frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$(OQ)^2=R^2+x^2$$

$$\frac{\sqrt{R^2+x^2}}{R}=\frac{\sqrt{7}}{2},$$

$$\frac{R^2}{R^2}+\frac{x^2}{R^2}=\frac{7}{4},\ 1+\frac{x^2}{R^2}=\frac{7}{4},\ \boxed{\frac{x^2}{R^2}=\frac{3}{4}}$$

$$\cos\theta=\frac{x}{R}=\frac{\sqrt{3}}{2},\ \theta=30^{\circ}=\frac{\pi}{6}$$

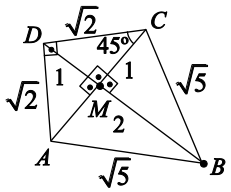
Alternativa B

Questão 08

Seja $SABCD$ uma pirâmide, cuja base é um quadrilátero convexo $ABCD$. A aresta SD é a altura da pirâmide. Sabe-se que $\overline{AB}=\overline{BC}=\sqrt{5},\ \overline{AD}=\overline{DC}=\sqrt{2},\ \overline{AC}=2$ e $\overline{SA}+\overline{SB}=7.$ O volume da pirâmide é

A) $\sqrt{5}$
B) $\sqrt{7}$
C) $\sqrt{11}$
D) $\sqrt{13}$
E) $\sqrt{17}$

Resolução:

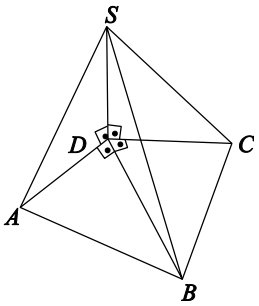


No quadrilátero $ABCD$ temos: $AD^2+DC^2=\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2=4=AC^2$

Logo o triângulo isósceles ADC é retângulo em D. Sendo M o ponto médio da hipotenusa $\overline{AC}$, a altura DM é dada por CD $\operatorname{sen}45^{\circ}=\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=1.$

No triângulo isósceles ABC, a altura BM é dada por $\sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^2 - 1^2} = 2.$ Assim, a área do quadrilátero $ABCD$ é igual a:

$$[ABCD] = \frac{DB \cdot AC}{2} = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3$$



Na pirâmide $SABCD$ temos que $\overline{SD} \perp \overline{AD}$ e $\overline{SD} \perp \overline{DB}.$ Deste modo:

$$\left| \begin{array}{l} SA^2 = AD^2 + SD^2 = 2 + SD^2 (1) \\ SB^2 = DB^2 + SD^2 = 9 + SD^2 (2) \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow SB^2 - SA^2 = 7 \Rightarrow (SB - SA)(SA + SB) = 7$$

Como é dado que $SA + SB = 7$, temos:

$$\left| \begin{array}{l} SA + SB = 7 \\ SB - SA = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} SA = 3 \\ SB = 4 \end{array} \right.$$

Substituindo $SB = 4$ em (2): $SD^2 = 4^2 - 9 = 7 \Rightarrow SD = \sqrt{7}$

Portanto, o volume da pirâmide $SABCD$ é dado por $\frac{1}{3}[ABCD] \cdot SD = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \sqrt{7} = \sqrt{7}$

Alternativa B

Questão 09

Seja $f : \Re \to \Re$ uma função real definida por $f(x) = x^2 - \pi x.$ Sejam também a, b, c e d números reais tais que: $a = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$; $b = \tan^{-1}\left(\frac{5}{4}\right)$; $c = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)$ e $d = \cot g^{-1}\left(-\frac{5}{4}\right).$ A relação de ordem, no conjunto dos reais, entre as imagens $f(a), f(b), f(c)$ e $f(d)$ é

A) $f(b) > f(a) > f(d) > f(c)$
B) $f(d) > f(a) > f(c) > f(b)$
C) $f(d) > f(a) > f(b) > f(c)$
D) $f(a) > f(d) > f(b) > f(c)$
E) $f(a) > f(b) > f(d) > f(c)$

Resolução:

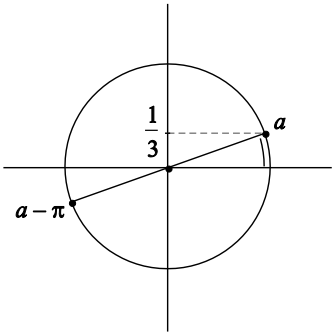
$$\text{sen}\, a = 1/3;\ \text{tg} b = \frac{5}{4};\ \cos c = -1/3;\ \text{tg} d = \frac{-4}{5}$$

$f(n) = n(n - \pi)$

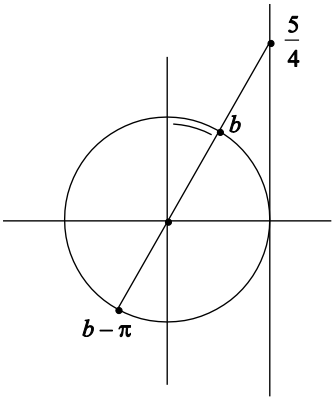
n e $n - \pi$ são opostos em relação à origem do ciclo.

Quanto mais próximos do eixo $\cos$, maior o produto, quanto mais próximos do eixo sen, menor ou mais negativo o produto.

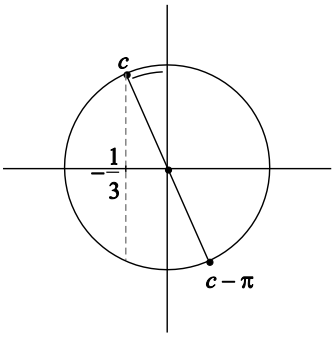
a) $f(a) = a(a \cdot \pi)$



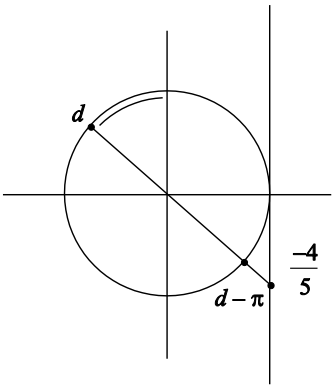
b) $f(b) = b(b-\pi)$



c)



d)



$f(a) > f(d) > f(b) > f(c)$

Alternativa D

Questão 10

Sabe-se que o valor do sexto termo da expansão em binômio de Newton de $\left(2^{\log_2\sqrt{3^{(x-1)}+7}} + \frac{1}{\frac{1}{2^{\frac{1}{5}\log_2\left(3^{(x-1)}+1\right)}}}\right)^7$ é 84. O valor da soma dos possíveis valores de x é

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

Resolução:

$$\binom{7}{5}\left[2^{\log_2\sqrt{9^{x-1}+7}}\right]^2\cdot\left[2^{-\frac{1}{5}\log_2\left(3^{x-1}+1\right)}\right]^5=$$

$$\frac{7\cdot 6}{2}\cdot\left[2^{2\cdot\frac{1}{2}\log_2\left(9^{x-1}+7\right)}\right]\cdot\left[2^{-5\cdot\frac{1}{5}\log_2\left(3^{x-1}+1\right)}\right]=$$

$$=21.\left[9^{x-1}+7\right]\left[\frac{1}{3^{x-1}+1}\right]=84$$

Logo:

$9^{x-1}+7=4\left(3^{x-1}+1\right)\Leftrightarrow$

$\left(3^{x-1}\right)^2-4\cdot 3^{x-1}+3=0\Leftrightarrow 3^{x-1}=1$ ou $3^{x-1}=3\Leftrightarrow x=1$ ou $x=2$

A soma dos possíveis valores de x é $1+2=3$.

Alternativa C

Questão 11

Para o número complexo z que descreve o lugar geométrico representado pela desigualdade $|z-26i|\leq 10$, sejam α_1 e α_2 os valores máximo e mínimo de seu argumento. O valor de $|\alpha_1-\alpha_2|$ é

A) $\pi-\tan^{-1}\left(\frac{5}{12}\right)$

B) $2\cdot\tan^{-1}\left(\frac{5}{13}\right)$

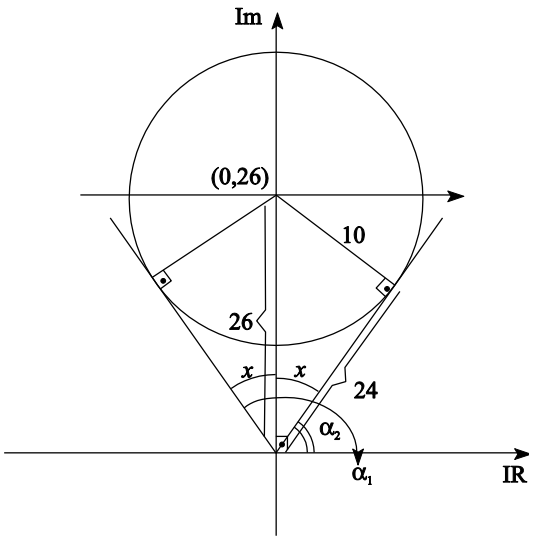
C) $\tan^{-1}\left(\frac{5}{13}\right)$

D) $2\cdot\tan^{-1}\left(\frac{5}{12}\right)$

E) $2\cdot\tan^{-1}\left(\frac{12}{5}\right)$

Resolução:

Como $|z-26i|=|z-(0+26i)|\leq 10$ representa um círculo de raio 10 e com centro no ponto $(0,\,26)$



Como $\operatorname{tg}x=\frac{10}{24}=\frac{5}{12}$, $x=\operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{5}{12}\right)$, logo

$2x=2\cdot\operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{5}{12}\right)$

Alternativa D

Questão 12

Em uma progressão aritmética crescente, a soma de três termos consecutivos é S_1 e a soma de seus quadrados é S_2. Sabe-se que os dois maiores desses três termos são raízes da equação $x^2 - S_1 x + \left(S_2 - \frac{1}{2}\right) = 0$. A razão desta PA é

A) $\frac{1}{6}$

B) $\frac{\sqrt{6}}{6}$

C) $\sqrt{6}$

D) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

E) 1

Resolução:

Sendo (x_1, x_2, x_3) os termos consecutivos da PA de razão positiva r, temos, conforme o enunciado, que x_2 e x_3 são raízes de $x^2 + S_1 x + \left(S_2 - \frac{1}{2}\right) = 0$.

Assim: $x_2 + x_3 = S_1 \leftrightarrow x_2 + x_3 = x_1 + x_2 + x_3 \leftrightarrow x_1 = 0$.

Deste modo $x_2 = r$ e $x_3 = 2r$ e $x_1 + x_2 + x_3 = S_1 \leftrightarrow r = \frac{S_1}{3}, x_2 = \frac{S_1}{3}, x_3 = \frac{2S_1}{3}$

Ainda: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = S_2 \leftrightarrow 0^2 + \frac{S_1^2}{9} + \frac{4S_1^2}{9} = S_2 \leftrightarrow S_2 = \frac{5S_1^2}{9}$

O produtos das raízes x_2 e x_3 de (x) é dado por:

$$x_2 \cdot x_3 = S_2 - \frac{1}{2} \leftrightarrow \frac{S_1}{3} \cdot \frac{2S_1}{3} = \frac{5S_1^2}{9} - \frac{1}{2} \leftrightarrow \frac{S_1^2}{3} = \frac{1}{2} \leftrightarrow S_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Portanto, $r = \frac{S_1}{3} = \frac{\sqrt{6}}{6}$

Alternativa B

Questão 13

Sabe-se que uma das raízes da equação $y^2 - 9y + 8 = 0$ pode ser representada pela expressão $e^{\left(\text{sen}^2 x + \text{sen}^4 x + \text{sen}^6 x + \ldots\right)\ln 2}$.

Sendo $0 < x < \frac{\pi}{2}$, o valor da razão $\frac{\cos x}{\cos x + \text{sen}\, x}$ é

A) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

B) $\sqrt{3}-1$

C) $\sqrt{3}$

D) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

E) $\sqrt{3}+1$

Observação:

- $\ln 2$ representa o logaritmo neperiano de 2

Resolução:

$y^2 - 9y + 8 = 0$

$y' = 8$ e $y'' = 1$

$e^{\text{sen}^2\left(1 + \text{sen}^2 + \text{sen}^4 + \ldots\right)\ln 2}$

$\left(1 + \text{sen}^2 + \text{sen}^4 + \ldots\right)$ - PG infinita de razão sen^2 e $a_1 = 1$

$$e^{\text{sen}^2\left(\frac{1}{1-\text{sen}^2}\right)\cdot \ln 2} \Rightarrow e^{\left(\frac{\text{sen}^2}{\cos^2}\right)\cdot \ln 2} \Rightarrow \left(e^{\ln 2}\right)^{\text{tg}^2 x} \Rightarrow \alpha^{\text{tg}^2 x}$$

Logo $\alpha^{\text{tg}^2 x}$ é uma das raízes.

$\alpha^{tg^2 x} = 1$

$tg^2 x = 0$

$tg\, x = 0$ (Não serve pois $0 < x < \frac{\pi}{2}$)

Ou

$\alpha^{tg^2 x} = \alpha^3$

$tg^2 x = 3$

$tg\, x = \sqrt{3}$

$sen\, x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\cos x = \frac{1}{2}$

$$\frac{\cos x}{sen\, x + \cos x} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}+1}{2}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

Alternativa A

Questão 14

Sejam $f(x) = sen(\log x)$ e $g(x) = \cos(\log x)$ duas funções reais, nas quais $\log x$ representa o logaritmo decimal de x.

O valor da expressão $f(x) \cdot f(y) - \frac{1}{2}\left[g\left(\frac{x}{y}\right) - g(x \cdot y)\right]$ é

A) 4
B) 3
C) 2
D) 1
E) 0

Resolução:

$f(x) = sen(\log x)$ e $g(x) = \cos(\log x)$

$$f(x) \cdot f(y) - \frac{1}{2}\left[g\left(\frac{x}{y}\right) - g(x \cdot y)\right]$$

$$sen(\log x) \cdot sen(\log y) - \frac{1}{2}\left[\cos\left[\log\left(\frac{x}{y}\right)\right] - \cos(\log xy)\right]$$

Fazendo $\log x = a$ e $\log y = b$ fica

$$sen\, a \cdot sen\, b - \frac{1}{2}(\cos(a-b) - \cos(a+b))$$

$$sen\, a \cdot sen\, b - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot sen\, a \cdot sen\, b = 0$$

Alternativa E

Questão 15

Em uma festa de aniversário estão presentes n famílias com pai, mãe e 2 filhos, além de 2 famílias com pai, mãe e 1 filho. Organiza-se uma brincadeira que envolve esforço físico, na qual uma equipe azul enfrentará uma equipe amarela. Para equilibrar a disputa, uma das equipes terá apenas o pai de uma das famílias, enquanto a outra equipe terá 2 pessoas de uma mesma família, não podendo incluir o pai. É permitido que o pai enfrente 2 pessoas de sua própria família. Para que se tenha exatamente 2014 formas distintas de se organizar a brincadeira, o valor de n deverá ser

A) 17
B) 18
C) 19
D) 20
E) 21

Resolução:

F_1	F_2	F_3	F_4	$\cdots$	F_{n-1}	F_n	A_1	A_2

Considere as famílias F_1, F_2, F_3, $\ldots$, F_n como sendo as famílias com pai, mãe e 2 filhos e as famílias A_1, A_2 com pai, mãe e 1 filho. Assim temos $n+2$ formas de escolher o pai que ficará na equipe azul e para a escolha da equipe amarela teremos $\left[n \cdot C_{3,2}+2\right]$ formas de escolher a equipe. Logo todas as todas as formas de montar a brincadeira será

$2(n+2)\cdot\left(n\cdot C_{3,2}+2\right)=2014$

$(n+2)(3n+2)=1007=19{,}53$, assim se

$n+2=19$, $n=17$, e $3\cdot 17+2=53$, logo

$n=17$

Alternativa A

Questão 16

Dois corpos iguais deslizam na mesma direção e em sentidos opostos em um movimento retilíneo uniforme, ambos na mesma velocidade em módulo e à mesma temperatura. Em seguida, os corpos colidem. A colisão é perfeitamente inelástica, sendo toda energia liberada no choque utilizada para aumentar a temperatura dos corpos em $2\,\mathrm{K}$. Diante do exposto, o módulo da velocidade inicial do corpo, em $\mathrm{m/s}$, é

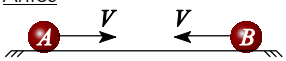
Dado:

- Calor específico dos corpos: $2\,\dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}}$

A) $\sqrt{2}$
B) 2
C) $2\sqrt{2}$
D) 4
E) 6

Resolução:

Antes



Energia Cinética: $\dfrac{mv^2}{2}+\dfrac{mv^2}{2}=mv^2$

Quantidade de movimento: $m\vec{v}+\left(-m\vec{v}\right)=\vec{0}$

Depois

Colisão inelástica: $\vec{v}'_A=\vec{v}'_B=\vec{v}'$

Da conservação da quantidade de movimento:

$2m\vec{v}'=\vec{0}$

$\vec{v}'=\vec{0}$

Portanto, a energia cinética final é nula.

Pela 1ª lei da termodinâmica, a energia cinética perdida será transformada em energia térmica, logo:

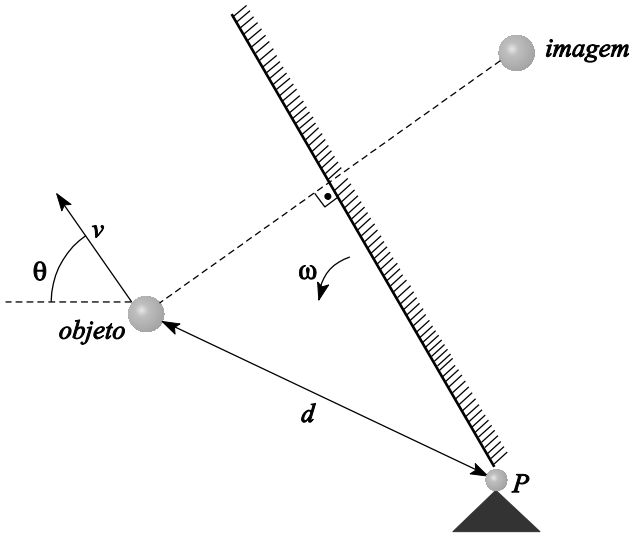
$mv^2=2mc\Delta\theta$

$v^2=2\cdot 2\cdot 2$

$v=2\sqrt{2}\ \mathrm{m/s}$

Alternativa C

Questão 17



Um espelho plano gira na velocidade angular constante ω em torno de um ponto fixo P, enquanto um objeto se move na velocidade v, de módulo constante, por uma trajetória não retilínea. Em um determinado instante, a uma distância d do ponto P, o objeto pode tomar um movimento em qualquer direção e sentido, conforme a figura acima, sempre mantendo constante a velocidade escalar v. A máxima e a mínima velocidades escalares da imagem do objeto gerada pelo espelho são, respectivamente

A) $\omega d + v$ e $|\omega d - v|$

B) $\omega d + v$ e $\sqrt{(\omega d)^2 + v^2}$

C) $\sqrt{(\omega d)^2 + v^2}$ e $|\omega d - v|$

D) $2\omega d + v$ e $|2\omega d - v|$

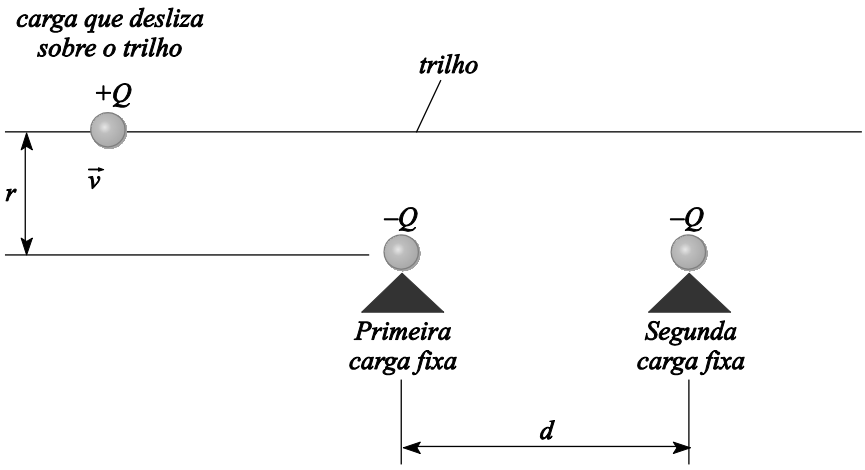
E) $2\omega d + v$ e $\sqrt{(2\omega d)^2 + v^2}$

Resolução:

O problema pede para determinar a situação de velocidades máximas e mínima. A velocidade do espelho na direção do objeto é dada por $v_e = \omega d \cos\alpha$, onde α é o ângulo entre d e o espelho. Assim, v_e é máximo quando $\alpha = 0 \Rightarrow v_e^{máx} = \omega d$. Devido à rotação do espelho, é dada à imagem uma velocidade relativa de $2v_e = 2\omega d$. Junta-se a isto a velocidade do objeto em relação ao solo. Ela fará uma velocidade máxima da imagem quando v for perpendicular e aponta para o espelho $v_i^{máx} = 2\omega d + v$ e será mínima quando v for perpendicular, mas aponta para longe do espelho $v_i^{mín} = |2\omega d - v|$, já que v pode ser maior que $2\omega d$.

Alternativa D

Questão 18



Sobre um trilho sem atrito, uma carga $+Q$ vem deslizando do infinito na velocidade inicial v, aproximando-se de duas cargas fixas de valor $-Q$. Sabendo que $r << d$, pode-se afirmar que

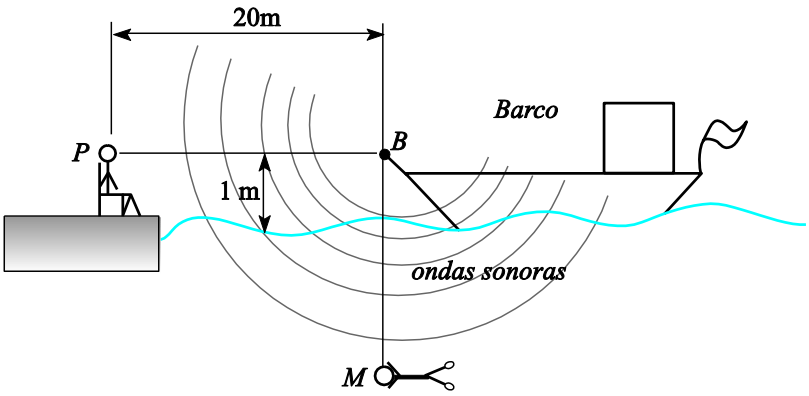
A) a carga poderá entrar em oscilação apenas em torno de um ponto próximo à primeira carga fixa, dependendo do valor de v.
B) a carga poderá entrar em oscilação apenas em torno de um ponto próximo à segunda carga fixa, dependendo do valor de v.
C) a carga poderá entrar em oscilação apenas em torno de um ponto próximo ao ponto médio do segmento formado pelas duas cargas, dependendo do valor de v.
D) a carga poderá entrar em oscilação em torno de qualquer ponto, dependendo do valor de v.
E) a carga passará por perto das duas cargas fixas e prosseguirá indefinidamente pelo trilho.

Resolução:

Pela simetria do problema, os potenciais dos pontos A e B são iguais. Logo, o trabalho realizado pelas forças elétricas é nulo entre A e B.
Portanto a carga positiva atinge o ponto B com a mesma velocidade que chegou ao ponto A, e se afasta de B da mesma maneira que se aproximou de A. Como ela veio do infinito para A, irá de B para o infinito.

Alternativa E

Questão 19



Uma buzina B localizada na proa de um barco, $1\,\text{m}$ acima da superfície da água, é ouvida simultaneamente por uma pessoa P na margem, a $20\,\text{m}$ de distância, e por um mergulhador M, posicionado diretamente abaixo da buzina. A profundidade do mergulhador, em metros, é
Dados:

- Temperatura do ar e da água: $20°\text{C}$;
- Razão entre as massas molares da água e do ar: $0{,}04$.

A) 75
B) 80
C) 85
D) 90
E) 95

Resolução:

O enunciado da questão não fornece elementos para se calcular a velocidade do som na água. Portanto, a questão não tem resposta. Entretanto, para gases ideais, vale a relação:

$$v_{som} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}},$$

ou seja, a velocidade do som é proporcional a $M^{-\frac{1}{2}}$. Utilizando esse fato:

$$\frac{v_{ar}}{v_{água}} = \sqrt{\frac{M_{água}}{M_{ar}}} = \frac{1}{5}$$

Os intervalos entre a emissão e a percepção do som são iguais para os dois observadores. Portanto:

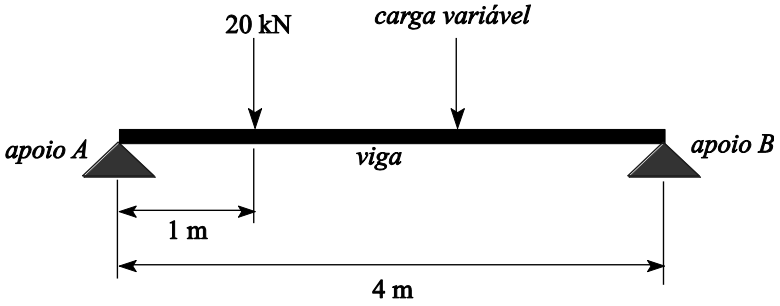
$$\frac{20}{v_{ar}} = \frac{1}{v_{ar}} + \frac{h}{v_{água}}$$

$$h = 19\frac{v_{água}}{v_{ar}}$$

Assim, $h = 19 \cdot 5 = 95\ \text{m}$

Alternativa E

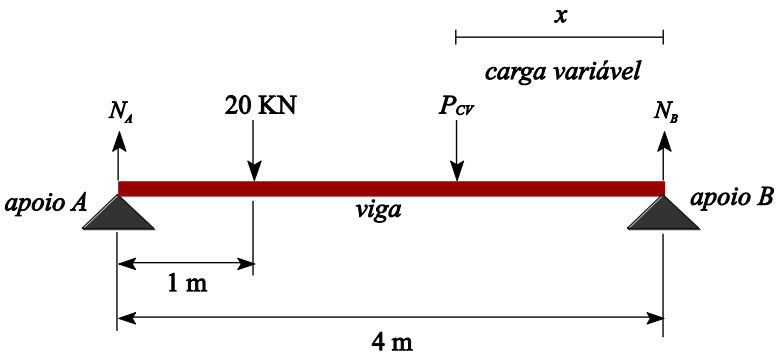
Questão 20



A figura acima mostra uma viga em equilíbrio. Essa viga mede $4\ \text{m}$ e seu peso é desprezível. Sobre ela, há duas cargas concentradas, sendo uma fixa e outra variável. A carga fixa de $20\ \text{kN}$ está posicionada a $1\ \text{m}$ do apoio A, enquanto a carga variável só pode se posicionar entre a carga fixa e o apoio B. Para que as reações verticais (de baixo para cima) dos apoios A e B sejam iguais a $25\ \text{kN}$ e $35\ \text{kN}$, respectivamente, a posição da carga variável, em relação ao apoio B, e o seu módulo devem ser

A) $1{,}0\ \text{m}$ e $50\ \text{kN}$
B) $1{,}0\ \text{m}$ e $40\ \text{kN}$
C) $1{,}5\ \text{m}$ e $40\ \text{kN}$
D) $1{,}5\ \text{m}$ e $50\ \text{kN}$
E) $2{,}0\ \text{m}$ e $40\ \text{kN}$

Resolução:



Equilíbrio:

- $\vec{F}_R = \vec{0}$

  $N_A + N_B = 20 \cdot 10^3 + P_{CV}$

  $25 \cdot 10^3 + 35 \cdot 10^3 = 20 \cdot 10^3 + P_{CV}$

  $P_{CV} = 40\ \text{kN}$

- $\vec{\tau}_R = \vec{0}$

  $N_A \cdot 4 - 20 \cdot 10^3 \cdot 3 - P_{CV} \cdot x = 0$

  $25 \cdot 10^3 \cdot 4 - 20 \cdot 10^3 \cdot 3 - 40 \cdot 10^3 \cdot x = 0$

  $100 - 60 - 40x = 0$

  $x = 1\ \text{m}$

Alternativa B

Questão 21

Um bloco, que se movia à velocidade constante v em uma superfície horizontal sem atrito, sobe em um plano inclinado até atingir uma altura h, permanecendo em seguida em equilíbrio estável. Se a aceleração da gravidade local é g, pode-se afirmar que

A) $v^2 = 2gh$.

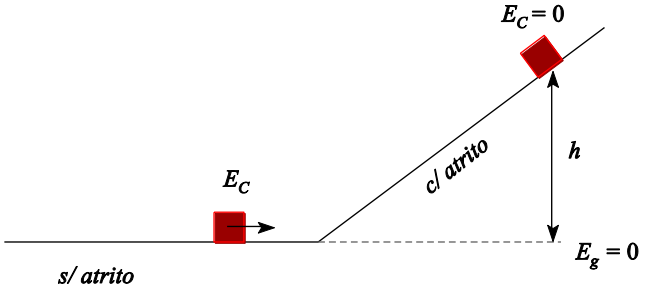
B) $v^2 > 2gh$.

C) $v^2 < 2gh$.

D) $v^2 = \frac{1}{2}gh$.

E) $v^2 = 4gh$.

Resolução:



A única possibilidade de o bloco entrar em equilíbrio estável no plano inclinado é haver atrito no plano inclinado. Desta forma, parte da energia cinética é dissipada pelo trabalho da força de atrito.

$E_c + W_{fat} = E_g \quad : \quad W_{fat} < 0$

$E_c > E_g$

$\frac{1}{2}mv^2 > mgh \qquad m > 0$

$v^2 > 2gh$

Alternativa B

Questão 22

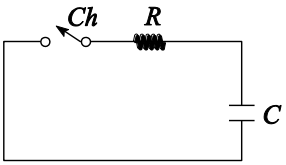


Figura 1

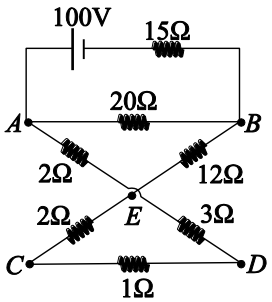


Figura 2

No circuito da Figura 1, após o fechamento da chave Ch, o resistor R dissipa uma energia de 8×10^{-6} Wh (watts-hora). Para que essa energia seja dissipada, o capacitor C de $100\,\mu\text{F}$ deve ser carregado completamente pelo circuito da Figura 2, ao ser ligado entre os pontos

A) A e B

B) B e C

C) C e E

D) C e D

E) B e E

Resolução:

No circuito capacitivo, a energia dissipada no resistor é toda a energia inicialmente armazenada no capacitor.

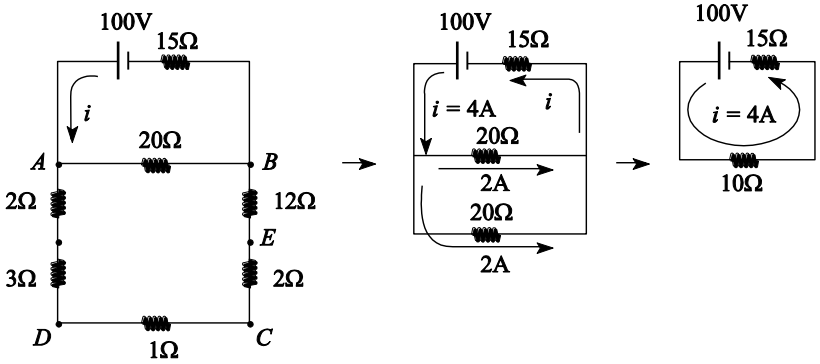
$E_R = E_C = 8\cdot10^{-6}\,\text{Wh} = 8\cdot10^{-6}\,\frac{\text{J}}{\text{s}}\cdot3{,}6\cdot10^{+3}\,\text{s} \quad E$

$E_R = E_C = 0{,}0288\,\text{J}$

$$E_C = \frac{1}{2}Q \cdot U = \frac{1}{2}CU^2 \rightarrow U = \sqrt{\frac{2E_C}{C}}$$

$$\mho = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,0288}{100 \cdot 10^6}} = 24\,\text{V}$$

O circuito resistivo pode ser redesenhado como:

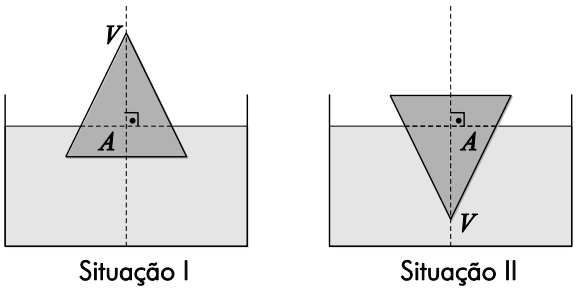


$$i = \frac{U}{R_{eq}} = \frac{100}{25} - 4A$$

Para conseguir uma ddp de $24\,\text{V}$ devemos ligar o capacitor entre os pontos B e E.

Alternativa E

Questão 23



Um cone de base circular, de vértice V e altura h é parcialmente imerso em um líquido de massa específica μ, conforme as situações I e II, apresentadas na figura acima. Em ambas as situações, o cone está em equilíbrio estático e seu eixo cruza a superfície do líquido, perpendicularmente, no ponto A. A razão entre o comprimento do segmento $\overline{VA}$ e a altura h do cone é dada por

A) $\frac{2}{3}$

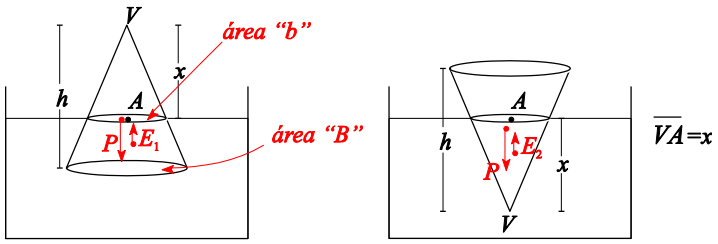
B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

E) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

Resolução:



$V \rightarrow$ Volume do cone de altura "h" e área da base "B".

$V' \rightarrow$ Volume do cone de altura "x" e área da base "b".

Para que se atinja o equilíbrio nas duas situações: $\boxed{P = E}$. Logo, $E_1 = E_2 \Rightarrow V_1 = V_2$.

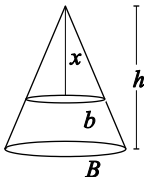
Como: $V_1 = V - V'$ e $V_2 = V'$ temos:

$V - V' = V' \rightarrow V = 2V'$

$\rightarrow \frac{1}{3}Ab \cdot h = 2 \cdot \frac{1}{3}Ab' \cdot x \rightarrow B \cdot h = 2 \cdot b \cdot x$

No cone é válida a relação:

$\left(\frac{x}{h}\right)^2 = \frac{b}{B}$

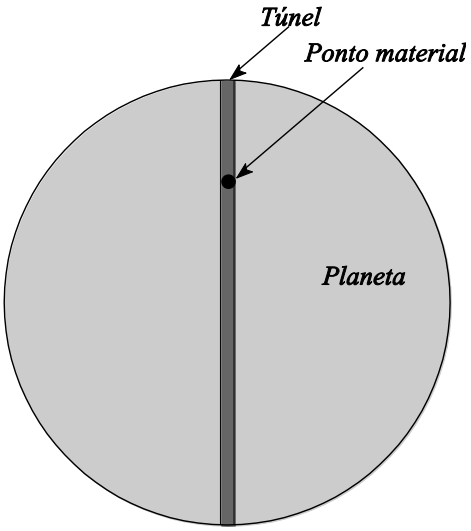


Logo: $h = 2 \cdot \left(\frac{x^2}{h^2}\right)x$

$\left(\frac{x}{h}\right)^3 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{h} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} \rightarrow \frac{\overline{VA}}{h} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

Alternativa E

Questão 24



Considere um túnel retilíneo que atravesse um planeta esférico ao longo do seu diâmetro. O tempo que um ponto material abandonado sobre uma das extremidades do túnel leva para atingir a outra extremidade é

Dados:

- constante de gravitação universal: G;
- massa específica do planeta: ρ.

Consideração:

- Para efeito de cálculo do campo gravitacional, desconsidere a presença do túnel.

A) $\sqrt{\frac{3}{\pi\rho G}}$

B) $\sqrt{\frac{3\pi}{4\rho G}}$

C) $\frac{2\pi}{\sqrt{\rho G}}$

D) $\frac{2}{\sqrt{\pi\rho G}}$

E) $\frac{2\pi}{\sqrt{3\rho G}}$

Resolução:

$F = \frac{GMm}{r^2}\ I_i$ para $r \le R$ (raio do planeta)

$\rho = \frac{M}{v} \therefore M = \rho v$: planeta esférico: $v = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\therefore M = \rho \frac{4}{3}\pi r^3$ (II)

Subst. II em I, vem: $F = \frac{Gm}{r^2} \cdot \frac{4}{3}\rho\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi G\rho m r = kr$ mas $\vec{F} = -k\vec{r}$ (força central).

Assim, tratam-se de uma oscilação harmônica simples ao longo do túnel.

Lembrando que: $Q = -w^2 r$ MHS .

Em módulo: $a = \frac{F}{m} = w^2 r$.

Fazendo $mw^2 = k = \frac{4}{3}\pi G\rho m \Rightarrow w = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{4\pi\rho G}{3}}$.

Mas: $\Delta t = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{3}{4\pi\rho G}}$ $\therefore$ $\boxed{\Delta t = \sqrt{\frac{3\pi}{4\rho G}}}$

Alternativa B

Questão 25

Um banhista faz o lançamento horizontal de um objeto na velocidade igual a $5\sqrt{3}\,\text{m/s}$ em direção a uma piscina. Após tocar a superfície da água, o objeto submerge até o fundo da piscina em velocidade horizontal desprezível. Em seguida, o banhista observa esse objeto em um ângulo de $30°$ em relação ao horizonte. Admitindo-se que a altura de observação do banhista e do lançamento do objeto são iguais a $1{,}80\ \text{m}$ em relação ao nível da água da piscina, a profundidade da piscina, em metros, é

Dados:

- índice de refração do ar: $n_{ar} = 1$;
- índice de refração da água: $n_{água} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$

A) 2

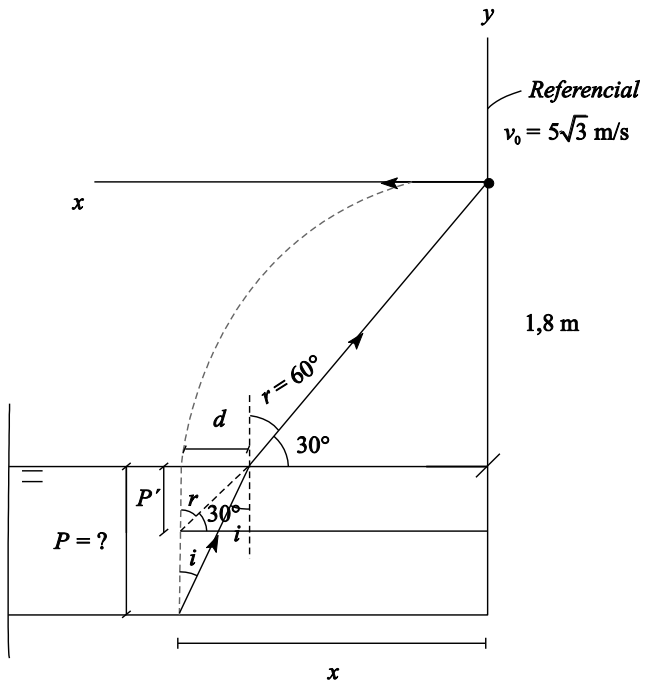
B) 1,6

C) $1{,}6\sqrt{3}$

D) $2\sqrt{3}$

E) $\sqrt{3}$

Resolução:



Cálculo de x

Pela equação cartesiana da trajetória, escrevemos:

$y = \text{tg}\,\theta x - \dfrac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta}$: em que: $\theta = 0^o$

$$y = -1{,}8\,\text{m}$$

$$v_0^2 = \left(5\sqrt{3}\right)^2 = 25\cdot 3$$

$$g = 10\,\text{m/s}^2$$

Substituindo os dados: $x = 3\sqrt{3}\,\text{m}$ (I)

Relação de Snell, temos:

$\dfrac{\text{sen}\,i}{\text{sen}\,r} = \dfrac{n_{ar}}{n_L} \therefore \text{sen}\,i = \dfrac{3}{5} \Rightarrow \text{tg}\,i = \dfrac{3}{4}$ (II)

Dos triângulos obtemos a redação:

$\dfrac{\text{tg}\,i}{\text{tg}\,r} = \dfrac{d}{p}\cdot\dfrac{p'}{d} = \dfrac{p'}{p} \therefore \dfrac{p'}{p} = \dfrac{3}{4\sqrt{3}}$ (III)

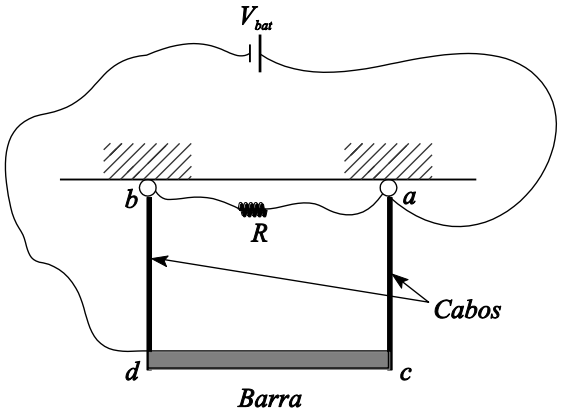
Mas por outro lado: $\text{tg}\,30^o = \dfrac{1{,}8 + p'}{x} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ (IV)

Subst. $x = 3\sqrt{3}$, obtemos: $p' = 1{,}2\,\text{m}$

Subst. p' em III, concluímos: $p = 1{,}6\sqrt{3}\,\text{m}$

Alternativa C

Questão 26



O dispositivo apresentado na figura acima é composto por dois cabos condutores conectados a um teto nos pontos a e b. Esses dois cabos sustentam uma barra condutora cd. Entre os pontos a e d, está conectada uma bateria e, entre os pontos a e b, está conectada uma resistência R. Quando não há objetos sobre a barra, a diferença de potencial V_{cb} é $5\,\text{V}$ e os cabos possuem comprimento e seção transversal iguais a Lo e So, respectivamente. Quando um objeto é colocado sobre a barra, o comprimento dos cabos sofre um aumento de 10% e a sua seção transversal sofre uma redução de 10%. Diante do exposto, o valor da tensão V_{cb}, em volts, após o objeto ser colocado na balança é aproximadamente

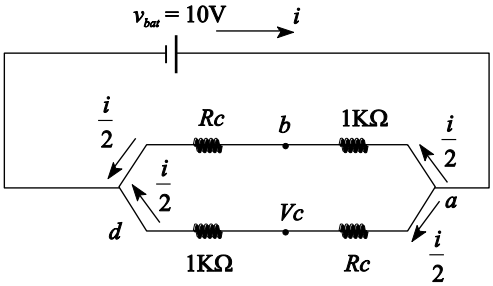
Dados:

- Tensão da bateria: $V_{bat} = 10\,\text{V}$
- Resistência da barra: $R_{barra} = 1\,k\Omega$
- Resistência $R = 1k\Omega$

A) 2,0
B) 2,7
C) 3,5
D) 4,2
E) 5,0

Resolução:

Seja R_c a resistência de cada um dos cabos. Um esquema do circuito é:



$$R_{eq} = \frac{R_c + 1000}{2} \Rightarrow i = \frac{10}{R_{eq}} = \frac{20}{R_c + 1000}$$

$$V_a - V_b = 1000 \cdot \frac{i}{2} = 500 \cdot \mathrm{i} \qquad (1)$$

$$V_a - V_c = R_c \cdot \frac{i}{2} \qquad (2)$$

Subtraindo a eq. (2) da eq. (1):

$$V_c - V_b = \left(500 - \frac{R_c}{2}\right) \cdot i = \left(500 - \frac{R_c}{2}\right) \cdot \frac{20}{R_c + 1000}$$

Do enunciado, $V_c - V_b = V_{cb} = 5V$. Então:

$$\frac{1000 - R_c}{2} \cdot \frac{20}{R_c + 1000} = 5$$

$$\therefore 2000 - 2R_c = R_c + 1000 \Rightarrow R_c = \frac{1000}{3}\Omega$$

Após a deformação dos cabos:

$R_c^{'} = \rho \cdot \frac{1{,}1\ell}{0{,}9A} = \frac{1{,}2\rho\ell}{A} = 12R_c$, sendo ρ a resistividade do material.

Então, $R_c^{'} = \frac{1200}{3} \simeq 400\Omega$

Agora, a corrente total passa a ser:

$$i' = \frac{10}{\frac{1000 + 400}{2}} = \frac{10}{700} = \frac{1}{70}A$$

Assim: $V_a - V_c = 400 \cdot \frac{i'}{2} = \frac{400}{140}$ (3)

$V_a - V_b = 1000 \cdot \frac{i'}{2} = \frac{1000}{140}$ (4)

Fazendo (4) –(3):

$$V_c - V_b = \frac{600}{140} \simeq 4{,}2\,\mathrm{V}$$

Alternativa D

Questão 27

Considere duas fontes pontuais localizadas em $0, -a/2$ e $0, a/2$, sendo λ o comprimento de onda e $a = \sqrt{2}\lambda$. Em coordenadas cartesianas, o lugar geométrico de todos os pontos onde ocorrem interferências construtivas de primeira ordem é

A) $\frac{y^2}{2} - x^2 = \lambda^2$

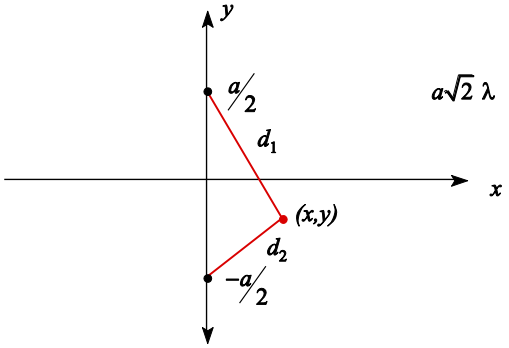
B) $y^2 - \frac{x^2}{2} = \lambda^2$

C) $y^2 - 2x^2 = \lambda^2$

D) $y^2 - x^2 = \frac{\lambda^2}{2}$

E) $y^2 - x^2 = \frac{\lambda^2}{4}$

Resolução:



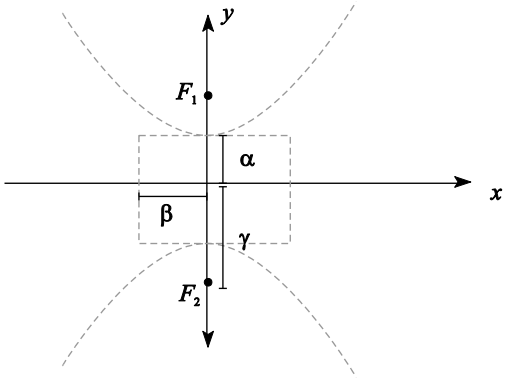
Para a interferência construtiva temos:

$d_1 - d_2 = n\lambda \qquad n \in \mathbb{N}$

No caso da interferência de 1ª ordem $n = 1$

$d_1 - d_2 = \lambda$

Como $|d_1 - d_2|$ é constante, ela pode ser expressa na forma $|d_1 - d_2| = 2\alpha$, o que caracteriza uma hipérbole, logo:



$$\frac{y^2}{\alpha^2} - \frac{x^2}{\beta^2} = 1$$

Temos :

$2\alpha = \lambda$

$\alpha = \frac{1}{2}$

$\eta = \frac{a}{2}$

$\eta = \frac{\sqrt{2}}{2}\lambda$

$\eta^2 = \alpha^2 + \beta^2$

$\beta = \frac{\lambda}{2}$

Por fim:

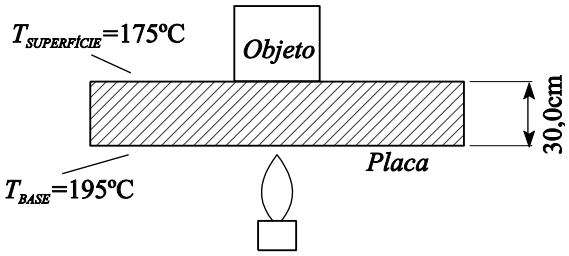
$\frac{y^2}{\alpha^2} - \frac{x^2}{\beta^2} = 1$

$\frac{y^2}{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2} - \frac{x^2}{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2} = 1$

$y^2 - x^2 = \frac{\lambda^2}{4}$

Alternativa E

Questão 28



Um objeto de $160\ \text{g}$ de massa repousa, durante um minuto, sobre a superfície de uma placa de $30\ \text{cm}$ de espessura e, ao final deste experimento, percebe-se que o volume do objeto é 1% superior ao inicial. A base da placa é mantida em $195°\text{C}$ e nota-se que a sua superfície permanece em $175°\text{C}$. A fração de energia, em percentagem, efetivamente utilizada para deformar a peça é

Dados:

- Condutividade térmica da placa: $50\dfrac{\text{W}}{\text{m}\ ^{\circ}\text{C}}$
- Calor específico do objeto: $432\dfrac{\text{J}}{\text{kg}\ ^{\circ}\text{C}}$
- Coeficiente de dilatação linear: $1,6\cdot10^{-5}\,^{\circ}\text{C}^{-1}$
- Área da placa: $0,6\,\text{m}^2$

A) 4
B) 12
C) 18
D) 36
E) 60

Resolução:

$$\phi=\frac{Q_T}{\Delta t}=\frac{kA\Delta\theta}{e}=\frac{50\cdot6\cdot10^{-1}\cdot20}{30\cdot10^{-2}}=2\cdot10^3\frac{\text{J}}{\text{s}}$$

$$\therefore Q_{Total}=\phi\Delta t=2\cdot10^3\cdot60=12\cdot10^4\ \text{J}$$

Mas $V=V_0+10^{-2}V_0\Rightarrow\Delta V=10^{-2}V_0$

$$\Delta V=\gamma V_0\Delta\theta'=3\alpha V_0\Delta\theta'\therefore10^{-2}V_0=3\cdot1,6\cdot1,0^{-5}\cdot v_0\cdot\Delta\theta'$$

$$\therefore\Delta\theta'=\frac{10^{-2}}{3\cdot1,6\cdot10^{-5}}=\frac{10^3}{1,6\cdot3}\,^{\circ}\text{C}$$

$$\therefore Q_{utilizada}=Mc\Delta\theta'=\frac{432\cdot16\cdot10^{-2}\cdot10^3}{1,6\cdot3}=144\cdot10^{-2}\cdot10^4\ \text{J}$$

$$\therefore100\times\frac{Q_V}{Q_T}=\frac{10^2\cdot144\cdot10^{-2}\cdot10^4}{12\cdot10^4}=12$$

Alternativa B

Questão 29

Um gerador eólico de diâmetro d é acionado por uma corrente de ar de velocidade v durante um tempo t na direção frontal à turbina. Sabendo-se que a massa específica do ar é ρ e o rendimento do sistema é η, sua potência elétrica é dada por

A) $\dfrac{\pi\eta\rho d^2v^3}{2}$

B) $\dfrac{\pi\eta\rho d^2v^3}{4}$

C) $\dfrac{\pi\eta\rho d^2v^3}{8}$

D) $\dfrac{\pi\eta\rho d^3v^3}{10}$

E) $\dfrac{\pi\eta\rho d^3v^3}{12}$

Resolução:

O aproveitamento é máximo quando o ar vai de uma velocidade v até o. Ou seja, perde toda sua energia mecânica.

$$P_{elét} = \eta \cdot \frac{\Delta E_c}{t} = \eta \cdot \frac{E_c}{t} = \eta \cdot \frac{1}{2}\frac{mv^2}{t}$$

$$m = \rho \cdot v = \rho \cdot t \cdot \Delta x \Rightarrow$$

$$P_{elét} = \eta \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{A \cdot \Delta x \cdot v^2}{t} = \frac{\eta \rho A v^2}{2}$$

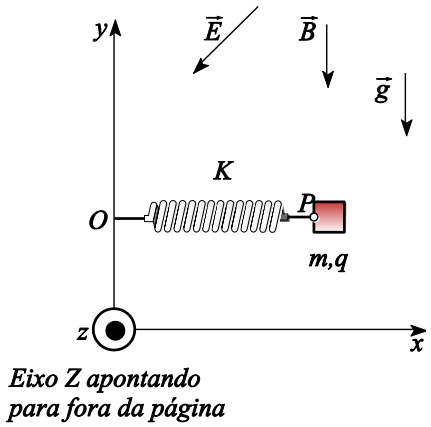
$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$P_{elét} = \eta \cdot \rho \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{v^3}{2}$$

$$P_{elét} = \frac{\pi \eta \rho d^2 v^3}{8}$$

Alternativa C

Questão 30



A figura acima mostra um bloco de massa m e carga q, preso a uma mola $\overline{OP}$ ideal, paralela ao eixo x e de constante elástica K. O bloco encontra-se em equilíbrio estático, sob a ação de um campo elétrico uniforme $\vec{E}$, um campo magnético uniforme $\vec{B}$ e um campo gravitacional uniforme $\vec{g}$, todos no plano xy, conforme indicados na figura.

Se o bloco for desconectado da mola no ponto P, um observador posicionado no ponto O verá o bloco descrever um movimento curvilíneo

A) paralelo ao plano xz, afastando-se.

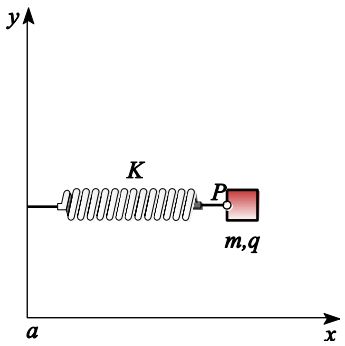
B) no plano xy, mantendo fixo o centro de curvatura.

C) no plano xy, afastando-se.

D) no plano xy, aproximando-se

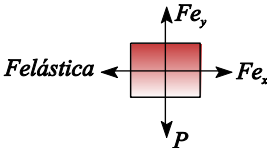
E) paralelo ao plano xz, aproximando-se.

Resolução:

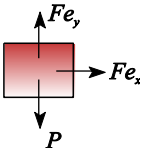


Segundo a orientação do campo elétrico, para que haja equilíbrio em g a carga elétrica deve ser necessariamente negativa.

- Antes do bloco ser desconectado, temos:



- Após o bloco ser desconectado, temos:



Da situação inicial $Fe_y = p$.

Devido a componente Fe_x, da força elétrica, o bloco passa a acelerar na direção x, ganhando velocidade.

A partir de então passa a atuar uma força magnética no plano xz.

Desta forma, o bloco executará um movimento curvilíneo paralelo ao plano xz, afastando-se de O, tendo em vista o aumento do módulo da velocidade em x.

Alternativa A

Questão 31

Em $19,9\ \text{g}$ de um sal de cálcio encontra-se $0,15\ \text{mol}$ desse elemento. Qual a massa molar do ânion trivalente que forma esse sal?

Dado: $Ca = 40\ \text{g/mol}$.

A) $139\ \text{g/mol}$
B) $278\ \text{g/mol}$
C) $63,3\ \text{g/mol}$
D) $126,6\ \text{g/mol}$
E) $95\ \text{g/mol}$

Resolução:

Ca_3X_2

$19,9g\ Ca_3X_2$ ——— $0,15\text{mol}\ Ca$

$M\ Ca_3X_2$ ——— $3\text{mol}\ Ca$

$M = 398\ \text{g/mol}.$

Logo:

$(3 \times 40) + 2X = 389$

$X = 139\ \text{g/mol}$

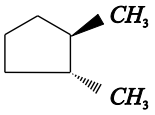
Alternativa A

Questão 32

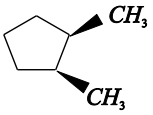
Assinale a alternativa correta.

A) O cis-2-buteno e o trans-2-buteno são enantiômeros.
B) Existem três isômeros com a denominação 1,2-dimetilciclopentano.
C) A glicina, a alanina e a valina são os únicos aminoácidos que não apresentam atividade óptica.
D) Os nucleotídeos que constituem os ácidos nucléicos são diastereoisômeros uns dos outros.
E) Apenas os aminoácidos essenciais apresentam atividade óptica.

Resolução:



(+) trans – 1,2 – dimetilciclopentano
(–) trans – 1,2 – dimetilciclopentano

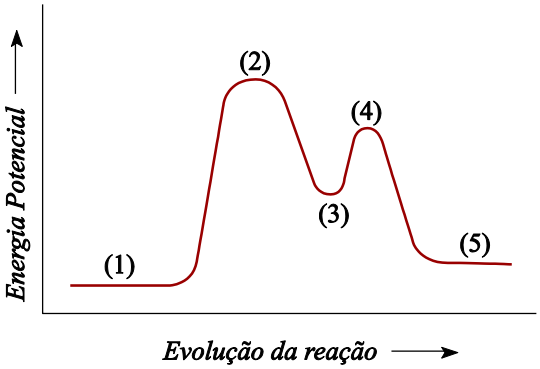


Cis – 1,2 – dimetilciclopentano

Alternativa B

Questão 33

Considere a reação catalisada descrita pelo mecanismo a seguir.
Primeira etapa: $A + BC \rightarrow AC + B$
Segunda etapa: $AC + D \rightarrow A + CD$
O perfil energético dessa reação segue a representação do gráfico abaixo.



Diante das informações apresentas, é correto afirmar que

A) os intermediários de reação são representados por (2) e (3) e equivalem, respectivamente, aos compostos BC e AC.

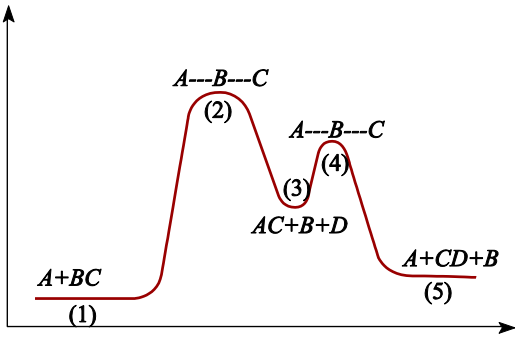
B) os reagentes, representados por (1), são os compostos A e D.

C) o complexo ativado representado por (4) tem estrutura $A----C----D$.

D) o produto, representado por (5), é único e equivale ao composto CD.

E) a presença do catalisador A torna a reação exotérmica.

Resolução:



A: catalisador
2 e 4: complexo ativado
3: intermediário

Alternativa C

Questão 34

A variação de entropia de um sistema fechado constituído por um gás ideal, quando sofre uma transformação, pode ser calculada pela expressão genérica:

$$\Delta S = nc_p \ln\frac{T_2}{T_1} - nR\ln\frac{p_2}{p_1}$$

em que os subscritos 1 e 2 representam dois estados quaisquer. Assinale a única afirmativa correta.

A) Se o estado inicial 1 é diferente do estado final 2, a variação da entropia do gás ideal não depende da quantidade de gás presente no sistema.

B) Se a mudança de estado é isotérmica, a variação da entropia é dada por $\Delta S = -nc_p \, ln \frac{p_2}{p_1}$

C) Se o sistema realiza um processo cíclico, a variação de entropia é positiva.

D) Se a mudança de estado é isobárica, a variação de entropia é dada por $\Delta S = nc_p \, ln \frac{T_2}{T_1}$.

E) Se a mudança de estado é isocórica, a variação da entropia do sistema é nula.

Resolução:

A variação de entropia do sistema é dada por:

$$\Delta S = nc_p \, ln \frac{T_2}{T_1} - nR \, ln \frac{p_2}{p_1}$$

A) Falso. Depende de n (quantidade de matéria)

B) Falso: $\Delta S = -nR \, ln \frac{p_2}{p_1}$

C) Falso. Pois a entropia é uma propriedade de estado, portanto, o processo cíclico tem $\Delta S = 0$.

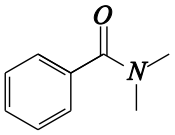
D) Correto. $\Delta S = nc_p \, ln \frac{T_2}{T_1}$

E) Falso. Pois pode ocorrer mudança de pressão e temperatura.

Alternativa D

Questão 35

Dada a estrutura da N, N-dimetilbenzamida abaixo é **incorreto** afirmar que essa molécula



A) possui isômeros ópticos.
B) pode sofrer hidrólise.
C) possui carbonos hibridizados sp^2.
D) é menos reativa do que o benzeno em reações de substituição eletrofílica aromática.
E) é uma base de Lewis.

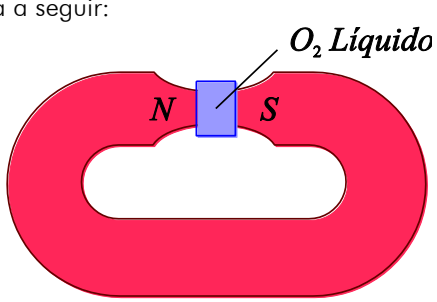
Resolução:

A estrutura da N, N-dimetilbenzamida não apresenta centros estereogênicos, portanto não possui isômeros ópticos

Alternativa A

Questão 36

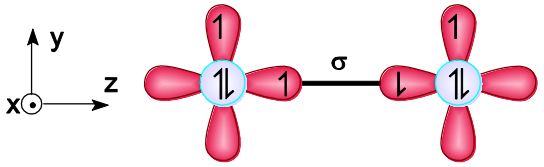
Um experimento clássico indica que o oxigênio molecular (O_2) exibe propriedades magnéticas no seu estado fundamental. O experimento consiste em fazer passar oxigênio líquido pelos polos de um ímã. Observa-se que o oxigênio fica retido, como mostra a figura a seguir:



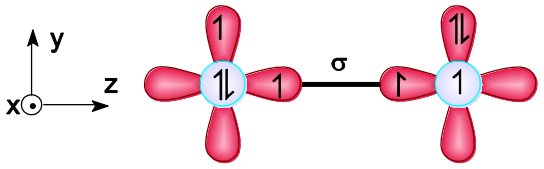
Nas alternativas abaixo, são apresentados os orbitais $2p$ de dois átomos de oxigênio e o spin dos elétrons que ocupam seus orbitais atômicos. Também são apresentadas possíveis interações químicas que podem resultar em ligações químicas estabelecidas entre esses dois átomos.

Considerando a observação experimental e os requisitos eletrônicos e energéticos para o estabelecimento de ligações químicas, indique qual das alternativas abaixo representa melhor o O_2 no estado fundamental.

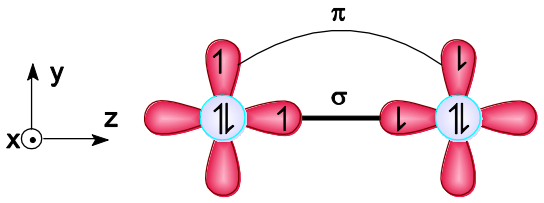
A)



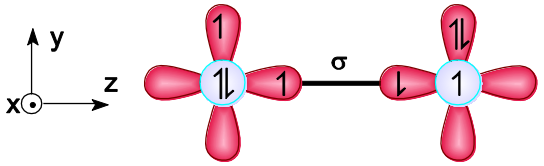
B)



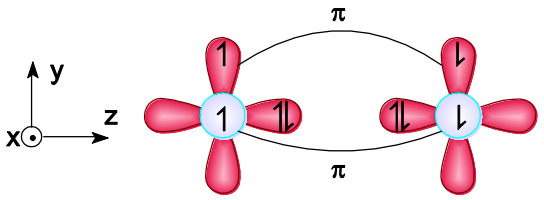
C)



D)

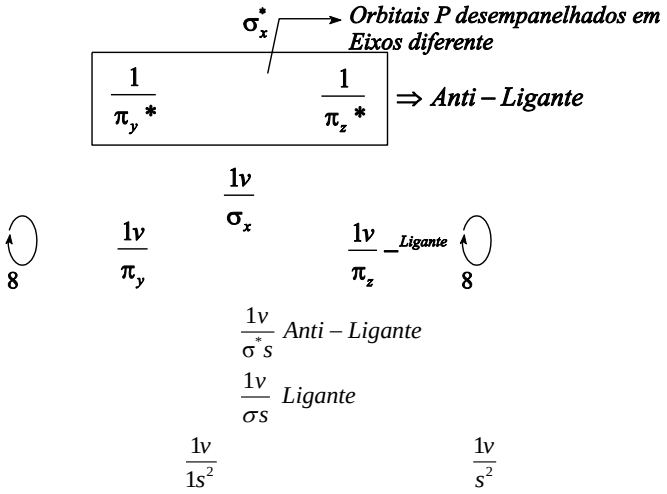


E)



Resolução:

De acordo com A TEORIA DO ORBITAL molecular,
Temos:



A existência de dois elétrons desemparelhados justifica as propriedades paramagnéticas da espécie química O_2 .

Alternativa D

Questão 37

Uma mistura "A", cuja composição percentual volumétrica é de 95% de água e 5% de álcool etílico, está contida no bécher 1. Uma mistura "B", cuja composição percentual volumétrica é de 95% de água e 5% de gasolina, está contida no bécher 2. Essas misturas são postas em repouso a 25 ºC e 1 atm, tempo suficiente para se estabelecer, em cada bécher, a situação de equilíbrio. Em seguida, aproximam-se chamas sobre as superfícies de ambas as misturas. O que ocorrerá?

A) Nada, ou seja, não ocorrerá combustão em nenhuma das superfícies devido à grande similaridade de polaridade e densidade entre os líquidos.
B) Nada, ou seja, não ocorrerá combustão em nenhuma das superfícies devido à grande diferença de polaridade e densidade entre os líquidos.
C) Ambas as superfícies entrarão em combustão, simultaneamente, devido à elevada diferença de polaridade e densidade entre os três líquidos.
D) Ocorrerá combustão somente sobre a superfície líquida no bécher 1, devido à diferença de polaridade e densidade entre os líquidos.
E) Ocorrerá combustão somente sobre a superfície líquida no bécher 2, devido à diferença de polaridade e densidade entre os líquidos.

Resolução:

No béquer A temos álcool a 5%. Devido às fortes interações moleculares entre álcool e água (solução não ideal), a pressão de vapor de álcool é muito baixa, não proporcionando combustão. Como observação, 5% é uma concentração próxima à de muitas cervejas.
No béquer B, os alcanos da gasolina apresentam densidade menor que a da água, fazendo que estes alcanos sobrenadem, gerando alta pressão de vapor de hidrocarbonetos, permitindo a combustão.

Alternativa E

Questão 38

Um hidreto gasoso tem fórmula empírica XH_3 (massa molar de $X = 13\ \text{g/mol}$) e massa específica de $6{,}0\ \text{g/L}$ numa dada condição de temperatura e pressão. Sabendo-se que, nas mesmas temperatura e pressão, $1{,}0\ \text{L}$ de O_2 gasoso tem massa de $3{,}0\ \text{g}$, pode-se afirmar que a fórmula molecular do hidreto é

A) $X_{0,5}H_{1,5}$
B) XH_3
C) X_4H_{12}
D) X_2H_6
E) X_6H_{18}

Resolução:

Deduzindo a massa específica a partir de Clapeyron, temos:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p \times MM}{R \times T}$$

$$\frac{\rho_{substância}}{\rho_{O_2}} = \frac{6\,g/L}{3\,g/L} = \frac{p \times MM_{substância}}{R \times T} \times \frac{R \times T}{p \times 32}$$

Como as condições são as mesmas, temos:

$$2 = \frac{MM_{substância}}{32} \Rightarrow MM_{substância} = 64\,g/mol$$

Assim, $(XH_3)_n \equiv 64 \Rightarrow 13 \times n + 3n = 16n = 64 \Rightarrow n = 4$

X_4H_{12}

Alternativa C

Questão 39

Realiza-se a eletrólise de uma solução aquosa diluída de ácido sulfúrico com eletrodos inertes durante 10 minutos. Determine a corrente elétrica média aplicada, sabendo-se que foram produzidos no catodo $300\ \text{mL}$ de hidrogênio, coletados a uma pressão total de $0{,}54\ \text{atm}$ sobre a água, à temperatura de $300\ \text{K}$.

Considere:

- Pressão de vapor da água a $300\ \text{K} = 0{,}060\ \text{atm}$;
- Constante de Faraday: $1\ \text{F} = 96500\ \text{C} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- Constante universal dos gases perfeitos: $\text{R} = 0{,}08\ \text{atm} \cdot \text{L} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

A) $2{,}20\ \text{A}$
B) $1{,}93\ \text{A}$
C) $1{,}08\ \text{A}$
D) $0{,}97\ \text{A}$
E) $0{,}48\ \text{A}$

Resolução:

A semi-reação ocorrida no cátodo pode ser assim representada: $2H_2O_{(l)} + 2e^- \rightarrow H_{2(g)} + 2OH^-_{(ag)}$

$$P_{Total} = P_{H_{2(g)}} + P_{H_2O_{(v)}} \therefore P_{H_{2(g)}} = 0{,}48\text{atm}$$

$$P_{H_2}.V = n_{H_2}.R.T$$

$$n_{H_2} = \frac{0{,}48 \cdot 0{,}3}{0{,}08 \cdot 300} = 6 \cdot 10^{-3}\ \text{mol}$$

$$2\,\text{mol}\,de\ e^- \text{ —— } 1\,\text{mol}\,de\,H_{2(g)}$$

$$2.96500\,\text{C} \text{ —— } 1\,\text{mol}$$

$$\Delta Q \text{ —— } 6 \cdot 10^{-3}\ \text{mol}$$

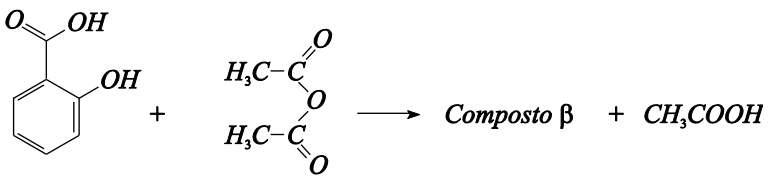
$$\Delta Q = 1.158\,\text{C}$$

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{1.158\,\text{C}}{10.60\,\text{s}} = 1{,}93\,\text{A}$$

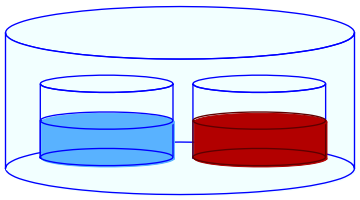
Alternativa B

Questão 40

Certo composto β é produzido através da reação:

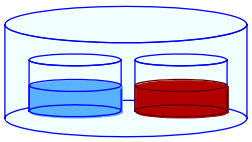


Dois bécheres são colocados em um sistema fechado, mantido a $40\ °\text{C}$. O bécher da esquerda contém $200\ \text{mL}$ de etanol, enquanto o da direita contém uma solução de $500\ \text{mg}$ do composto β em $200\ \text{mL}$ de etanol, conforme a representação a seguir.

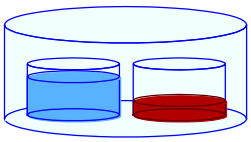


Assinale a alternativa que melhor representa os níveis de líquido nos bécheres três horas após o início do confinamento.

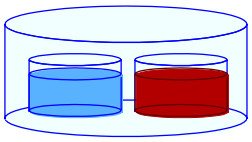
A)



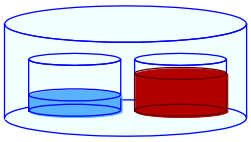
D)



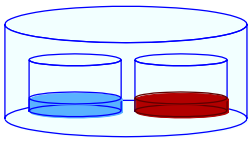
B)



E)



C)



Resolução:

O bécher da esquerda contém etanol, e o bécher da direita uma solução de ácido acetilsalicílico em etanol. Esta solução sofre em efeito coligativo, que abaixa sua pressão de vapor.
Assim, "passa" etanol do bécher A para o bécher B, para "igualar" as pressões de vapor.

Alternativa E

Professores:

Física
Anderson
Lavinas
Marcos
Vinícius

Matemática
Douglas
José Junior
Miola
Ney Marcondes

Química
Adair
Luís Cícero
Nelson
Welson

Colaboradores
Aline Alkmin
Carolina Chaveiro
José Diogo
Moisés Humberto

Digitação e Diagramação
Daniel Alves
Érika Rezende
João Paulo
Valdivina Pinheiro

Desenhistas
Luciano Barros
Rodrigo Ramos
Vinícius Ribeiro

Projeto Gráfico
Vinicius Ribeiro

Assistente Editorial
Valdivina Pinheiro

Supervisão Editorial
José Diogo
Rodrigo Bernadelli
Marcelo Moraes

Copyright©Olimpo2013

*A **Resolução Comentada** das provas do IME poderá ser obtida diretamente no*

OLIMPO** Pré-Vestibular, ou pelo telefone **(62) 3088-7777

As escolhas que você fez nessa prova, assim como outras escolhas na vida, dependem de conhecimentos, competências, conhecimentos e habilidades específicos. Esteja preparado.

www.grupoolimpo.com.br

opirus EDITORA

olimpo