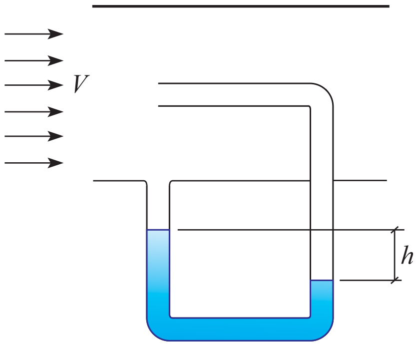
Questão 01



A figura acima mostra esquematicamente um tipo de experimento realizado em um túnel de vento com um tubo de Pitot, utilizado para medir a velocidade v do ar que escoa no túnel de vento. Para isso, a diferença de nível h entre as colunas do líquido é registrada. Em um dia frio, o experimento foi realizado e foi obtido o valor de $10{,}00$ cm para a diferença de nível h. Em um dia quente, o experimento foi repetido e foi obtido o valor de $10{,}05$ cm para a diferença de nível h. Determine:

a) o valor do coeficiente de dilatação volumétrica do líquido no interior do tubo, sabendo que a variação de temperatura entre o dia quente e o dia frio foi de 25 K;

b) a velocidade do ar v.

Dados:

- a massa específica do líquido é 1.000 vezes maior que a massa específica do ar no dia frio; e
- aceleração da gravidade: $g = 10\ \text{m/s}^2$.

Considerações:

- a velocidade do ar no túnel de vento foi a mesma nos dois experimentos;
- a massa específica do ar foi a mesma nos dois experimentos;
- a aceleração da gravidade foi a mesma nos dois experimentos; e
- despreze a dilatação térmica da estrutura do tubo de Pitot.

Resolução:

a) Desprezando a dilatação térmica da estrutura do tubo conforme mencionado, podemos considerar sua área de seção transversal constante durante o aquecimento. Desta forma:

$$V = V_0(1+\gamma\ \Delta\theta)$$

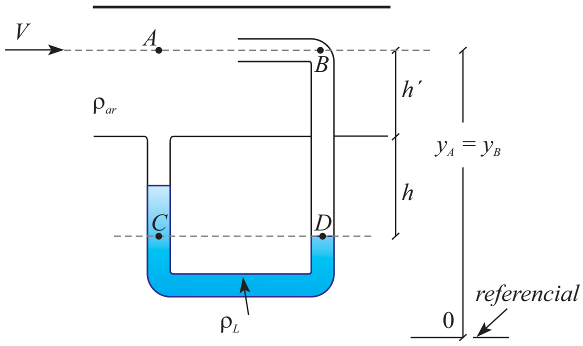
$$A\cdot h = A\cdot h_0(1+\gamma\ \Delta\theta)$$

$$10{,}05 = 10{,}00(1+\gamma\cdot 25)$$

$$0{,}05 = 250\gamma$$

$$\gamma = \frac{0{,}05}{250} = 2\cdot 10^{-4}\ {}^{\circ}\text{C}^{-1}$$

b) Dado o tubo de Pitot e aplicando a Equação de Bernoulli nos pontos A e B, temos:



$$\underbrace{P_A + \rho_{AR}\, g\, y_A}_{} + \rho_{AR}\frac{V_A^2}{2} = \underbrace{P_B + \rho_{AR}\, g\, y_B}_{} + \rho_{AR}\frac{V_B^2}{2}$$

$$(y_A = y_B)$$

Logo:

$$P_A + \frac{\rho_{AR}\cdot v_A^2}{2} = P_B \Rightarrow v_A^2 = \frac{2(P_B - P_A)}{\rho_{AR}}$$

Sabendo que as pressões em C e D são iguais, as pressões em A e B são dadas por:

$$\begin{cases} P_C = \rho\cdot g\cdot h + \rho_{AR}\cdot g\cdot h' + P_A \\ P_D = \rho_{AR} g\left(h + h'\right) + P_B \end{cases} \ominus$$

$$P_B - P_A = \rho_L gh - \rho_{AR} gh = gh\left(\rho_L - \rho_{AR}\right)$$

Logo:

$$v_A = \sqrt{\frac{2\cdot gh\left(\rho_L - \rho_{AR}\right)}{\rho_{AR}}}$$

Substituindo os valores e sabendo que $\rho_L >> \rho_{AR}$

$$v = v_{AR} = \sqrt{\frac{2\cdot 10\cdot 0{,}10\left(1000\cdot \rho_{AR}\right)}{\rho_{AR}}}$$

$$v = 20\sqrt{5} = 44{,}72 \text{ m/s}$$

Questão 02

Uma partícula carregada tem sua posição no sistema de eixos XY regida pelas seguintes equações temporais, que expressam, em metros, as coordenadas X e Y da partícula em função do tempo t:

$$X(t) = \sqrt{1 + \cos^2(t) - \text{sen}^2(t)}$$

$$Y(t) = \sqrt{2 + 2\,\text{sen}^2(t)}$$

Determine:

a) a equação de uma curva que contenha a trajetória da partícula;
b) o comprimento da curva formada por todos os pontos por onde a partícula passa;
c) o tempo mínimo gasto pela partícula para trafegar por todos os pontos da curva do item anterior;
d) as coordenadas de dois pontos nos quais a velocidade da partícula é nula;
e) o gráfico do módulo da força elétrica sofrida por uma segunda partícula de mesma carga, fixada na origem, em função do tempo;
f) o gráfico da função Q do vetor força magnética F_m à qual estaria submetida a partícula, caso houvesse um campo magnético positivo e paralelo ao eixo Z, ortogonal ao plano XY, onde:

$$Q(F_m) = \begin{cases} 1, \text{se } 0 \le \text{fase de } F_m < \dfrac{\pi}{2} \\[2ex] 2, \text{se } \dfrac{\pi}{2} \le \text{fase de } F_m < \pi \\[2ex] 3, \text{se } \pi \le \text{fase de } F_m < \dfrac{3\pi}{2} \\[2ex] 4, se\ \dfrac{3\pi}{2} \le \text{fase de } F_m < 2\pi \end{cases}$$

Dados:

- carga da partícula: + 4 × 10^{-4} C; e
- constante de Coulomb: 9 × 10^{9} $\dfrac{Nm^2}{C^2}$

Resolução:

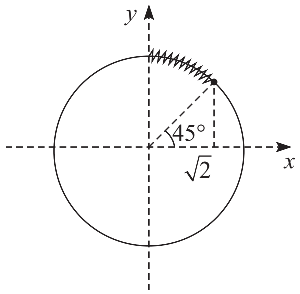
a)

$$\begin{cases} x(t)=\sqrt{1+\cos^2(t)-\text{sen}^2(t)}=\sqrt{1+\cos(2t)} \\ y(t)=\sqrt{2+2\,\text{sen}^2(t)}=\sqrt{2+1-\cos(2t)}=\sqrt{3-\cos(2t)} \end{cases}$$

$$x^2+y^2=1+\cos(2t)+3-\cos(2t)$$

$$x^2+y^2=4 \rightarrow \text{circunferência}$$

b) Comprimento (ℓ)



$$0 \le x \le \sqrt{2} \qquad \ell=\frac{1}{8}\cdot 2\pi\cdot R=\frac{1}{8}\cdot 2\pi\cdot 2$$

$$\sqrt{2} \le y \le 2 \qquad \ell=\frac{\pi}{2}m$$

c) Início:

$$t=0\,(x=y=\sqrt{2})$$

$$x(0)=\sqrt{1+\cos(0)}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$$

$$y(0)=\sqrt{3-\cos(0)}=\sqrt{2}$$

$$\text{Próximo instante:}(\text{x}=0;\text{y}=2)$$

$$\text{x(t)}=0 \;\text{ e }\; \text{y(t)}=2$$

$$\text{x}:0=\sqrt{1+\cos(2t)} \rightarrow 0=1+\cos(2t) \rightarrow \cos(2t)=-1 \rightarrow \cos(2t)=\cos(K\pi) \rightarrow t_{\min}=\frac{\pi}{2}s$$

d) Em "x":

$$V_x(t)=\frac{d}{dt}x(t)=\frac{d}{dt}(1+\cos(2t))^{1/2}=\frac{1}{2}\cdot(1+\cos(2t))^{-1/2}\cdot(-2\,sen(2t))$$

$$V_x(t)=0 \rightarrow (1+\cos(2t))^{-1/2}\cdot(sen(2t))=0$$

$$(1+2\cos^2(t)-1)^{-1/2}\cdot sen(2t)=0$$

$$\frac{sen(2t)}{\cos(t)}=0$$

$$sen\,t=0 \rightarrow t=K\pi\,s$$

Em "y":

$$Vy(t)=\frac{d}{dt}\,y(t)=\frac{d}{dt}(3-\cos(2t))^{-1/2}=\frac{1}{2}\cdot(3-\cos(2t))^{-1/2}\cdot 2\,sen(2t)$$

$$sen(2t)=0=sen(K\pi)$$

$$t=\frac{K\pi}{2}s$$

A velocidade em "x" e em "y" será igual a zero em $t_1=0$ e $t_2=\pi s$.

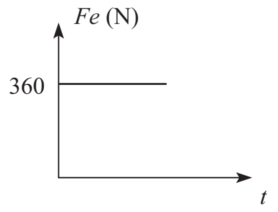
$$P_1(\sqrt{2},\sqrt{2}) \qquad x_2=\sqrt{1+\cos(2\pi)} \qquad y_2=\sqrt{3-\cos(2\pi)}$$

$$x_2=\sqrt{2} \qquad y_2=\sqrt{2}$$

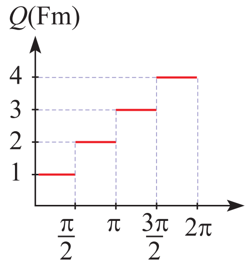
Não há dois pontos de velocidade zero, de acordo com as equações trigonométricas. Apenas um: $P(\sqrt{2},\sqrt{2})$

e) $F_e = \dfrac{KQ^2}{d^2}$ é o módulo da força Elétrica.

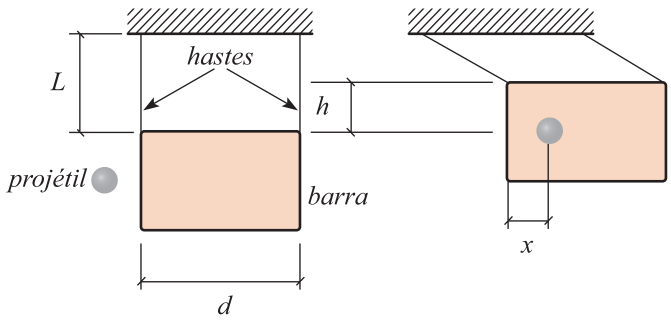
$$F_e = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (4 \cdot 10^{-4})^2}{2^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 16 \cdot 10^{-8}}{4} \rightarrow F_e = 360\,N$$



f)



Questão 03



Um pêndulo balístico é formado por uma barra uniforme de massa M e comprimento d. As duas hastes que suspendem a barra são idênticas, de comprimento L e massa específica μ constante.

a) Sabendo que um projétil de massa m atinge a barra e ambos sobem de uma altura h, determine a velocidade do projétil;

b) Após o pêndulo atingir o repouso, as hastes recebem petelecos simultaneamente em seus centros, passando a vibrar em suas frequências fundamentais, produzindo uma frequência de batimento f_{bat}. Determine a penetração horizontal x do projétil na barra, em função das demais grandezas fornecidas

Dado:

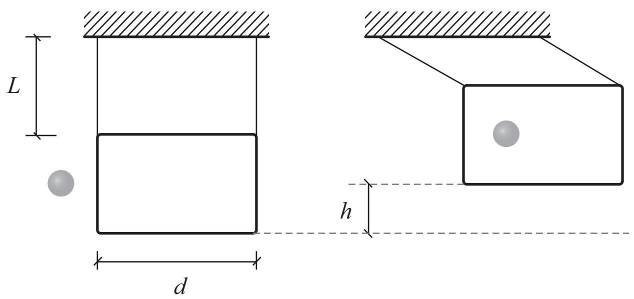
- aceleração da gravidade: g

Consideração:

- a massa das hastes é desprezível em comparação com as massas da barra e a do projétil.

Resolução:

a)



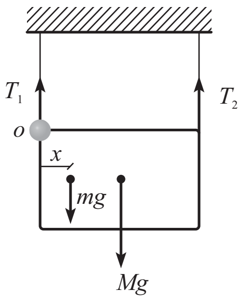
Fazendo a conservação da energia imediatamente após o choque, determinamos a velocidade com que o conjunto começa a se deslocar.

$$E_{m_0} = E_{m_f}$$
$$(m+m)\frac{v_c^2}{2} = (m+m)g \cdot h$$
$$v_c = \sqrt{2g \cdot h}$$

Fazendo a conservação da quantidade de movimento imediatamente antes e depois do choque, temos:

$$Q_0 = Q_f$$
$$m \cdot v_p = (m+m) \cdot v_c$$
$$v_p = \frac{(m+m)}{m} \cdot v_c$$
$$v_p = \frac{m+m}{m} \cdot \sqrt{2g \cdot h}$$

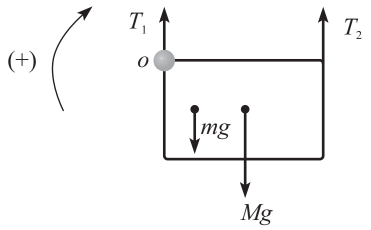
b) Sabendo que o projétil penetra uma distância x na barra, ele altera a posição do centro de massa do sistema, gerando uma assimetria e consequentemente diferentes trações nas hastes.



Pelo equilíbrio das forças, temos:

$$T_1 + T_2 = m_g + M_g = (m+M)g$$

Como o torque resultante é nulo, logo:



$$mgx + Mg\frac{d}{2} - T_2 \cdot d = 0$$
$$T_2 = g\frac{\left(mx + m\,{}^{d}\!/\!{}_{2}\right)}{d} \Rightarrow T_2 = \frac{mgx}{d} + \frac{M}{2} \qquad \text{(II)}$$

Substituindo (II) em (I)

$$T_1 = (m+M)g - \frac{mgx}{d} - \frac{M}{2}$$
$$T_1 = mg + \frac{Mg}{2} - \frac{mgx}{d}$$

Utilizando a Equação de Taylor e sabendo que ambas as hastes vibram no 1° harmônico, temos:

$$v_1 = \sqrt{\frac{T_1}{\mu}} \qquad \lambda_1 \cdot f_1 = \sqrt{\frac{T_1}{\mu}} \Rightarrow 2L \cdot f_1 = \sqrt{\frac{T_1}{\mu}}$$
$$\Rightarrow f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T_1}{\mu}}$$

Analogamente

$$f_2 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T_2}{\mu}}$$

Sabendo que a frequência de batimento é dada por:

$f_{bat} = |f_1 - f_2| \quad \text{como}: f_1 > f_2 \quad \text{pois} \quad T_1 > T_2$

$$f_{bat} = f_1 - f_2 = \frac{1}{2L}\left(\sqrt{\frac{T_1}{\mu}} - \sqrt{\frac{T_2}{\mu}}\right)$$

$$\left[f_{bat}(2 \cdot L)\cdot\sqrt{\mu}\right]^2 = \left[\sqrt{T_1} - \sqrt{T_2}\right]^2$$

$$f_{bat}^{\ 2} \cdot 4 \cdot L^2 \mu = T_1 - 2\sqrt{T_1 \cdot T_2} + T_2 \qquad (T_1 + T_2 = (M+m)g)$$

$$4 f_{bat}^{\ 2} \cdot L^2 \mu = (M+m)g - 2\sqrt{T_1 \cdot T_2}$$

$$\left[4 f_{bat}^{\ 2} \cdot L^2 \mu - (M+m)g\right]^2 = \left[-2\sqrt{T_1 \cdot T_2}\right]^2$$

$$16 f_{bat}^{\ 4} \cdot L^4 \mu^2 - 8 f_{bat}^{\ 2} \cdot L^2 \mu (M+m)g = 4T_1 \cdot T_2 - (M+m)^2 g^2$$

O produto de T_1 por T_2 é:

$$T_1 \cdot T_2 = \left(mg + \frac{Mg}{2} - \frac{mgx}{d}\right)\left(\frac{mgx}{d} + \frac{Mg}{2}\right)$$

$$T_1 \cdot T_2 = -\frac{m^2 g^2 x^2}{d^2} - \frac{m^2 g^2 x}{d} + \frac{Mmg^2}{2} + \frac{Mg^2}{4}$$

Assim o termo $4T_1 \cdot T_2 - (M+m)^2 g^2$ será:

$$4T_1 \cdot T_2 - (M+m)^2 g^2 = -\frac{4m^2 g^2 x^2}{d^2} + 4\frac{m^2 g^2 x}{d} - m^2 g^2$$

A equação completa fica

$$\frac{4m^2 g^2 x^2}{d^2} - \frac{4m^2 g^2 x}{d} + m^2 g^2 + (16 f_{bat}^{\ 4} \cdot L^4 \mu^2 - 8 f_{bat}^{\ 2} \cdot L^2 \mu (M+m)g) = 0$$

$$x = \frac{\frac{4m^2 g^2}{d} \pm \sqrt{\frac{16m^4 g^4}{d^2} - 4\left(\frac{4m^2 g^2}{d^2}\right)\left[m^2 g^2 + \left(16 f_{bat}^{\ 4} \cdot L^4 \mu^2 - 8 f_{bat}^{\ 2} \cdot L^2 \mu (M+m)g\right)\right]}}{2\left(\frac{4m^2 g^2}{d^2}\right)}$$

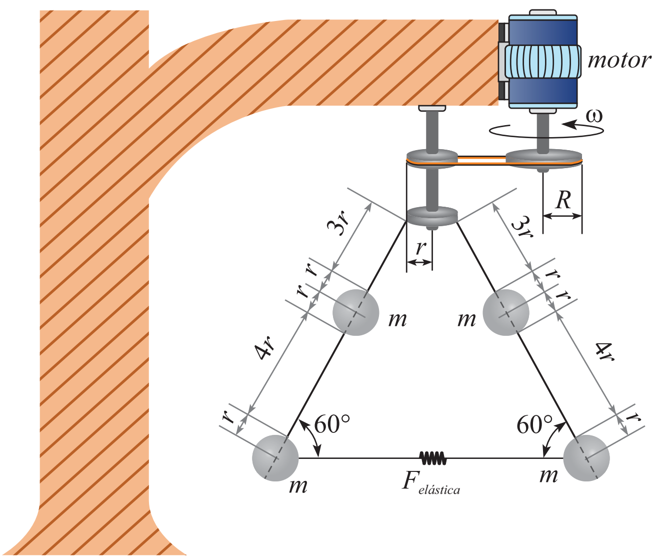
$$x = \frac{d}{2} \pm \frac{\sqrt{\frac{-16m^2 g^2}{d^2}\left(16 f_{bat}^{\ 4} \cdot L^4 \mu^2 - 8 f_{bat}^{\ 2} \cdot L^2 \mu (M+m)g\right)}}{\frac{8m^2 g^2}{d^2}}$$

$$x = \frac{d}{2} \pm \frac{\sqrt{2 f_{bat}^{\ 2} \cdot L^2 \mu (M+m)g - 4 f_{bat}^{\ 4} \cdot L^4 \mu^2}}{\frac{mg}{d}}$$

Por fim:

$$x = \frac{d}{2} \pm \frac{d}{mg} f_{bat} \cdot L\sqrt{2\mu(M+m)g - 4 f_{bat}^{\ 2} \cdot L^2 \mu^2}$$

Questão 04



A figura anterior mostra um dispositivo composto por um motor elétrico, cujo eixo se encontra ligado a uma polia ideal de raio R, solidária a uma segunda polia de raio r , sem deslizamento. Solidário ao segundo eixo há um disco rígido metálico de raio r . Em duas extremidades opostas desse disco, foram fixados dois pêndulos compostos idênticos, com fios ideais e esferas homogêneas, de massa m. Existe um fio extensível ligando as esferas inferiores, provendo uma força elástica $F_{elástica}$ que as mantém na configuração mostrada na figura. Determine, em função de g, m, r e R:

a) a velocidade angular ω do motor elétrico;

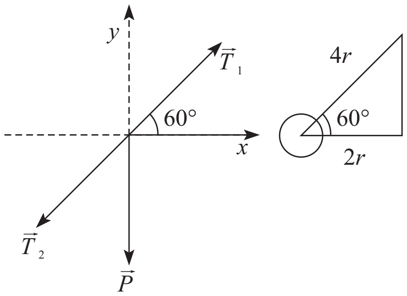
b) a força elástica $F_{elástica}$ do fio extensível.

Dado:

- aceleração da gravidade: g

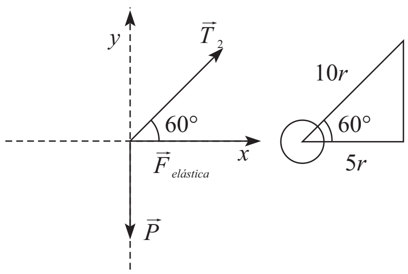
Resolução:

a) Esfera Superior:



$$\begin{cases} T_1 \cdot \text{sen}60° = mg + T_2 \cdot \text{sen}60° \quad \text{I} \\ T_1 \cdot \cos60° - T_2 \cdot \cos60° = m(w^*)^2 3r \quad \text{II} \end{cases}$$

Esfera inferior:



Eixo g:

$T_2 \cdot \text{sen}\,(60°) = mg$

$T_2 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = mg$

$T_2 = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}\, mg$

(1.)

$$T_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = mg + \frac{2\sqrt{3}}{3} mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow T_1 \frac{\sqrt{3}}{2} = 2mg$$

$$T_1 = \frac{4\sqrt{3}}{3} mg$$

(2.)

$$\frac{4\sqrt{3}}{3} \cdot mg \cdot \frac{1}{2} - \frac{2\sqrt{3}}{3} mg \cdot \frac{1}{2} = m \cdot (w^*)^2 \cdot 3r$$

$$(w^*)^2 \cdot 2r = \frac{2\sqrt{3}}{3} g - \frac{\sqrt{3}}{3} g \rightarrow w^* = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{9} \cdot \frac{g}{r}}$$

$$\text{Velocidade lineares iguais:} w^* r = w \cdot R \rightarrow w = \frac{r}{3R}\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{r}}\,g$$

b) Bola inferior, eixo horizontal:

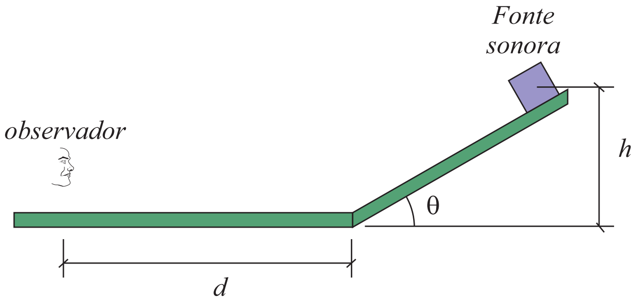
$$T_2 \cdot \cos 60^o + F_{elást} = mw^{*2} \cdot 6r$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{2} mg + F_{elást} = m \cdot \frac{\sqrt{3g}}{9r} \cdot 6r$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} mg + F_{elást} = \frac{2\sqrt{3}}{3} mg$$

$$F_{elást} = \frac{\sqrt{3}}{3} mg$$

Questão 05



Como mostra a figura, uma fonte sonora com uma frequência de 400 Hz é liberada em velocidade inicial nula, escorrega com atrito desprezível em um plano inclinado e passa a se mover em uma superfície horizontal, também com atrito desprezível. Diante do exposto, determine:

a) a altura inicial h da fonte em relação à superfície horizontal, em função dos demais parâmetros;
b) o tempo decorrido, em segundos, entre o instante em que a fonte é liberada e o instante em que a fonte passa pelo observador.

Dados:

- frequência ouvida pelo observador quando a fonte sonora passa por ele: 420 Hz;
- ângulo entre o plano inclinado e a superfície horizontal: $\theta = 30\,^{o}$;
- distância entre o observador e a base do plano inclinado: $d = 4$ m;
- velocidade do som: 340 m/s;
- aceleração da gravidade: $g = 10\frac{m}{s^2}$;
- $\sqrt{13} \cong 3,6$; e
- $\sqrt{5} \cong 2,2$.

Resolução:

a) * Efeito Doppler para o cálculo da velocidade final da fonte:

$$f = f_0 \cdot \frac{(V \pm V_0)}{(V \pm V_f)} \to f = f_0 \cdot \frac{V}{V - V_f} \to V - V_f = \frac{f_0}{f} V$$

$$V_f = V\left(\frac{f - f_0}{f}\right)$$

* Como não há trabalho de forças não conservativas, podemos conservar a energia mecânica do sistema:

$$E_{mi} = E_{mf} \to E_{pg} = E_c \to mgh = \frac{m - V_f^{\,2}}{2} \to h = \frac{V_f^{\,2}}{2_g} \to h = \frac{V^2}{2_g}\left(\frac{f - f_0}{f}\right)^2$$

$$h = \frac{340^2}{2.10}\left(\frac{420 - 400}{420}\right)^2$$

$$h = 17.340 \cdot \frac{1}{21^2} \to h = \frac{5.780}{441} m$$

b) * 1ª Parte (MUV):

$$a = g \cdot sen 30^o \qquad V_f = a \cdot t_1 \to t_1 = \frac{V}{\text{gsen}30^o} \cdot \left(\frac{f - f_0}{f}\right)$$

$$t_1 = \frac{340}{10 \cdot \frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{420 - 400}{420}\right)$$

$$t_1 = 68 \cdot \frac{20}{420} \to t_1 = \frac{68}{21} s$$

* 2ª Parte (MU):

$$V_f = \frac{d}{t_2} \to t_2 = \frac{d}{V}\left(\frac{f}{f - f_0}\right) \to t_2 = \frac{4}{340} \cdot \frac{420}{20}$$

$$t_2 = \frac{21}{85} s$$

$$t_{total} = t_1 + t_2$$

$$t_{total} = \frac{68}{21} + \frac{21}{85} \to t_{total} \cong 3,48 s$$

Questão 06

Durante um turno de 8 horas, uma fábrica armazena 200 kg de um rejeito na fase vapor para que posteriormente seja liquefeito e estocado para descarte seguro. De modo a promover uma melhor eficiência energética da empresa, um inventor propõe o seguinte esquema: *a energia proveniente do processo de liquefação pode ser empregada em uma máquina térmica que opera em um ciclo termodinâmico de tal forma que uma bomba industrial de potência* **6,4 HP** *seja acionada continuamente 8 horas por dia*. Por meio de uma análise termodinâmica, determine se a proposta do inventor é viável, tomando como base os dados abaixo.

Dados:

- calor latente do rejeito: $2.160\dfrac{\text{kJ}}{\text{kg}}$;
- temperatura do rejeito antes de ser liquefeito: 127º C;
- temperatura do ambiente onde a máquina térmica opera: 27º C;
- rendimento da máquina térmica: 80% do máximo teórico;
- perdas associadas ao processo de acionamento da bomba: 20 %; e
- 1 HP = 3/4 kW.

Resolução:

A quantidade de calor que pode ser extraída dos 200 kg de vapor é dada por:

$$Q_1 = m \cdot L = 200 \cdot (-2160) = -432\ 000 \text{ kJ}$$

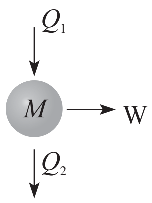
O rendimento da máquina térmica que irá processar essa energia será dada por:

$$\eta = 0{,}8\ \eta_{carnot}$$

$$\eta = 0{,}8\left(1 - \frac{T_f}{T_q}\right) = 0{,}8\left(1 - \frac{300}{400}\right)$$

$$\eta = 0{,}8 \cdot \frac{1}{4} = 0{,}2 \Rightarrow \eta = 20\%$$

Representação:



$$\text{W} = 0{,}2 \cdot |Q_1| = 0{,}2 \cdot (432\ 000) = 86\ 400 \text{ kJ}$$

Sabendo que 20% dessa energia é perdida no processo de acionamento, a energia entregue na bomba será

$$E_B = 0{,}8 \cdot 86\ 400 = 69\ 120 \text{ kJ}$$

Para um funcionamento de 8 h, temos:

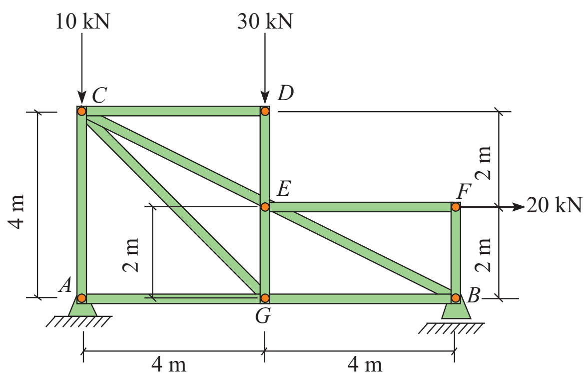
$$Pot = \frac{E_B}{\Delta t} = \frac{69 \cdot 120 \cdot 10^3}{8 \cdot 60 \cdot 60} = 2400 \text{ W}$$

Essa potência em HP será:

$$Pot_{\text{HP}} = \frac{2\ 400}{750} = 3{,}2 \text{ HP}$$

Desta forma a proposta do inventor não é viável, pois são entregues à bomba apenas 50% da potência necessária para seu funcionamento.

Questão 07



A figura anterior mostra uma estrutura em equilíbrio formada por onze barras. Todas as barras têm peso desprezível. O apoio A impede deslocamentos nas direções horizontal e vertical, enquanto o apoio B somente impede deslocamentos na direção vertical. Nos pontos C e D há cargas concentradas verticais e no ponto F é aplicada uma carga horizontal. Determine os valores das forças, em kN, a que estão submetidas as barras BG e EG.

Dados:

- $\sqrt{2} \cong 1,4$; e
- $\sqrt{5} \cong 2,2$.

Resolução:

Condição para isostática:

$2N = B + R$

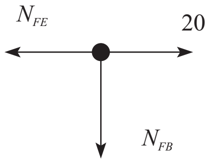
$2 \cdot 7 = 11 + 3 \Rightarrow OK!$

$\tau_A = 0 \ \Rightarrow 20 \cdot 2 + 30 \cdot 4 = V_B \cdot 8 \Rightarrow V_B = 20\,\text{kN}$

$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_A = 20\ \text{kN}$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow 10 + 30 = V_A + V_B \Rightarrow V_A = 40 - 20 \Rightarrow V_A = 20\ \text{kN}$

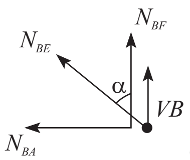
Nó F:



$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_{FE} = 20\ \text{kN}(T)$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_{FB} = 20$

Nó B:



$$\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{4+16}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \text{sen}\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

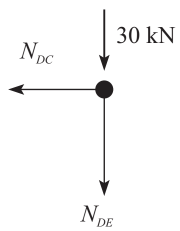
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_{BE} \cdot \cos\alpha + N_{BF} + V_B = 0 \Rightarrow N_{BE} = -\frac{V_B}{\cos\alpha} = -20\sqrt{5}$$

$$N_{BE} = -20\sqrt{5}\ \text{kN}(T)$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_{BE}\text{sen}\alpha + N_{BG} = 0 \Rightarrow -20\sqrt{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} + N_{BG} = 0$$

$$\text{N}_{\text{BG}} = 40\ \text{kN}(\text{Tração})$$

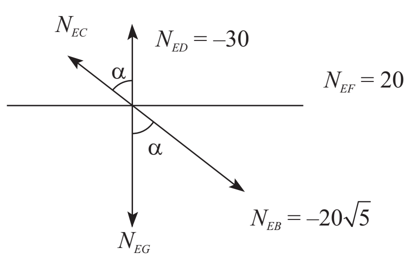
Nó D:



$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_{DC} = 0$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_{DE} = -30\ \text{kN}(\text{C})$

Nó E:



$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_{EC}\,\text{sen}\,\alpha = N_{EF} + N_{EB}\,\text{sen}\,\alpha$

$$N_{EC} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = 20 + \left(-20\sqrt{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}}\right) = -20$$

$$N_{EC} = -10\sqrt{5} \Rightarrow N_{EC} = -22\ \text{kN}(C)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_{EC} \cdot \cos\alpha + N_{ED} = N_{EG} + N_{EB} \cdot \cos\alpha$$

$$-10\sqrt{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} + (-30) = N_{EG} + \left(-20\sqrt{5}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$-40 + 20 = N_{EG} \Rightarrow$$

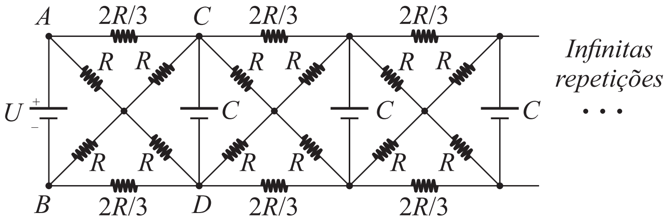
$$N_{EG} = -20 \text{ kN}(C)$$

Resposta: $BG: 40 \text{ kN (Tração)}$

$EG: -20 \text{ kN (Compressão)}$

Questão 08

Determine a energia total armazenada pelos capacitores do circuito infinito da figura abaixo.

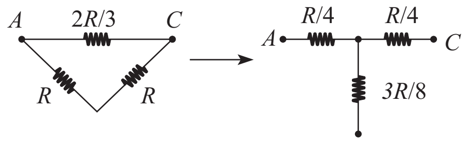


Dados:

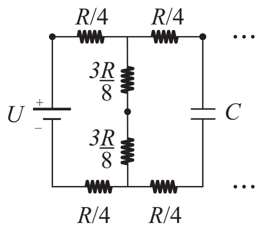
- $R = 3\ \Omega$
- $U = 8$ V
- $C = 1$ F

Resolução:

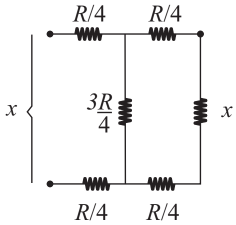
Faremos transformações delta-estrela:



Até o capacitor entre C e D, temos:



Considerando x, a resistência equivalente total, temos:



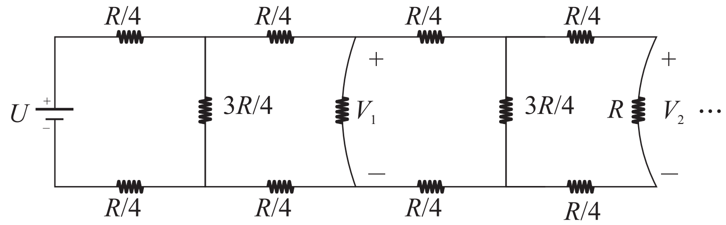
$$x=\frac{R}{4}+\frac{R}{4}+\frac{\frac{3R}{4}\cdot\left(\frac{R}{2}+x\right)}{\frac{3R}{4}+\frac{R}{2}+x}$$

$$\left(x-\frac{R}{2}\right)\cdot\left(x+\frac{5R}{4}\right)=\frac{3R}{4}\cdot\left(x+\frac{R}{2}\right)$$

$$x^2+\frac{5R}{4}x-\frac{R}{2}x-\frac{5R^2}{8}=\frac{3R}{4}x+\frac{3R^2}{8}$$

$$x=R$$

Podemos analisar o circuito total onde as tensões V_1, V_2, ... são aquelas medidas nos terminais dos capacitores de capacitância C.



Para V_1, temos:

$$i=\frac{U}{R}$$
$$V_1=R\cdot\frac{i}{3}$$
$$V_1=\frac{U}{3}$$

Podemos escrever então:

$$V_2=\frac{V_1}{3}=\frac{U}{9}$$
$$V_3=\frac{V_2}{3}$$
$$\vdots$$

As tensões nos capacitores estão em $P.G$ infinita.

A energia total nos capacitores será:

$$E_{total}=\frac{C}{2}\underbrace{\left[V_1^2+V_2^2+\ldots\right]}_{\text{Soma de P.G infinita}}$$
$$E_{total}=\frac{C}{2}\cdot\frac{\frac{U^2}{9}}{1-\frac{1}{9}}$$
$$E_{total}=\frac{C}{2}\cdot\frac{U^2}{8}$$
$$E_{total}=\frac{1}{2}\cdot\frac{8^2}{8}$$
$$E_{total}=4J$$

Questão 09

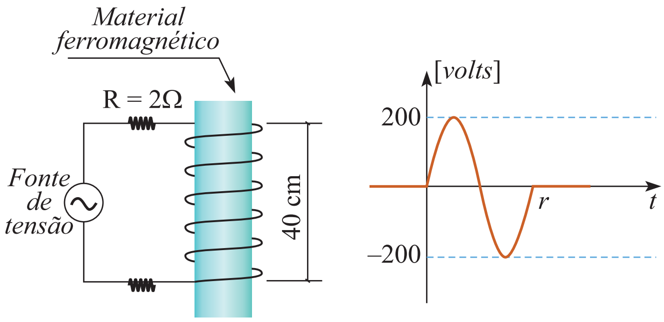


Figura 1 Figura 2

A Figura 1 mostra um material ferromagnético envolto por um solenoide, ao qual é aplicado o pulso de tensão senoidal de duração T, conforme mostrado na Figura 2. O pulso produz um aquecimento no material ferromagnético, cuja energia, em joules, é dada por:

$$E = 140\left(\frac{B_{máx}}{T}\right)^2$$

onde:
- energia de aquecimento: E
- duração do pulso de tensão senoidal aplicado ao solenóide: T;
- densidade máxima do fluxo magnético: $B_{máx}$.

A energia proveniente do aquecimento do material ferromagnético é usada para aquecer 15 L de água de 20 °C para 100 °C, sendo que o rendimento desse processo de transferência de calor é 90%.

De acordo com os dados do problema, determine:

a) a densidade máxima do fluxo magnético $B_{máx}$;

b) a energia produzida no aquecimento do material ferromagnético E;

c) a duração do pulso de tensão senoidal T.

Dados:
- comprimento do solenoide: 40 cm;
- número de espiras do solenoide: 2.000 espiras;
- calor específico da água: $1 \frac{cal}{g\,^oC}$;
- 1 cal = 4,2 J; e
- permeabilidade magnética do material ferromagnético: $20 \times 10^{-7} \frac{Wb}{A.m}$.

Considerações:
- o comprimento do solenoide é consideravelmente maior que seu raio interno; e
- despreze o efeito indutivo do solenoide.

Resolução:

a)
$$R \,.\, i_{máx} = V_{máx}$$
$$2 \,.\, i_{máx} = 200$$
$$i_{máx} = 100\ A$$

$$B_{máx} = \mu_{femag} \frac{N}{L} i_{máx}$$

$$B_{máx} = \frac{20\cdot10^{-7}\ 2\cdot10^3\cdot10^2}{40\cdot10^{-2}}$$

$$B_{máx} = 1T$$

b)
$$Q_{água} = m_{Água} \,.\, c_{Água} \,.\, \Delta\theta$$
$$Q_{água} = 15 \,.\, 4{,}2 \,.10^3 \,.\, 80$$
$$Q_{água} = 5040\ kJ$$

$$\eta_{térmico} = \frac{Q_{água}}{E}$$

$$0{,}9 = \frac{5040}{E}$$

$$E = 5600\ kJ$$

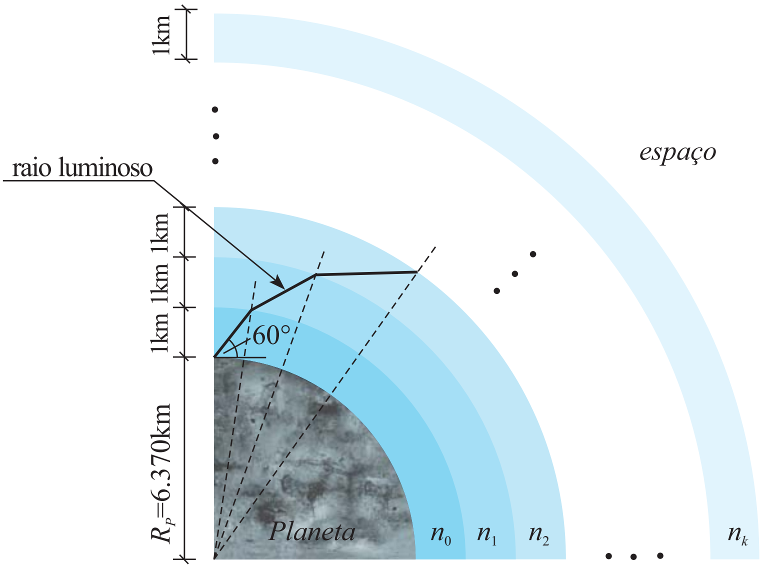
c)
$$E = 140 \,.\, \left(\frac{B_{máx}}{T}\right)^2$$

$$5600\cdot10^3 = 140\cdot\left(\frac{1}{T}\right)^2$$

$$4\cdot10^4 = \left(\frac{1}{T}\right)^2$$

$$T = \frac{1}{200} = 5ms$$

Questão 10



A atmosfera densa de um planeta hipotético tem um índice de refração dependente das condições meteorológicas do local, tais como pressão, temperatura e umidade. Considere um modelo no qual a região da atmosfera é formada por k +1 camadas de índice de refração diferentes, n_0, n_1, ..., n_k, de 1 km de altura cada, onde o índice de refração decai 10% a cada quilômetro de aumento na altitude. Considerando somente os efeitos da reflexão e da refração na atmosfera, se um raio luminoso, proveniente de um *laser* muito potente for disparado da superfície do planeta, formando um ângulo de 60º com a tangente à superfície, verifique se esse raio alcançará o espaço, e, em caso negativo, determine qual será a altitude máxima alcançada pelo raio.

Dados:

- o planeta é esférico com raio R_P = 6.370 km;
- $\log_{10}(9) = 0{,}95$ e $\log_{10}(2) = 0{,}3$; e
- $k = 9$.

Resolução:

Para a refração do raio nas diferentes camadas, temos:

$$N_0 \cdot \text{sen}30^o = N_1 \cdot \text{sen}\theta_1$$

$$N_1 \cdot \text{sen}\theta_1 = N_2 \cdot \text{sen}\theta_2$$

$$\vdots$$

$$N_{x-2} \cdot \text{sen}\theta_{x-2} = N_{x-1} \cdot \text{sen}\underbrace{\theta_{x-1}}_{90^o}$$

$$N_0 \cdot \text{sen}30^o = N_{x-1} \cdot \text{sen}90^o$$

$$N_0 \cdot \frac{1}{2} = N_{x-1} \cdot 1$$

$$N_0 \cdot \frac{1}{2} = N_0 \cdot (0{,}9)^{x-1} \cdot 1$$

$$2 = (0{,}9)^{1-x}$$

$$\log 2 = (1-x) \cdot [\log 9 - \log 10]$$

$$0{,}3 = (1-x) \cdot (0{,}95-1)$$

$$0{,}3 = (x-1) \cdot 0{,}05 \rightarrow x = 7$$

Portanto, o raio não alcançará o espaço e a máxima altitude alcançada pelo raio será de 7 km.

Física
Anderson
Bernadelli
Igor
Moisés
Paulo Wang

Colaboradores
Aline Alkmin
Cirillo Sales

Digitação e Diagramação
Kleuber Umberto
Márcia Santana

Revisor
Celso Faria

Desenhista
Rodrigo Ramos

Projeto Gráfico
Vinicius Ribeiro

Supervisão Editorial
Aline Alkmin
Rodrigo Bernadelli

*A **Resolução Comentada** das provas do IME poderá ser obtida diretamente no*

OLIMPO** Pré-Vestibular, ou pelo telefone **(62) 3922-7501

As escolhas que você fez nessa prova, assim como outras escolhas na vida, dependem de conhecimentos, competências, conhecimentos e habilidades específicos. Esteja preparado.

www.grupoolimpo.com.br